Tableau de variation — Première spécialité

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

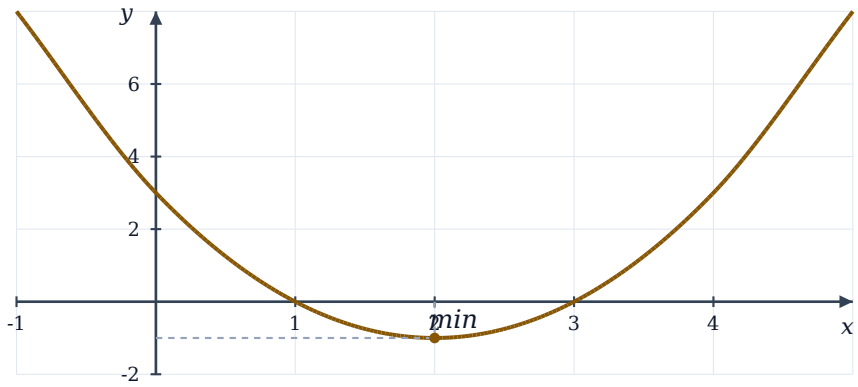
Présentation

Pour dresser le tableau de variation d'une fonction, on calcule $f'(x)$, on étudie son signe, puis on en déduit les variations de f (croissante là où $f' > 0$, décroissante là où $f' < 0$) et ses extremums. Ces exercices corrigés couvrent l'étude du signe de f', les tableaux complets, les extremums et la lecture graphique. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-specialite/tableau-de-variation

Exercice 1 – Variations d'une parabole

Soit $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Calculer $f'(x)$, étudier son signe et donner les variations de f.



Exercice 2 – Signe de f′ donné

On sait que $f'(x) > 0$ sur $]-\infty ; 1[$ et $f'(x) < 0$ sur $]1 ; +\infty[$. Donner les variations de f et la nature de l'extremum en 1.

Exercice 3 – Extremum d'une fonction

Soit $f(x) = -x^2 + 6x - 5$. Déterminer l'abscisse de l'extremum et préciser sa nature.

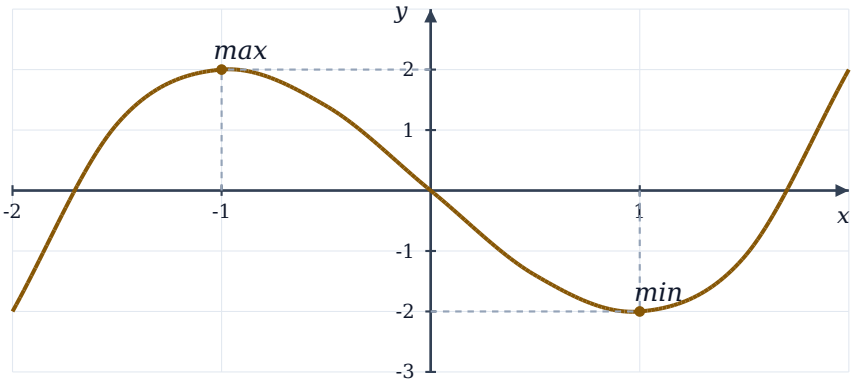
Exercice 4 – Lire extremums et variations

Une fonction f est définie sur $[-2 ; 5]$. Elle est croissante sur $[-2 ; 1]$, de $f(-2) = -3$ à $f(1) = 4$, puis décroissante sur $[1 ; 5]$ jusqu'à $f(5) = 0$. Donner son maximum, son minimum, et le signe de f'.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 5 – Tableau d'une fonction cube

Soit $f(x) = x^3 - 3x$. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation.



Exercice 6 – Variations d'un quotient

Soit $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$ sur $]3;+\infty[$, avec $f'(x) = \dfrac{-7}{(x-3)^2}$. Donner les variations.

Exercice 7 – Variations sur un intervalle

Soit $f(x) = x^2 - 2x$ sur $[0;3]$. Dresser le tableau de variation et donner les valeurs aux bornes.

Exercice 8 – Une fonction homographique toujours croissante

Soit $f(x) = \dfrac{x-1}{x+2}$ sur $]-2\,;+\infty[$. Calculer $f'(x)$ et en déduire les variations de f.

Exercice 9 – Tableau complet d'une fonction cubique

Soit $f(x) = x^3 - 12x + 1$ sur $[-3\,;3]$. Dresser son tableau de variation avec les valeurs, puis donner ses extremums.

Exercice 10 – Maximum d'un produit

Soit $f(x) = x(6-x)$ sur $[0;6]$. Déterminer le maximum de f.

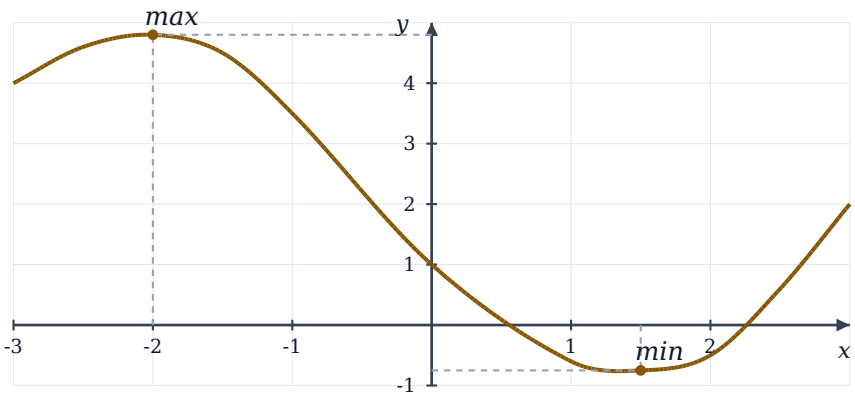
Exercice 11 – Variations avec dérivée factorisée

La dérivée d'une fonction f est $f'(x) = (x-1)(x-4)$. Donner les variations de f.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 12 – Lecture graphique d'un tableau

À partir de la courbe ci-dessous, dresser le tableau de variation de f sur $[-3;3]$ en indiquant les extremums.



Exercice 13 – Variations de x³ + x

Soit $f(x) = x^3 + x$. Montrer que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 14 – Minimum de x + 4/x

Soit $f(x) = x + \dfrac{4}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$. Étudier ses variations et montrer que $f(x) \geq 4$ pour tout $x > 0$.

Exercice 15 – Démontrer une inégalité par une étude de fonction

Montrer que pour tout $x \geq 0$, $x^3 \geq 3x - 2$.

Exercice 16 – Type bac : étude complète

Soit $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$. 1) Calculer et factoriser $f'(x)$. 2) Dresser le tableau de variation.

Exercice 17 – Type bac : extremum et paramètre

Soit $f(x) = x^2 - 2mx + 1$. Pour quelle valeur de m le minimum de f est-il atteint en $x = 3$?

Exercice 18 – Type bac : optimisation d'un volume

On fabrique une boîte sans couvercle à partir d'un carton carré de 12 cm de côté, en découpant un carré de côté x à chaque coin. Le volume est $V(x) = x(12 - 2x)^2$ pour $x \in]0;6[$. Déterminer x maximisant le volume.

Exercice 19 – Type bac : tableau et nombre de solutions

Soit $f(x) = x^3 - 3x + 1$, de maximum local $f(-1) = 3$ et minimum local $f(1) = -1$. Combien l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle de solutions ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 20 – Type bac : la canette la plus économique

Une canette cylindrique doit contenir 330 cm^3. On note r son rayon et h sa hauteur (en cm). On veut minimiser la surface de métal $S = 2\pi r^2 + 2\pi r h$.

1. Exprimer h en fonction de r, puis montrer que $S(r) = 2\pi r^2 + \dfrac{660}{r}$.

2. Calculer $S'(r)$ et montrer que S est minimale pour $r = \sqrt[3]{\dfrac{165}{\pi}}$.

3. Donner des valeurs approchées de r, h et de la surface minimale. Que remarque-t-on ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).