Séries statistiques à deux variables — Première STI2D

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Deux variables mesurées ensemble — une tension et une pression, une température et une consommation, une puissance et un débit — se lisent d'abord comme un NUAGE DE POINTS. Si ce nuage s'étire le long d'une droite, on peut l'ajuster : la droite d'ajustement sert alors à prévoir une valeur non mesurée (interpolation) ou à prolonger la tendance (extrapolation, beaucoup plus risquée). C'est exactement le travail d'étalonnage d'un capteur, et celui de toute étude de consommation en STI2D. Ces 20 exercices corrigés couvrent le nuage, le point moyen, l'ajustement affine, la prévision et la critique du modèle — y compris la détection d'une mesure aberrante. La difficulté est croissante : l'énoncé puis la correction détaillée s'affichent d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-sti2d/statistiques-deux-variables

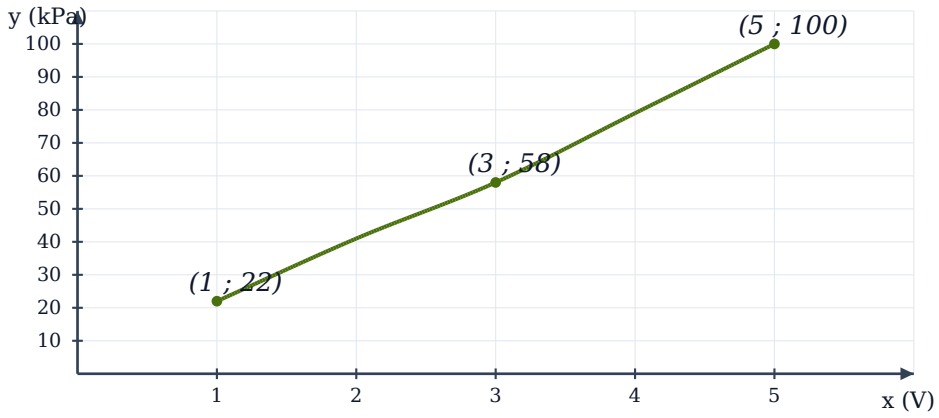
Exercice 1 – Lire un nuage de points

On étalonne un capteur de pression. Pour cinq tensions de sortie x (en volts), on relève la pression y (en kPa) :

x : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 · y : 22 ; 41 ; 58 ; 79 ; 100

1. Donne les coordonnées des cinq points du nuage.

2. Le nuage semble-t-il aligné ?



Exercice 2 – Calculer le point moyen

On reprend la série d'étalonnage : x vaut 1, 2, 3, 4, 5 et y vaut 22, 41, 58, 79, 100.

1. Calcule $\overline{x}$ et $\overline{y}$.

2. Donne les coordonnées du point moyen G.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 3 – Lire une droite d'ajustement

Pour une série reliant la puissance x (en kW) et le débit y (en L/min) d'une pompe, la droite d'ajustement a pour équation $y = 4{,}55x + 98{,}5$.

1. Donne le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.

2. Interprète le coefficient directeur dans le contexte.

3. Interprète l'ordonnée à l'origine, et dis si elle a un sens physique.

Exercice 4 – Prévoir par interpolation

La droite d'ajustement de l'étalonnage du capteur est $y = 19{,}4x + 1{,}8$, où x est la tension en volts et y la pression en kPa, pour $1 \leq x \leq 5$.

1. Estime la pression correspondant à une tension de 3,5 V.

2. Estime la tension correspondant à une pression de 70 kPa.

Exercice 5 – Moyennes de deux séries de relevés

Six relevés de température extérieure x (en °C) et de consommation de gaz y (en m³) :

x : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 · y : 210 ; 192 ; 174 ; 156 ; 138 ; 120

1. Calcule $\overline{x}$ et $\overline{y}$.

2. Le nuage est-il exactement aligné ? Justifie.

Exercice 6 – Droite passant par deux points du nuage

On ajuste « à la main » la série d'étalonnage (x en V, y en kPa) en traçant la droite qui passe par le premier et le dernier point : $(1\,;22)$ et $(5\,;100)$.

1. Détermine l'équation de cette droite.

2. Compare sa prévision en $x = 3$ avec la valeur mesurée 58.

Exercice 7 – Interpolation ou extrapolation ?

L'étalonnage du capteur a été fait pour des tensions de 1 V à 5 V, avec pour ajustement $y = 19{,}4x + 1{,}8$.

1. Calcule la pression prévue pour $x = 2{,}4$ V, puis pour $x = 9$ V.

2. Pour chacune, dis s'il s'agit d'interpolation ou d'extrapolation, et commente la fiabilité.

Exercice 8 – Résidus d'un ajustement

Pour la série d'étalonnage et la droite $y = 19{,}4x + 1{,}8$, on appelle résidu l'écart « valeur mesurée − valeur prévue ».

1. Calcule les cinq résidus.

2. Quelle mesure s'écarte le plus du modèle ?

3. Que vaut la somme des résidus ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Vérifier qu'une droite passe par le point moyen

Six relevés du taux de rebut y (en ‰) en fonction de la cadence x (en pièces/min) :

x : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 · y : 28 ; 29 ; 39 ; 45 ; 47 ; 58La calculatrice donne l'ajustement $y = 6x + 20$.

1. Calcule le point moyen G.

2. Vérifie que la droite d'ajustement passe par G.

3. Interprète le coefficient directeur.

Exercice 10 – Antécédent par une droite d'ajustement

La consommation de gaz y (en m³) en fonction de la température x (en °C) est ajustée par $y = -9x + 228$, pour $2 \leq x \leq 12$.

1. Estime la consommation à 7,5 °C.

2. Pour quelle température la consommation prévue serait-elle de 150 m³ ?

3. À partir de quelle température la consommation prévue passerait-elle sous 120 m³ ?

Exercice 11 – Quand l'extrapolation devient absurde

Le même ajustement $y = -9x + 228$ (consommation de gaz en m³, température en °C) est utilisé par un technicien pour prévoir la consommation à 30 °C.

1. Calcule la valeur prévue par le modèle.

2. Commente ce résultat.

3. Détermine la température au-delà de laquelle le modèle prévoit une consommation négative.

Exercice 12 – Sensibilité et décalage d'un capteur

L'étalonnage du capteur de pression donne $y = 19{,}4x + 1{,}8$ (x en volts, y en kPa). En métrologie, le coefficient directeur s'appelle la SENSIBILITÉ et l'ordonnée à l'origine le DÉCALAGE (offset).

1. Donne la sensibilité du capteur avec son unité.

2. Le constructeur annonce une sensibilité de 20 kPa/V. L'écart relatif est-il acceptable s'il doit rester sous 5% ?

3. On corrige le décalage en retirant 1,8 kPa à toutes les mesures. Quelle est la nouvelle équation ?

Exercice 13 – Comparer deux ajustements

Pour la série x:1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et y:22 ; 41 ; 58 ; 79 ; 100, on compare deux droites : D_1:$y = 19{,}4x + 1{,}8$ (calculatrice) et D_2:$y = 19{,}5x + 2{,}5$ (droite des points extrêmes).

1. Calcule, pour chaque droite, la somme des carrés des résidus.

2. Quelle droite ajuste le mieux le nuage ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 14 – Effet d’un changement d’unité

L’ajustement d’une série donne $y = 4{,}55x + 98{,}5$, où x est une puissance en kW et y un débit en L/min.

1. On exprime désormais le débit en L/h. Quelle est la nouvelle équation d’ajustement ?

2. On exprime la puissance en W au lieu de kW (sans changer l’unité du débit). Quelle est alors l’équation ?

Exercice 15 – Quand un ajustement affine n’est pas pertinent

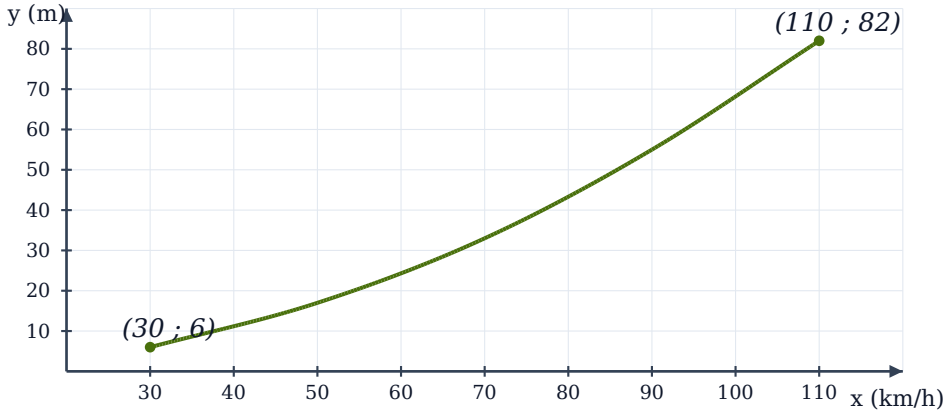
On relève la distance de freinage y (en m) d’un véhicule en fonction de sa vitesse x (en km/h) :

x : 30 ; 50 ; 70 ; 90 ; 110 · y : 6 ; 17 ; 33 ; 55 ; 82

1. Calcule les écarts successifs de y.

2. Un ajustement affine est-il pertinent ? Justifie.

3. Que peut-on dire de la nature de la liaison entre x et y ?



Exercice 16 – Type bac : étalonnage complet d’un capteur

Un capteur de température délivre une tension y (en mV) selon la température x (en °C). Cinq mesures d’étalonnage donnent :

x : 10 ; 20 ; 30 ; 40 ; 50 · y : 145 ; 190 ; 232 ; 281 ; 327La calculatrice fournit l’ajustement $y = 4{,}55x + 98{,}5$.

1. Calcule le point moyen et vérifie l’équation d’ajustement.

2. Quelle tension prévoir à 35 °C ?

3. Un relevé indique 258 mV. Estime la température correspondante, au dixième de degré.

4. Peut-on utiliser ce capteur à 200 °C avec ce modèle ?

Exercice 17 – Type bac : détecter une mesure aberrante

Six relevés relient la vitesse de rotation x (en tr/min, par centaines) et le niveau sonore y (en dB) d’un ventilateur :

x : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 · y : 28 ; 29 ; 39 ; 45 ; 47 ; 58L’ajustement de la calculatrice est

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$y = 6x + 20$.

1. Calcule les six résidus.

2. Une mesure semble-t-elle aberrante ?

3. La technicienne refait la mesure à $x = 2$ et trouve 33 dB. Recalcule $\overline{y}$ avec cette valeur corrigée et commente.

Exercice 18 – Type bac : prévision et seuil de production

La production annuelle d'un atelier, en milliers de pièces, est relevée depuis 2020 ($x = 0$ en 2020) :

x : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 · y : 120 ; 129 ; 141 ; 153 ; 162 ; 171L'ajustement affine est $y = 10{,}4x + 119{,}5$.

1. Le point moyen appartient-il exactement à cette droite ?

2. Estime la production en 2027.

3. En quelle année la production dépasserait-elle 220 milliers de pièces selon ce modèle ?

4. Quelle réserve faut-il émettre ?

Exercice 19 – Type bac : deux séries, un même nuage

Deux ateliers mesurent le même phénomène : le rendement y (en %) d'une installation selon le débit x (en m³/h). L'atelier A obtient l'ajustement $y = 0{,}8x + 52$ sur la plage $[10\,;40]$, l'atelier B obtient $y = 0{,}5x + 62$ sur la plage $[30\,;60]$.

1. Pour quel débit les deux modèles prévoient-ils le même rendement ?

2. Ce débit appartient-il aux deux plages de validité ?

3. Les deux modèles sont-ils contradictoires ? Que proposer ?

Exercice 20 – Type bac : ajustement d'un relevé de consommation

On relève la consommation y (en kWh) d'un four selon le nombre x de cycles quotidiens :

x : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 · y : 30 ; 35 ; 42 ; 51 ; 62

La calculatrice donne l'ajustement affine $y = 8x + 20$.

1. Calcule le point moyen et vérifie que la droite y passe.

2. Interprète les deux coefficients dans le contexte.

3. Estime la consommation pour 6 cycles, puis pour 20 cycles.

4. Le nuage justifie-t-il pleinement un ajustement affine ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).