Forme canonique — Première spécialité

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

La forme canonique d'un trinôme s'écrit $a(x-\alpha)^2+\beta$, où (α,β) est le sommet de la parabole : $\alpha=\frac{-b}{2a}$ et $\beta=f(\alpha)$. Elle révèle immédiatement l'extremum et l'axe de symétrie. Ces exercices corrigés couvrent le passage à la forme canonique, la lecture du sommet, les extremums et l'optimisation. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-specialite/forme-canonique

Exercice 1 – Forme canonique simple

Mettre $f(x)=x^2-4x+1$ sous forme canonique.

Exercice 2 – Identifier le sommet

La forme canonique de f est $f(x)=2(x-3)^2+5$. Donner le sommet de la parabole.

Exercice 3 – Minimum ou maximum ?

Pour $f(x)=-(x-1)^2+4$, dire si le sommet est un minimum ou un maximum, et donner sa valeur.

Exercice 4 – Lire le sommet et l'extremum

Soit $f(x)=-3(x+2)^2+7$. Donner α, β, le sommet de la parabole et la nature de l'extremum.

Exercice 5 – Forme canonique avec a ≠ 1

Mettre $f(x)=2x^2-8x+3$ sous forme canonique.

Exercice 6 – Vérifier par développement

Vérifier que $(x-2)^2-3=x^2-4x+1$.

Exercice 7 – Axe de symétrie

Donner l'axe de symétrie de la parabole de $f(x)=x^2+6x+2$.

Exercice 8 – Coefficient b impair

Mettre $f(x)=x^2+3x+1$ sous forme canonique.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Coefficient a négatif

Mettre $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ sous forme canonique et en déduire son maximum.

Exercice 10 – Résoudre via la forme canonique

En utilisant la forme canonique $f(x) = (x-2)^2 - 3$, résoudre $f(x) = 0$.

Exercice 11 – Tableau de variations

Soit $f(x) = (x+1)^2 - 4$. Dresser le tableau de variations de f.

Exercice 12 – Forme canonique et signe

Montrer, à l'aide de la forme canonique, que $f(x) = x^2 - 2x + 5$ est strictement positive sur $\mathbb{R}$.

Exercice 13 – Retrouver un trinôme depuis son sommet

Une parabole a pour sommet $(2\,;-1)$ et passe par $(0\,;3)$. Déterminer l'expression $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$.

Exercice 14 – Utiliser les formules de α et β

Écrire $f(x) = 3x^2 - 12x + 7$ sous forme canonique à l'aide de $\alpha = -\dfrac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$.

Exercice 15 – Symétrie et comparaison d'images

Soit $f(x) = 2(x-2{,}5)^2 + 1$. Sans calculer, comparer $f(-1)$ et $f(6)$, puis $f(0)$ et $f(4)$.

Exercice 16 – Type bac : optimisation d'une aire

On dispose de 40 m de clôture pour un enclos rectangulaire. Largeur x, l'aire est $A(x) = x(20-x)$. 1) Mettre A sous forme canonique. 2) En déduire l'aire maximale.

Exercice 17 – Type bac : trajectoire

La hauteur d'un ballon est $h(x) = -0{,}5x^2 + 2x + 1{,}5$ (en m), x distance horizontale. Déterminer la hauteur maximale et la distance où elle est atteinte.

Exercice 18 – Type bac : encadrement

Soit $f(x) = x^2 - 6x + 11$. 1) Forme canonique. 2) En déduire que $f(x) \geq 2$ pour tout x, et préciser quand il y a égalité.

Exercice 19 – Type bac : forme canonique et translations

La courbe de g s'obtient en translatant la parabole $y = x^2$ de 3 vers la droite et 2 vers le bas. Donner g sous forme canonique puis développée.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 20 – Type bac : fixer un prix

Un club vend des places de concert. S'il fixe le prix à p euros ($0 \leq p \leq 50$), il vend $200 - 4p$ places.

1. Exprimer la recette $R(p)$.

2. Écrire $R(p)$ sous forme canonique.

3. Quel prix maximise la recette ? Combien de places sont alors vendues ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).