Nombre dérivé — Première spécialité

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Le nombre dérivé $f'(a)$ est la pente de la tangente à la courbe au point d'abscisse a. On le définit comme la limite du taux d'accroissement $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ quand $h \to 0$. Ces exercices corrigés couvrent taux d'accroissement, calcul du nombre dérivé par la limite, lecture graphique et interprétation. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-specialite/nombre-derive

Exercice 1 – Taux d'accroissement

Soit $f(x) = x^2$. Calculer le taux d'accroissement de f entre 2 et 5.

Exercice 2 – Taux avec h

Soit $f(x) = x^2$. Exprimer le taux d'accroissement entre 3 et $3 + h$.

Exercice 3 – Taux d'accroissement entre deux valeurs

Soit $f(x) = x^2 - 3x$. Calculer le taux d'accroissement de f entre 1 et 3, puis l'interpréter graphiquement.

Exercice 4 – Nombre dérivé par la limite

En déduire $f'(3)$ pour $f(x) = x^2$.

Exercice 5 – Nombre dérivé d'une fonction affine

Soit $f(x) = 3x + 2$. Calculer $f'(a)$ pour un réel a quelconque.

Exercice 6 – Lecture graphique d'un nombre dérivé

Sur un graphique, la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 passe par $(1\,;2)$ et $(3\,;6)$. Donner $f'(1)$.

Exercice 7 – Signe du nombre dérivé

Sur un graphique, au point d'abscisse a, la tangente « descend » (pente négative). Que peut-on dire de $f'(a)$ et des variations de f autour de a ?

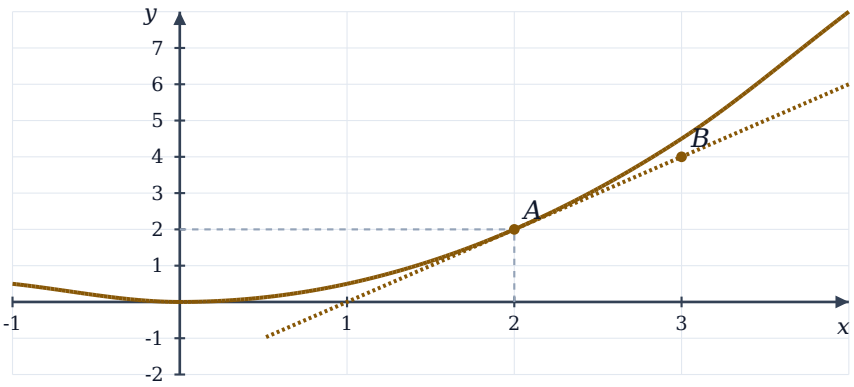
Exercice 8 – Nombre dérivé par la définition

Soit $f(x) = 2x^2 - x$. Calculer $f'(1)$ en revenant à la définition.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Lire un nombre dérivé sur un graphique

On a tracé la courbe de f et sa tangente au point A d'abscisse 2. La tangente passe aussi par le point $B(3\,;4)$. Lire $f(2)$ et $f'(2)$.



Exercice 10 – Nombre dérivé de la fonction inverse

Soit $f(x) = \dfrac{1}{x}$. Calculer $f'(2)$ par la définition.

Exercice 11 – Nombre dérivé de la racine

Soit $f(x) = \sqrt{x}$. Calculer $f'(4)$ (on utilisera la quantité conjuguée).

Exercice 12 – Tangente horizontale

Soit $f(x) = x^2 - 4x + 1$. Calculer $f'(a)$ en fonction de a (par la limite), puis trouver où la tangente est horizontale.

Exercice 13 – Interprétation : vitesse

Un mobile parcourt $d(t) = t^2$ (en m, t en s). Le nombre dérivé $d'(t)$ est la vitesse instantanée. Sachant $d'(t) = 2t$, calculer la vitesse à $t = 3$ s.

Exercice 14 – Nombre dérivé d'un quotient simple

Soit $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$ sur $]-1\,;+\infty[$. Calculer $f'(0)$ par la définition.

Exercice 15 – Vitesse moyenne et vitesse instantanée

Un objet lâché sans vitesse initiale parcourt $d(t) = 4{,}9t^2$ mètres en t secondes.

1. Calculer sa vitesse moyenne entre $t = 2$ et $t = 3$.

2. Calculer sa vitesse instantanée à $t = 2$, c'est-à-dire $d'(2)$.

Exercice 16 – Type bac : dérivabilité

Soit $f(x) = |x|$. Calculer le taux d'accroissement en 0 à droite ($h > 0$) et à gauche ($h < 0$). f est-elle dérivable en 0 ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 17 – Type bac : nombre dérivé général

Soit $f(x) = x^3$. Calculer $f'(a)$ par la définition pour un réel a.

Exercice 18 – Type bac : approximation affine

Soit $f(x) = x^2$, avec $f(3) = 9$ et $f'(3) = 6$. Donner une valeur approchée de $f(3{,}01)$ à l'aide de l'approximation affine $f(a + h) \approx f(a) + f'(a)\,h$.

Exercice 19 – Type bac : coût marginal

Le coût de production de q objets est $C(q) = q^2 + 10q$ (en €). Le coût marginal est $C'(q)$. Sachant $C'(q) = 2q + 10$, calculer le coût marginal pour $q = 20$ et l'interpréter.

Exercice 20 – Type bac : la racine carrée en 0

Soit $f(x) = \sqrt{x}$ sur $[0\,;+\infty[$. Étudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter graphiquement.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).