Répétition d’épreuves indépendantes — Première STI2D

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Prélever quatre pièces à la suite, tester trois fois un composant, transmettre le même bit trois fois : à chaque fois on RÉPÈTE la même expérience à deux issues, dans les mêmes conditions et sans que les essais s’influencent. C’est le schéma de Bernoulli, et l’outil pour le traiter est l’arbre : on multiplie les probabilités le long d’un chemin, on additionne les chemins qui donnent le résultat cherché. Ces 20 exercices corrigés couvrent l’identification d’une épreuve de Bernoulli, les arbres à 2, 3 et 4 répétitions, le calcul de « au moins un succès » par l’évènement contraire, et les applications de fiabilité (redondance, vote majoritaire) typiques de la STI2D. La difficulté est croissante : l’énoncé puis la correction détaillée s’affichent d’un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables : mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-sti2d/repetition-epreuves-independantes

Exercice 1 – Reconnaître une épreuve de Bernoulli

Quatre expériences sont proposées : ① on prélève une pièce et on note si elle est conforme ; ② on lance un dé à six faces et on note le résultat ; ③ on teste une soudure et on note si elle tient ; ④ on mesure la longueur d’une tige.

1. Lesquelles sont des épreuves de Bernoulli ?

2. Pour celles qui le sont, précise le succès et la probabilité p, en supposant 3% de pièces non conformes et 2% de soudures défaillantes.

Exercice 2 – Arbre de deux répétitions

On prélève successivement deux pièces dans une production comportant 10% de pièces défectueuses. Le stock est assez grand pour que les prélèvements soient indépendants. Succès S : « la pièce est défectueuse », $p = 0{,}1$.

1. Dessine (mentalement) l’arbre et donne les quatre issues.

2. Calcule la probabilité de chaque issue et vérifie la somme.

Exercice 3 – Deux succès consécutifs

Un automate réussit une opération de perçage avec une probabilité 0,96, indépendamment des autres opérations.

1. Quelle est la probabilité qu’il réussisse deux perçages consécutifs ?

2. Et trois perçages consécutifs ?

Exercice 4 – Au moins un succès sur deux essais

Un capteur détecte une pièce mal positionnée avec une probabilité 0,8 à chaque passage. La pièce passe deux fois devant le capteur, les détections étant indépendantes.

1. Quelle est la probabilité qu’elle ne soit détectée à aucun des deux passages ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2. Quelle est la probabilité qu'elle soit détectée au moins une fois ?

Exercice 5 – Compter les chemins d'un arbre à trois répétitions

On répète trois fois une épreuve de Bernoulli de paramètre p.

1. Combien l'arbre comporte-t-il de chemins ?

2. Combien de chemins donnent exactement 0, 1, 2 puis 3 succès ?

Exercice 6 – Exactement un succès sur trois

Trois composants identiques sont testés. Chacun est défectueux avec une probabilité 0,2, indépendamment des autres.

1. Calcule la probabilité qu'exactement un composant soit défectueux.

2. Calcule la probabilité qu'exactement deux le soient.

Exercice 7 – Au moins un défaut sur trois prélèvements

Une production comporte 5% de pièces non conformes. On prélève trois pièces au hasard, les prélèvements étant indépendants.

1. Calcule la probabilité qu'aucune pièce ne soit non conforme.

2. Calcule la probabilité qu'au moins une pièce soit non conforme.

3. Combien de pièces faudrait-il prélever pour que cette probabilité dépasse 0,25 ?

Exercice 8 – Arbre à quatre répétitions

On répète quatre fois une épreuve de Bernoulli de paramètre $p = 0{,}5$ (lancer d'une pièce équilibrée, succès = pile).

1. Combien de chemins l'arbre comporte-t-il ?

2. Donne le nombre de chemins pour 0, 1, 2, 3 et 4 succès.

3. Calcule la probabilité d'obtenir exactement deux piles.

Exercice 9 – Loi du nombre de succès sur deux épreuves

Un test de mise sous tension réussit avec une probabilité 0,9. On le réalise deux fois de façon indépendante. On note X le nombre de réussites.

1. Quelles valeurs peut prendre X ?

2. Donne la loi de probabilité de X sous forme de tableau.

Exercice 10 – Les conditions sont-elles remplies ?

Trois situations sont proposées : ① on prélève 3 pièces AVEC remise dans un lot de 50 dont 5 défectueuses ; ② on prélève 3 pièces SANS remise dans ce même lot de 50 ; ③ on prélève 3 pièces sans remise dans un lot de 100 000 dont 10% défectueuses.

1. Dans quels cas peut-on parler de répétition d'épreuves identiques et indépendantes ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2. Pour ②, calcule la probabilité que les trois pièces soient défectueuses et compare au calcul avec remise.

Exercice 11 – Redondance d’un système à trois composants

Un système de sécurité comporte trois détecteurs identiques et indépendants. Chacun fonctionne avec une probabilité 0,9.

1. Calcule la probabilité que les trois fonctionnent.

2. Calcule la probabilité qu’aucun ne fonctionne.

3. Le système est opérationnel dès qu’au moins un détecteur fonctionne. Calcule sa fiabilité.

4. Même question si le système exige au moins deux détecteurs en fonctionnement.

Exercice 12 – Loi du nombre de pièces défectueuses

Dans une production comportant 25% de pièces à retoucher, on prélève 3 pièces au hasard (prélèvements indépendants). On note X le nombre de pièces à retoucher.

1. Donne la loi de probabilité de X.

2. Calcule $P(X \geq 1)$ et $P(X \leq 2)$.

Exercice 13 – Quatre prélèvements de contrôle

Un contrôleur prélève 4 pièces en fin de ligne. Chaque pièce est non conforme avec une probabilité 0,1, indépendamment des autres. La production est arrêtée si au moins 2 pièces du prélèvement sont non conformes.

1. Calcule la probabilité qu’aucune pièce ne soit non conforme.

2. Calcule la probabilité qu’exactement une pièce soit non conforme.

3. Calcule la probabilité d’un arrêt de production.

Exercice 14 – Quel taux de réussite viser ?

Un robot dispose de trois tentatives indépendantes pour saisir une pièce. On veut que la probabilité de réussir au moins une saisie atteigne 0,99.

1. Traduis la condition par une inéquation portant sur la probabilité d’échec q d’une tentative.

2. Détermine la valeur maximale acceptable de q, puis le taux de réussite minimal p.

Exercice 15 – Fiabilité d’une ligne à quatre postes

Une pièce traverse quatre postes automatisés successifs. Chaque poste réalise correctement son opération avec une probabilité 0,97, indépendamment des autres. La pièce n’est conforme que si les quatre opérations sont réussies.

1. Calcule la probabilité qu’une pièce soit conforme.

2. Calcule la probabilité qu’au moins une opération échoue.

3. Sur une production de 5 000 pièces, combien de pièces non conformes prévoir ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 16 – Type bac : loi complète sur quatre essais

Un banc de test applique 4 cycles de charge identiques et indépendants à une soudure. À chaque cycle, la soudure casse avec une probabilité 0,15. On note X le nombre de cycles où elle casse (on suppose le test poursuivi jusqu’au bout, même après rupture).

1. Donne la loi de probabilité de X, en arrondissant à 10^{-4}.

2. Calcule $P(X \geq 1)$.

3. Calcule $P(X \geq 2)$ et commente.

Exercice 17 – Type bac : transmission avec vote majoritaire

Un capteur transmet un bit (0 ou 1). Chaque transmission est erronée avec une probabilité 0,1. Pour fiabiliser la liaison, le même bit est envoyé 3 fois et le récepteur retient la valeur majoritaire (au moins 2 transmissions concordantes). Les transmissions sont indépendantes.

1. Calcule la probabilité que le bit reçu soit correct SANS redondance.

2. Avec le vote majoritaire, calcule la probabilité que la valeur retenue soit correcte.

3. De quel facteur la probabilité d’erreur est-elle divisée ?

Exercice 18 – Type bac : deux stratégies de contrôle

Un atelier veut détecter un déréglage. Deux protocoles sont proposés : • protocole A : 2 mesures, chacune détectant le déréglage avec une probabilité 0,7 ; • protocole B : 4 mesures, chacune détectant le déréglage avec une probabilité 0,4. Les mesures sont indépendantes, et le déréglage est détecté si au moins une mesure le signale.

1. Calcule la probabilité de détection pour chaque protocole.

2. Quel protocole choisir ?

3. Combien faudrait-il de mesures au protocole B pour égaler le protocole A ?

Exercice 19 – Type bac : arbre et probabilité conditionnelle

Un test de mise en service est appliqué à trois équipements identiques et indépendants. Chaque équipement passe le test avec une probabilité 0,8. On note X le nombre d’équipements qui passent le test.

1. Donne la loi de X.

2. Sachant qu’au moins un équipement a échoué, quelle est la probabilité qu’exactement un ait échoué ?

3. Sachant que deux équipements au moins ont réussi, quelle est la probabilité que les trois aient réussi ?

Exercice 20 – Type bac : simuler la répétition en Python

On veut estimer par simulation la probabilité d’obtenir au moins 2 pièces défectueuses en prélevant 4 pièces dans une production en comportant 15%. On rappelle que `random()` renvoie un nombre au hasard dans [0 ; 1[.

1. Écris une fonction Python simulant un prélèvement de 4 pièces et renvoyant le

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

nombre de pièces défectueuses.

2. Écris une fonction estimant la probabilité cherchée sur N simulations.

3. Calcule la valeur théorique et compare-la à ce que doit donner la simulation.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).