Produit scalaire dans le plan — Première spécialité

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Dans le plan, le produit scalaire de deux vecteurs se calcule de plusieurs façons : par les coordonnées $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$, ou par les normes et l'angle $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \, \|\vec{v}\| \cos\theta$. Il s'annule exactement quand les vecteurs sont orthogonaux. Ces exercices corrigés couvrent calcul, orthogonalité, angles, normes et applications géométriques. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables : mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-specialite/produit-scalaire

Exercice 1 – Produit scalaire par coordonnées

Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ avec $\vec{u}(3\,;2)$ et $\vec{v}(1\,;-4)$.

Exercice 2 – Norme d'un vecteur

Calculer la norme de $\vec{u}(3\,;4)$.

Exercice 3 – Orthogonalité

Les vecteurs $\vec{u}(2\,;3)$ et $\vec{v}(-3\,;2)$ sont-ils orthogonaux ?

Exercice 4 – Carré scalaire

On sait que $\|\vec{u}\| = 3$. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{u}$, $\vec{u} \cdot (-\vec{u})$ et $\vec{u} \cdot (2\vec{u})$.

Exercice 5 – Produit scalaire avec l'angle

Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ avec $\|\vec{u}\| = 4$, $\|\vec{v}\| = 3$ et un angle de $60°$.

Exercice 6 – Trouver une coordonnée

Déterminer y pour que $\vec{u}(2\,;y)$ et $\vec{v}(3\,;-1)$ soient orthogonaux.

Exercice 7 – Produit scalaire à partir de points

Soit $A(1\,;2)$, $B(4\,;3)$, $C(2\,;6)$. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Exercice 8 – Produits scalaires dans un carré

$ABCD$ est un carré de côté 4. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Angle entre deux vecteurs

Déterminer l'angle géométrique entre $\vec{u}(1\,;0)$ et $\vec{v}(1\,;\sqrt{3})$.

Exercice 10 – Calcul d'un angle

Calculer $\cos\theta$ où θ est l'angle entre $\vec{u}(1\,;2)$ et $\vec{v}(3\,;1)$.

Exercice 11 – Identité de polarisation

Sachant $\|\vec{u}\| = 5$, $\|\vec{v}\| = 3$ et $\|\vec{u}+\vec{v}\| = 7$, calculer $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

Exercice 12 – Triangle rectangle

Soit $A(0\,;0)$, $B(4\,;2)$, $C(1\,;-2)$. Le triangle ABC est-il rectangle en A ?

Exercice 13 – Projeté orthogonal

On donne $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 12$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 4$. Sachant que H est le projeté orthogonal de C sur (AB), calculer $\overline{AH}$ (mesure algébrique) via $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}$.

Exercice 14 – Al-Kashi pour trouver un angle

Un triangle ABC a pour côtés $AB = 5$, $AC = 8$ et $BC = 7$. Calculer l'angle $B\hat{A}C$.

Exercice 15 – Équation de droite avec un vecteur normal

Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par $A(2\,;-1)$ et de vecteur normal $\vec{n}(3\,;4)$.

Exercice 16 – Type bac : théorème d'Al-Kashi

Dans un triangle ABC, $AB = 5$, $AC = 8$ et l'angle $B\hat{A}C = 60°$. Calculer BC.

Exercice 17 – Type bac : équation de cercle

Déterminer l'ensemble des points $M(x\,;y)$ tels que $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB} = 0$, avec $A(0\,;0)$ et $B(4\,;0)$.

Exercice 18 – Type bac : orthogonalité et hauteur

Soit $A(1\,;1)$, $B(5\,;3)$, $C(2\,;4)$. Déterminer un vecteur directeur de la hauteur issue de C dans le triangle ABC.

Exercice 19 – Type bac : produit scalaire et carré scalaire

Développer $(\vec{u}+2\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v})$ en fonction de $\|\vec{u}\|^2$, $\|\vec{v}\|^2$ et $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 20 – Type bac : projeté sur une droite et distance

Soit $d : 3x + 4y - 5 = 0$ et $M(4\,;7)$. On cherche le projeté orthogonal H de M sur d.

1. Justifier que H s'écrit $H(4 + 3t\,;7 + 4t)$ pour un réel t.

2. Déterminer t, puis les coordonnées de H.

3. En déduire la distance du point M à la droite d.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).