# Inéquations du second degré — Première spécialité

## 20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

### Présentation

Résoudre une inéquation du second degré, c'est déterminer le signe d'un trinôme $ax^2 + bx + c$. La règle est simple : « signe de $a$ à l'extérieur des racines, signe de $-a$ entre les racines » (et signe constant de $a$ si $\Delta \leq 0$). Ces exercices corrigés couvrent le tableau de signes, les inéquations strictes/larges, les quotients et les problèmes type bac. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-specialite/inequations-second-degre

### Exercice 1 – Signe d'un trinôme à deux racines

Donner le signe de $f(x) = x^2 - 5x + 6$ selon $x$.

### Exercice 2 – Inéquation simple

Résoudre $x^2 - 4 < 0$.

### Exercice 3 – Inéquation ≥ 0

Résoudre $x^2 - 9 \geq 0$.

### Exercice 4 – Coefficient a négatif, deux racines

Résoudre $-2x^2 + 2x + 4 > 0$.

### Exercice 5 – Coefficient a négatif

Résoudre $-x^2 + 4x - 3 \geq 0$.

### Exercice 6 – Discriminant nul

Résoudre $x^2 - 6x + 9 > 0$.

### Exercice 7 – Discriminant négatif

Résoudre $x^2 + x + 1 > 0$.

### Exercice 8 – Racines irrationnelles

Résoudre $x^2 - 2x - 1 \leq 0$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

### Exercice 9 – Ne jamais diviser par x

Résoudre $3x^2 \geq 2x$.

### Exercice 10 – Inéquation à mettre en forme

Résoudre $x^2 + 2x \leq 8$.

### Exercice 11 – Comparer deux fonctions

Pour quelles valeurs de $x$ a-t-on $x^2 \leq 2x + 3$ ?

### Exercice 12 – Inéquation quotient

Résoudre $\dfrac{x-1}{x+2} \geq 0$.

### Exercice 13 – Inéquation produit

Résoudre $(x-1)(x^2-4) \leq 0$.

### Exercice 14 – Parabole au-dessus d'une droite

Sur quel intervalle la parabole $y = -x^2 + 3$ est-elle au-dessus de la droite $y = 2x$ ?

### Exercice 15 – Compter les entiers solutions

Combien d'entiers $n$ vérifient $n^2 - 10n + 21 < 0$ ?

### Exercice 16 – Type bac : domaine de définition

Déterminer l'ensemble de définition de $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 6}$.

### Exercice 17 – Type bac : positivité avec paramètre

Pour quelles valeurs de $m$ le trinôme $x^2 + mx + 1$ est-il strictement positif pour tout réel $x$ ?

### Exercice 18 – Type bac : bénéfice positif

Le bénéfice (en milliers d'€) d'une entreprise pour $x$ produits est $B(x) = -x^2 + 10x - 16$. Pour quelles quantités l'entreprise est-elle bénéficiaire ( $B(x) > 0$) ?

### Exercice 19 – Type bac : inéquation et intervalle

Résoudre $\dfrac{x^2 - 1}{x - 2} \leq 0$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

## Exercice 20 – Type bac : temps passé au-dessus d’une hauteur

Une balle est lancée verticalement ; sa hauteur (en m) au bout de $t$ secondes est $h(t) = -5t^2 + 20t + 1$. Pendant combien de temps la balle est-elle à au moins 16 m du sol ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

**Corrigés détaillés**

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

## Correction de l'exercice 1 – Signe d'un trinôme à deux racines

$\Delta = 25 - 24 = 1 > 0$, racines $x = \dfrac{5 \pm 1}{2}$ : 2 et 3.

$a = 1 > 0$ : positif à l'extérieur des racines, négatif entre.

$f(x) > 0$ sur $]-\infty ; 2[ \cup ]3 ; +\infty[$, $f(x) < 0$ sur $]2 ; 3[$.

**Réponse.** $f > 0$ hors de $[2 ; 3]$, $f < 0$ sur $]2 ; 3[$, $f = 0$ en 2 et 3.

**Rappel de cours.** « Signe de $a$ à l'extérieur des racines, signe de $-a$ entre. »

## Correction de l'exercice 2 – Inéquation simple

Racines de $x^2 - 4$ : $x = \pm 2$. $a = 1 > 0$ : négatif entre les racines.

$x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow x \in ]-2 ; 2[$.

**Réponse.** $S = ]-2 ; 2[$.

**Rappel de cours.** On cherche où le trinôme est négatif : c'est l'intervalle entre les racines (si $a > 0$).

## Correction de l'exercice 3 – Inéquation ≥ 0

Racines $\pm 3$, $a > 0$ : positif à l'extérieur.

$\geq$ (large) inclut les racines : $x \leq -3$ ou $x \geq 3$.

**Réponse.** $S = ]-\infty ; -3] \cup [3 ; +\infty[$.

**Erreur fréquente.** Avec $\geq$, les racines sont incluses (crochets fermés). Avec $>$, elles sont exclues.

## Correction de l'exercice 4 – Coefficient a négatif, deux racines

$\Delta = 4 + 32 = 36$, racines $x = \dfrac{-2 - 6}{-4} = 2$ et $x = \dfrac{-2 + 6}{-4} = -1$.

$a = -2 < 0$ : le trinôme est négatif à l'extérieur des racines et positif entre elles.

**Réponse.** $S = ]-1 ; 2[$.

**Rappel de cours.** Signe de $ax^2 + bx + c$ : signe de $a$ à l'extérieur des racines, signe contraire entre.

## Correction de l'exercice 5 – Coefficient a négatif

$\Delta = 16 - 12 = 4 > 0$, racines $x = \dfrac{-4 \pm 2}{-2}$ : 1 et 3.

$a = -1 < 0$ : positif ENTRE les racines, négatif à l'extérieur.

$\geq 0$ : on prend l'intervalle où c'est positif, bornes incluses : $[1 ; 3]$.

**Réponse.** $S = [1 ; 3]$.

**Rappel de cours.** Avec $a < 0$, le trinôme est positif entre les racines (l'inverse de $a > 0$).

## Correction de l'exercice 6 – Discriminant nul

$\Delta = 36 - 36 = 0$ : racine double $x = 3$. $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$(x-3)^2 > 0$ pour tout $x \neq 3$ (un carré est positif, nul seulement en 3).

**Réponse.** $S = \mathbb{R} \setminus \{3\}$, soit $]-\infty ; 3[ \cup ]3 ; +\infty[$.

**Rappel de cours.** $\Delta = 0$ : le trinôme est un carré parfait, du signe de $a$ partout sauf qu'il s'annule à la racine double.

## Correction de l'exercice 7 – Discriminant négatif

$\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$ : aucune racine, signe constant.

Le signe est celui de $a = 1 > 0$ : le trinôme est toujours positif.

Donc $x^2 + x + 1 > 0$ pour tout réel $x$.

**Réponse.** $S = \mathbb{R}$.

**Rappel de cours.** $\Delta < 0$ : le trinôme garde le signe de $a$. Ici toujours $> 0$, l'inéquation est vraie partout.

## Correction de l'exercice 8 – Racines irrationnelles

$\Delta = 4 + 4 = 8$, $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. Racines : $\dfrac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$.

$a = 1 > 0$ : le trinôme est négatif ou nul entre les racines.

**Réponse.** $S = [1 - \sqrt{2} \, ; 1 + \sqrt{2}\,]$.

**Rappel de cours.** Inégalité large : les racines sont incluses dans l'ensemble des solutions.

## Correction de l'exercice 9 – Ne jamais diviser par x

On ramène tout à gauche : $3x^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow x(3x-2) \geq 0$.

Racines 0 et $\frac{2}{3}$, $a = 3 > 0$ : positif à l'extérieur des racines.

**Réponse.** $S = ]-\infty ; 0] \cup \left[\frac{2}{3} ; +\infty\right[$.

**Rappel de cours.** On compare toujours à 0 avant d'étudier un signe.

**Erreur fréquente.** Diviser par $x$ donne « $3x \geq 2$ » et fait perdre tous les $x \leq 0$.

## Correction de l'exercice 10 – Inéquation à mettre en forme

On ramène tout d'un côté : $x^2 + 2x - 8 \leq 0$.

$\Delta = 4 + 32 = 36$, racines $\dfrac{-2 \pm 6}{2}$ : $-4$ et $2$. $a > 0$ : négatif entre.

$\leq 0$ : $x \in [-4 ; 2]$.

**Réponse.** $S = [-4 ; 2]$.

**Rappel de cours.** Toujours tout ramener à « … $\square$ 0 » avant d'étudier le signe.

## Correction de l'exercice 11 – Comparer deux fonctions

$x^2 \leq 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0$.

$\Delta = 4 + 12 = 16$, racines $\dfrac{2 \pm 4}{2}$ : $-1$ et $3$. $a > 0$ : négatif entre.

$S = [-1 ; 3]$.

**Réponse.** $x^2 \leq 2x + 3 \Leftrightarrow x \in [-1 ; 3]$.

**Rappel de cours.** Comparer deux expressions revient à étudier le signe de leur

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

différence.

## Correction de l'exercice 12 – Inéquation quotient

On étudie le signe du quotient avec un tableau. Le numérateur s'annule en 1, le dénominateur en $-2$ (valeur interdite).

$x+2>0 \Leftrightarrow x>-2$ ; $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$. Le quotient est $\geq 0$ quand numérateur et dénominateur sont de même signe.

Tableau : positif sur $]-\infty;-2[$ (les deux $<0$) et sur $[1;+\infty[$ (les deux $>0$). En $x=-2$ : interdit.

**Réponse.** $S=]-\infty;-2[\cup[1;+\infty[$.

**Rappel de cours.** Pour un quotient, on fait un tableau de signes du numérateur ET du dénominateur. La valeur interdite est toujours exclue.

**Erreur fréquente.** $x=-2$ annule le dénominateur : il est exclu (crochet ouvert), même avec une inégalité large.

## Correction de l'exercice 13 – Inéquation produit

Racines : $x-1=0$ en 1 ; $x^2-4=0$ en $\pm 2$. On range : $-2, 1, 2$.

Tableau de signes du produit sur ces intervalles : on teste un point dans chaque zone. Pour $x=-3$ : $(-)(+)=-$. Pour $x=0$ : $(-)(-)=+$. Pour $x=1{,}5$ : $(+)(-)=-$. Pour $x=3$ : $(+)(+)=+$.

$\leq 0$ : $x\leq -2$ ou $1\leq x\leq 2$, bornes incluses.

**Réponse.** $S=]-\infty;-2]\cup[1;2]$.

**Rappel de cours.** Produit de facteurs : tableau de signes de chaque facteur, puis règle des signes. Le produit est nul aux racines.

## Correction de l'exercice 14 – Parabole au-dessus d'une droite

On cherche $-x^2+3\geq 2x \Leftrightarrow -x^2-2x+3\geq 0 \Leftrightarrow x^2+2x-3\leq 0$ (on multiplie par $-1$ et on change le sens).

$x^2+2x-3=(x+3)(x-1)$, racines $-3$ et 1, $a>0$ : négatif entre les racines.

**Réponse.** Sur $[-3\,;1]$ (les courbes se coupent aux bornes).

**Rappel de cours.** « $C_f$ au-dessus de $C_g$ » $\Leftrightarrow f(x)-g(x)\geq 0$.

## Correction de l'exercice 15 – Compter les entiers solutions

$\Delta=100-84=16$, racines $\frac{10-4}{2}=3$ et $\frac{10+4}{2}=7$.

$a>0$ : le trinôme est strictement négatif sur $]3\,;7[$.

Entiers de $]3\,;7[$ : 4, 5, 6 (3 et 7 sont exclus car le trinôme y est nul).

**Réponse.** 3 entiers : 4, 5 et 6.

**Rappel de cours.** Inégalité stricte : les racines sont exclues.

## Correction de l'exercice 16 – Type bac : domaine de définition

Une racine carrée exige un radicande $\geq 0$ : $x^2-x-6\geq 0$.

$\Delta=1+24=25$, racines $\frac{1\pm 5}{2}$ : $-2$ et 3. $a>0$ : positif à l'extérieur.

$x^2-x-6\geq 0 \Leftrightarrow x\leq -2$ ou $x\geq 3$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

**Réponse.** $D_f = ]-\infty ; -2] \cup [3 ; +\infty[$.

**Rappel de cours.** Domaine d'une racine : on résout (expression sous la racine) ≥ 0. C'est une inéquation du second degré.

## Correction de l'exercice 17 – Type bac : positivité avec paramètre

$a = 1 > 0$ : le trinôme est toujours > 0 si et seulement s'il n'a pas de racine, c'est-à-dire $\Delta < 0$.

$\Delta = m^2 - 4$. $\Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 < 4 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

**Réponse.** $m \in ]-2 ; 2[$.

**Rappel de cours.** Trinôme > 0 partout (avec $a > 0$) $\Leftrightarrow \Delta < 0$. On résout l'inéquation en le paramètre.

## Correction de l'exercice 18 – Type bac : bénéfice positif

$B(x) > 0$ : $-x^2 + 10x - 16 > 0$. $\Delta = 100 - 64 = 36$, racines $\dfrac{-10 \pm 6}{-2}$ : 2 et 8.

$a = -1 < 0$ : positif ENTRE les racines.

$B(x) > 0 \Leftrightarrow x \in ]2 ; 8[$ : l'entreprise est bénéficiaire pour une production entre 2 et 8 (en milliers).

**Réponse.** Bénéficiaire pour $x \in ]2 ; 8[$.

**Rappel de cours.** Beaucoup de problèmes économiques se ramènent au signe d'un trinôme : seuil de rentabilité = racines, zone de bénéfice = intervalle de positivité.

## Correction de l'exercice 19 – Type bac : inéquation et intervalle

Numérateur $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$ s'annule en $\pm 1$ ; dénominateur en 2 (interdit). Points : $-1, 1, 2$.

Signe du numérateur : > 0 hors $[-1 ; 1]$, < 0 entre. Signe du dénominateur : < 0 si $x < 2$, > 0 si $x > 2$.

Tableau du quotient : sur $]-\infty ; -1]$ : $\frac{+}{-} = -$ ; sur $[-1 ; 1]$ : $\frac{-}{-} = +$ ; sur $[1 ; 2[$ : $\frac{+}{-} = -$ ; sur $]2 ; +\infty[$ : $\frac{+}{+} = +$. On veut ≤ 0.

$S = ]-\infty ; -1] \cup [1 ; 2[$ (les racines $\pm 1$ incluses, 2 exclu).

**Réponse.** $S = ]-\infty ; -1] \cup [1 ; 2[$.

**Rappel de cours.** Quotient : factoriser le numérateur, tableau de signes complet, exclure la valeur interdite. Les zéros du numérateur sont inclus si l'inégalité est large.

## Correction de l'exercice 20 – Type bac : temps passé au-dessus d'une hauteur

$h(t) \geq 16 \Leftrightarrow -5t^2 + 20t - 15 \geq 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 3 \leq 0$ (division par $-5$, le sens change).

$t^2 - 4t + 3 = (t - 1)(t - 3)$ : négatif ou nul pour $t \in [1 ; 3]$.

La balle est au-dessus de 16 m entre $t = 1$ s et $t = 3$ s, soit pendant 2 secondes.

Contrôle : $h(2) = -20 + 40 + 1 = 21$ m, hauteur maximale atteinte au milieu de l'intervalle.

**Réponse.** Pendant 2 secondes (de $t = 1$ s à $t = 3$ s).

**Rappel de cours.** Diviser une inéquation par un nombre négatif change le sens de l'inégalité.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).