Suites numériques — Première STI2D

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Une suite, c'est une grandeur qu'on ne mesure qu'à des instants séparés : la production du mois n, la valeur comptable d'une machine après n années, la température relevée toutes les minutes. Deux modèles reviennent sans arrêt en STI2D : la suite ARITHMÉTIQUE, qui ajoute toujours la même quantité (amortissement linéaire, remplissage à débit constant), et la suite GÉOMÉTRIQUE, qui multiplie toujours par le même coefficient (dépréciation en pourcentage, décharge d'un condensateur). Ces 20 exercices corrigés vont du calcul des premiers termes au problème type bac avec recherche de seuil par algorithme, en passant par le sens de variation et le passage d'un taux d'évolution à une raison. La difficulté est croissante : l'énoncé puis la correction détaillée s'affichent d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-sti2d/suites-numeriques

Exercice 1 – Premiers termes d'une suite explicite

Le nombre de pièces produites le jour n par un poste automatisé est modélisé par $u_n = 3n^2 + 20$, pour $n \geq 0$.

1. Calcule u_0, u_1 et u_4.

2. Calcule u_{10}.

Exercice 2 – Premiers termes d'une suite par récurrence

Le nombre de pannes du mois n sur un parc de machines est modélisé par $v_0 = 80$ et $v_{n+1} = 0{,}75\,v_n + 5$.

1. Calcule v_1, v_2 et v_3, arrondis au dixième.

2. Pourquoi ne peut-on pas calculer v_{20} directement avec cette relation ?

Exercice 3 – Arithmétique ou géométrique ?

Trois relevés, sur cinq périodes :

A : 40 ; 46 ; 52 ; 58 ; 64

B : 800 ; 720 ; 648 ; 583,2 ; 524,88

C : 5 ; 10 ; 20 ; 35 ; 55

1. Pour chaque relevé, dis s'il s'agit d'une suite arithmétique, géométrique, ou d'aucune des deux, et précise la raison le cas échéant.

Exercice 4 – Terme général d'une suite arithmétique

Une cuve contient 150 litres, et on y ajoute 24 litres chaque heure. On note u_n le volume, en litres, au bout de n heures.

1. Justifie que (u_n) est arithmétique et donne sa raison.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2. Exprime u_n en fonction de n.

3. Quel volume au bout de 12 heures ?

Exercice 5 – Terme général d'une suite géométrique

Une machine est achetée 24 000 € et perd 15% de sa valeur chaque année. On note w_n sa valeur, en euros, après n années.

1. Justifie que (w_n) est géométrique et donne sa raison.

2. Exprime w_n en fonction de n.

3. Calcule la valeur de la machine après 5 ans, arrondie à l'euro.

Exercice 6 – Sens de variation : lire la raison

On considère quatre suites : $a_n = 12 - 3n$, $b_n = 4 + 0{,}5n$, $c_n = 200 \times 1{,}04^{\,n}$ et $d_n = 500 \times 0{,}92^{\,n}$.

1. Pour chacune, donne la nature (arithmétique ou géométrique), la raison, et le sens de variation en justifiant.

Exercice 7 – Retrouver une suite arithmétique à partir de deux termes

Une suite arithmétique (u_n) vérifie $u_3 = 29$ et $u_{11} = 69$.

1. Détermine la raison r.

2. Détermine u_0 puis exprime u_n en fonction de n.

3. Calcule u_{25}.

Exercice 8 – D'un taux d'évolution à une raison

Le débit moyen d'un réseau interne augmente de 6% par an. Il vaut 250 Mo/s en 2026 (rang 0).

1. Donne la raison de la suite (d_n) des débits et son terme général.

2. Quel débit prévoir en 2032 ?

3. Quel est le taux d'évolution total entre 2026 et 2032 ?

Exercice 9 – Calculer un terme de rang élevé avec un tableur

Une suite est définie par $t_0 = 12$ et $t_{n+1} = 1{,}5\,t_n - 2$. On veut obtenir t_8.

1. Quelle formule saisir en B3 d'un tableur si B2 contient t_0 et si la colonne B reçoit les termes successifs ?

2. Calcule t_1, t_2, t_3 et t_4.

3. La suite semble-t-elle croissante ? Justifie sur les premiers termes.

Exercice 10 – Sens de variation par la différence

On considère la suite définie pour $n \geq 0$ par $u_n = n^2 - 6n + 10$, qui modélise un écart de réglage.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

1. Calcule u_0 à u_6.

2. Calcule $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n.

3. En déduire le sens de variation de la suite.

Exercice 11 – Amortissement linéaire ou dégressif

Un tour numérique est acheté 40 000 €. Deux modes d'amortissement sont envisagés : • modèle A (linéaire) : la valeur baisse de 5 000 € par an ; • modèle B (dégressif) : la valeur baisse de 18% par an.

1. Donne le terme général de chaque suite (a_n) et (b_n).

2. Compare les valeurs après 3 ans, puis après 6 ans.

3. Quel modèle est le plus avantageux pour l'entreprise si elle revend la machine au bout de 7 ans ?

Exercice 12 – Recherche de seuil

La charge d'une batterie de secours, en Wh, est modélisée par $c_n = 1\,200 \times 0{,}93^{\,n}$, où n est le nombre de jours écoulés. En dessous de 600 Wh, la batterie doit être rechargée.

1. Vérifie qu'au bout de 9 jours la charge est encore suffisante.

2. Détermine le premier jour où la charge passe sous 600 Wh.

Exercice 13 – Modèle mixte : remplissage avec fuite

Un réservoir contient 300 L. Chaque jour, on y verse 90 L, mais il perd 20% de son contenu par évaporation et fuites. On note r_n le volume, en litres, après n jours, avec $r_{n+1} = 0{,}8\,r_n + 90$.

1. Calcule r_1, r_2 et r_3.

2. Montre que si un volume vaut 450 L, il reste 450 L le lendemain.

3. Que peut-on en déduire sur l'évolution à long terme ?

Exercice 14 – Cumul de production par un algorithme

Un atelier produit 120 pièces le premier mois, puis augmente sa production de 15 pièces chaque mois. On note p_n la production du mois n (avec $p_1 = 120$).

1. Exprime p_n en fonction de n.

2. Calcule la production totale des 6 premiers mois.

3. Écris un programme Python qui renvoie ce total pour un nombre de mois donné.

Exercice 15 – Stock et seuil de réapprovisionnement

Un magasin d'atelier dispose de 800 joints en stock et en consomme 45 par semaine, sans réapprovisionnement. On note s_n le stock au bout de n semaines.

1. Exprime s_n en fonction de n.

2. Une commande doit être passée dès que le stock descend sous 200 joints. À quelle semaine ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

3. Le délai de livraison étant de trois semaines, à quelle semaine faut-il commander pour ne jamais tomber en rupture ?

Exercice 16 – Type bac : deux contrats de maintenance

Deux prestataires proposent un contrat de maintenance sur plusieurs années. Contrat A : 4 000 € la première année, puis 300 € de plus chaque année. Contrat B : 3 200 € la première année, puis +8% chaque année.

1. Exprime le coût a_n et b_n de la n-ième année (avec $n \geq 1$).

2. Compare les coûts de la 5e et de la 10e année.

3. À partir de quelle année le contrat B devient-il plus coûteux que le contrat A ?

Exercice 17 – Type bac : retrouver la raison d'une géométrique

L'amplitude des vibrations d'un support, mesurée toutes les secondes, décroît géométriquement. On relève $v_0 = 2\,000$ µm et $v_2 = 1\,620$ µm.

1. Détermine la raison q de la suite, sachant qu'elle est positive.

2. Donne le pourcentage de baisse par seconde.

3. Calcule v_5, arrondi au µm.

Exercice 18 – Type bac : seuil par algorithme Python

Le nombre de rebuts d'un atelier est de 480 par mois. Un plan d'action doit le faire baisser de 9% par mois. L'objectif est de descendre sous 200 rebuts mensuels.

1. Modélise la situation par une suite et donne son terme général.

2. Écris un programme Python qui renvoie le nombre de mois nécessaires pour atteindre l'objectif.

3. Détermine ce nombre de mois et vérifie par le calcul.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

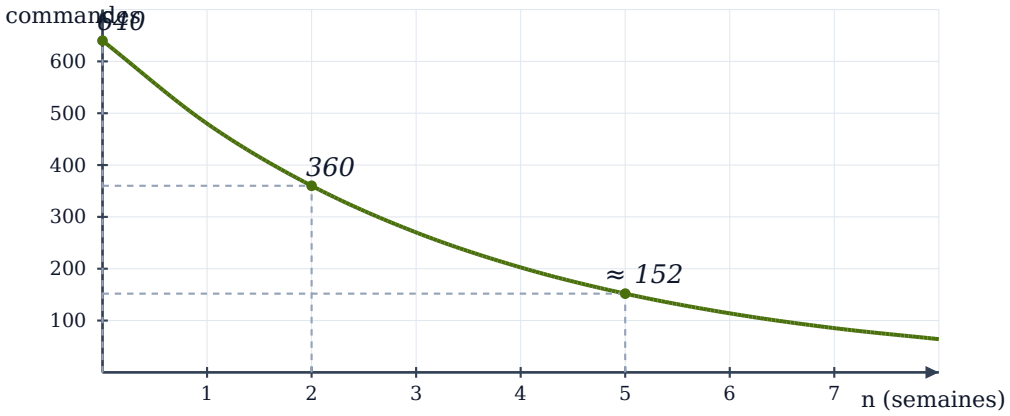
Exercice 19 – Type bac : lecture graphique d’une suite

Le graphique représente les termes d’une suite (u_n) modélisant le nombre de commandes en attente à la fin de la semaine n.

1. Lis u_0, u_2 et u_5.

2. La suite semble-t-elle arithmétique ou géométrique ? Justifie par un calcul.

3. Donne son terme général et prévois u_{10}.



Exercice 20 – Type bac : choisir entre deux stratégies de production

Un atelier produit 800 pièces au mois 0. Deux plans de montée en charge sont proposés : • plan 1 : +60 pièces par mois ; • plan 2 : +5% par mois. L’objectif est d’atteindre 1 400 pièces mensuelles.

1. Donne le terme général des suites (s_n) et (g_n) correspondantes.

2. Avec le plan 1, en combien de mois l’objectif est-il atteint ?

3. Même question avec le plan 2, puis conclus.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Premiers termes d'une suite explicite

La suite est donnée par une formule EXPLICITE : chaque terme se calcule directement à partir de son rang, sans connaître le précédent. Il suffit de remplacer n.

$u_0 = 3 \times 0^2 + 20 = 0 + 20 = 20$.

$u_1 = 3 \times 1^2 + 20 = 3 + 20 = 23$.

$u_4 = 3 \times 4^2 + 20 = 3 \times 16 + 20 = 48 + 20 = 68$.

$u_{10} = 3 \times 10^2 + 20 = 3 \times 100 + 20 = 320$.

Avantage d'une formule explicite : on obtient u_{10} — et même u_{1000} — sans calculer tous les termes intermédiaires.

Réponse. $u_0 = 20$ · $u_1 = 23$ · $u_4 = 68$ · $u_{10} = 320$.

Rappel de cours. Formule explicite : $u_n = f(n)$. Le terme de rang n se calcule en remplaçant n, directement.

Erreur fréquente. Calculer $3n^2$ comme $(3n)^2$: pour $n = 4$, $3 \times 16 = 48$ et non $12^2 = 144$. L'exposant ne porte que sur n.

Correction de l'exercice 2 – Premiers termes d'une suite par récurrence

La suite est définie par RÉCURRENCE : chaque terme se déduit du précédent. On applique la relation pas à pas, en partant de $v_0 = 80$.

$v_1 = 0{,}75 \times 80 + 5 = 60 + 5 = 65$.

$v_2 = 0{,}75 \times 65 + 5 = 48{,}75 + 5 = 53{,}75$, soit 53,8 au dixième.

$v_3 = 0{,}75 \times 53{,}75 + 5 = 40{,}3125 + 5 = 45{,}3125$, soit 45,3 au dixième.

Pour v_{20}, la relation exige de connaître v_{19}, qui exige v_{18}, etc. : il faudrait enchaîner 20 calculs. C'est là qu'un tableur ou un programme Python devient indispensable.

Pour l'information : la suite se stabilise autour de 20 pannes par mois, car $0{,}75 \times 20 + 5 = 20$ — une valeur qui se reproduit elle-même.

Réponse. $v_1 = 65$ · $v_2 \approx 53{,}8$ · $v_3 \approx 45{,}3$; v_{20} exige les 19 termes précédents (tableur ou algorithme).

Rappel de cours. Suite par récurrence : $u_{n+1} = f(u_n)$ et un premier terme. On ne peut pas « sauter » de rangs.

Erreur fréquente. Utiliser les valeurs arrondies pour la suite du calcul. On garde 53,75 (et non 53,8) pour calculer v_3, sinon l'erreur s'accumule.

Correction de l'exercice 3 – Arithmétique ou géométrique ?

Test d'une suite arithmétique : les DIFFÉRENCES entre termes consécutifs sont-elles constantes ?

Relevé A : $46 - 40 = 6$, $52 - 46 = 6$, $58 - 52 = 6$, $64 - 58 = 6$. Différence constante : A est ARITHMÉTIQUE de raison $r = 6$.

Test d'une suite géométrique : les QUOTIENTS entre termes consécutifs sont-ils constants ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Relevé B : $\frac{720}{800} = 0{,}9$, $\frac{648}{720} = 0{,}9$, $\frac{583{,}2}{648} = 0{,}9$, $\frac{524{,}88}{583{,}2} = 0{,}9$. B est GÉOMÉTRIQUE de raison $q = 0{,}9$ (baisse de 10% par période).

Relevé C : différences 5, 10, 15, 20 — non constantes, donc pas arithmétique. Quotients 2, 2, 1,75 — non constants, donc pas géométrique. C n'est NI l'une NI l'autre.

Remarque sur C : ce sont les différences qui augmentent régulièrement de 5. C'est une suite « à accroissement arithmétique », qu'on rencontre en cumul.

Réponse. A : arithmétique, $r = 6$ · B : géométrique, $q = 0{,}9$ · C : ni arithmétique ni géométrique.

Rappel de cours. Arithmétique ⇒ on AJOUTE toujours r · géométrique ⇒ on MULTIPLIE toujours par q.

Erreur fréquente. Se contenter de tester les deux premiers termes. Il faut vérifier sur TOUS les couples consécutifs disponibles : la suite C passe le test des quotients au début, puis le rate.

Correction de l'exercice 4 – Terme général d'une suite arithmétique

D'une heure à la suivante, on ajoute toujours la même quantité : $u_{n+1} = u_n + 24$. C'est exactement la définition d'une suite arithmétique, de raison $r = 24$.

Le premier terme est $u_0 = 150$ (volume à l'instant initial).

Formule du terme général : $u_n = u_0 + n\,r$, donc $u_n = 150 + 24n$.

Au bout de 12 heures : $u_{12} = 150 + 24 \times 12 = 150 + 288 = 438$ litres.

Contrôle : en 12 heures on a ajouté 288 L aux 150 L présents au départ ✔.

Remarque : $u_n = 150 + 24n$ est une expression AFFINE de n. Les points de la suite sont alignés — c'est la signature graphique d'une suite arithmétique.

Réponse. $r = 24$ · $u_n = 150 + 24n$ · $u_{12} = 438$ litres.

Rappel de cours. Suite arithmétique : $u_n = u_0 + n\,r$ (ou $u_n = u_p + (n-p)r$ si le premier terme est de rang p).

Erreur fréquente. Écrire $u_n = 150 + 24(n-1)$ alors que le premier terme est u_0. Le $(n-1)$ ne sert que si la suite commence à u_1.

Correction de l'exercice 5 – Terme général d'une suite géométrique

Perdre 15% revient à multiplier par le coefficient $1 - 0{,}15 = 0{,}85$, et ce chaque année : $w_{n+1} = 0{,}85\,w_n$.

C'est la définition d'une suite géométrique, de raison $q = 0{,}85$, avec $w_0 = 24\,000$.

Formule du terme général : $w_n = w_0 \times q^n$, donc $w_n = 24\,000 \times 0{,}85^{\,n}$.

Après 5 ans : $w_5 = 24\,000 \times 0{,}85^5$.

$0{,}85^5 \approx 0{,}443705$, donc $w_5 \approx 24\,000 \times 0{,}443705 \approx 10\,648{,}9$.

La machine vaut environ 10 649 € après 5 ans : elle a perdu plus de la moitié de sa valeur.

Réponse. $q = 0{,}85$ · $w_n = 24\,000 \times 0{,}85^{\,n}$ · $w_5 \approx 10\,649$ €.

Rappel de cours. Suite géométrique : $u_n = u_0 \times q^n$. Une baisse de t% par période donne $q = 1 - \frac{t}{100}$.

Erreur fréquente. Confondre $24\,000 \times 0{,}85^5$ et $(24\,000 \times 0{,}85)^5$: l'exposant ne porte que sur la raison.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 6 – Sens de variation : lire la raison

$a_n = 12 - 3n$ est de la forme $u_0 + nr$ avec $u_0 = 12$ et $r = -3$: arithmétique. Comme $r < 0$, la suite est DÉCROISSANTE.

$b_n = 4 + 0{,}5n$: arithmétique de raison $r = 0{,}5 > 0$, donc CROISSANTE.

$c_n = 200 \times 1{,}04^{\,n}$: géométrique de raison $q = 1{,}04$. Le premier terme 200 est positif et $q > 1$: la suite est CROISSANTE (elle gagne 4% par rang).

$d_n = 500 \times 0{,}92^{\,n}$: géométrique de raison $q = 0{,}92$. Premier terme positif et $0 < q < 1$: la suite est DÉCROISSANTE (elle perd 8% par rang).

Vérification numérique sur d : $d_0 = 500$, $d_1 = 460$, $d_2 = 423{,}2$ — bien décroissante ✔.

Réponse. a : arithmétique $r = -3$, décroissante · b : arithmétique $r = 0{,}5$, croissante · c : géométrique $q = 1{,}04$, croissante · d : géométrique $q = 0{,}92$, décroissante.

Rappel de cours. Arithmétique : le SIGNE de r donne le sens. Géométrique à premier terme positif : $q > 1$ croissante, $0 < q < 1$ décroissante.

Erreur fréquente. Dire qu’une suite géométrique de raison 0,92 est croissante « parce que $0{,}92 > 0$ ». Pour une géométrique, la comparaison utile est avec 1, pas avec 0.

Correction de l’exercice 7 – Retrouver une suite arithmétique à partir de deux termes

Entre les rangs 3 et 11, il y a $11 - 3 = 8$ pas de raison r : $u_{11} = u_3 + 8r$.

Donc $69 = 29 + 8r$, soit $8r = 40$ et $r = 5$.

Pour u_0, on redescend de 3 pas depuis u_3 : $u_0 = u_3 - 3r = 29 - 15 = 14$.

Terme général : $u_n = 14 + 5n$.

Contrôle : $u_3 = 14 + 15 = 29$ ✔ et $u_{11} = 14 + 55 = 69$ ✔.

$u_{25} = 14 + 5 \times 25 = 14 + 125 = 139$.

Réponse. $r = 5$ · $u_0 = 14$ et $u_n = 14 + 5n$ · $u_{25} = 139$.

Rappel de cours. $u_n = u_p + (n - p)\,r$: on compte le nombre de PAS entre les deux rangs, soit $n - p$.

Erreur fréquente. Diviser par 11 au lieu de 8 : entre u_3 et u_{11} il n’y a pas 11 pas mais 8.

Correction de l’exercice 8 – D’un taux d’évolution à une raison

Augmenter de 6% chaque année, c’est multiplier chaque année par $1 + 0{,}06 = 1{,}06$: la suite est géométrique de raison $q = 1{,}06$.

Terme général : $d_n = 250 \times 1{,}06^{\,n}$.

2032 correspond à $n = 2032 - 2026 = 6$.

$d_6 = 250 \times 1{,}06^6$. Or $1{,}06^6 \approx 1{,}418519$, donc $d_6 \approx 354{,}6$ Mo/s.

Taux global entre 2026 et 2032 : le coefficient global est $1{,}06^6 \approx 1{,}4185$, donc $t \approx (1{,}4185 - 1) \times 100 \approx +41{,}9\%$.

À retenir : 6% par an pendant 6 ans ne donne PAS 36% mais environ 41,9%. L’écart est l’effet cumulé (les intérêts portent sur les intérêts).

Réponse. $q = 1{,}06$, $d_n = 250 \times 1{,}06^{\,n}$ · $d_6 \approx 354{,}6$ Mo/s · hausse totale d’environ 41,9%.

Rappel de cours. Hausse de t% par période ⇒ $q = 1 + \frac{t}{100}$ · sur n périodes, le coefficient global est q^n.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Erreur fréquente. Multiplier le taux par le nombre d'années. Les évolutions en pourcentage se composent par multiplication des coefficients, jamais par addition des taux.

Correction de l'exercice 9 – Calculer un terme de rang élevé avec un tableur

La relation $t_{n+1} = 1{,}5\,t_n - 2$ se traduit en tableur en désignant la cellule juste au-dessus : en B3, on saisit `=1,5*B2-2`, puis on recopie vers le bas.

$t_1 = 1{,}5 \times 12 - 2 = 18 - 2 = 16$.

$t_2 = 1{,}5 \times 16 - 2 = 24 - 2 = 22$.

$t_3 = 1{,}5 \times 22 - 2 = 33 - 2 = 31$.

$t_4 = 1{,}5 \times 31 - 2 = 46{,}5 - 2 = 44{,}5$.

Les termes augmentent : $12 < 16 < 22 < 31 < 44{,}5$. La suite semble croissante, et de plus en plus vite — les écarts valent 4, 6, 9, 13,5, eux-mêmes multipliés par 1,5.

Attention : cette suite n'est NI arithmétique (écarts non constants) NI géométrique ($\frac{16}{12} \neq \frac{22}{16}$). On ne peut donc pas utiliser de formule de terme général au programme : le tableur ou un programme est la bonne méthode.

Réponse. Formule `=1,5*B2-2` · $t_1 = 16$, $t_2 = 22$, $t_3 = 31$, $t_4 = 44{,}5$ · suite croissante, de plus en plus vite.

Rappel de cours. En tableur, une relation de récurrence se recopie : la formule référence toujours la cellule du rang précédent (référence relative).

Erreur fréquente. Figer la référence (`=1,5*$B$2-2`) : toutes les lignes reprendraient t_0 et donneraient la même valeur.

Correction de l'exercice 10 – Sens de variation par la différence

$u_0 = 10$, $u_1 = 1 - 6 + 10 = 5$, $u_2 = 4 - 12 + 10 = 2$, $u_3 = 9 - 18 + 10 = 1$.

$u_4 = 16 - 24 + 10 = 2$, $u_5 = 25 - 30 + 10 = 5$, $u_6 = 36 - 36 + 10 = 10$.

On calcule $u_{n+1} = (n+1)^2 - 6(n+1) + 10 = n^2 + 2n + 1 - 6n - 6 + 10 = n^2 - 4n + 5$.

D'où $u_{n+1} - u_n = (n^2 - 4n + 5) - (n^2 - 6n + 10) = 2n - 5$.

Signe de $2n - 5$: il est négatif pour $n \leq 2$ (car $2n - 5 < 0 \Leftrightarrow n < 2{,}5$) et positif pour $n \geq 3$.

Conclusion : la suite est DÉCROISSANTE de u_0 à u_3, puis CROISSANTE à partir de u_3. Son minimum est $u_3 = 1$.

Contrôle avec les valeurs calculées : $10 > 5 > 2 > 1$ puis $1 < 2 < 5 < 10$ ✔. La suite n'est donc pas monotone.

Réponse. $u_{n+1} - u_n = 2n - 5$ · décroissante jusqu'à $u_3 = 1$, croissante ensuite : minimum 1 au rang 3.

Rappel de cours. Étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$: positif ⇒ croissante, négatif ⇒ décroissante. C'est la méthode générale, valable pour toute suite.

Erreur fréquente. Développer $(n+1)^2$ en $n^2 + 1$. Le double produit $2n$ est indispensable, sinon la différence est fausse.

Correction de l'exercice 11 – Amortissement linéaire ou dégressif

Modèle A : on retire toujours la même somme, c'est une suite arithmétique de raison $-5\,000$: $a_n = 40\,000 - 5\,000n$.

Modèle B : on multiplie par $1 - 0{,}18 = 0{,}82$ chaque année, c'est une suite géométrique :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$b_n = 40\,000 \times 0{,}82^{\,n}$.

Après 3 ans : $a_3 = 40\,000 - 15\,000 = 25\,000$ € ;
$b_3 = 40\,000 \times 0{,}82^{3} = 40\,000 \times 0{,}551368 \approx 22\,054{,}7$ €.

À 3 ans, le modèle dégressif donne une valeur PLUS BASSE (il fait perdre de la valeur plus vite au début).

Après 6 ans : $a_6 = 40\,000 - 30\,000 = 10\,000$ € ;
$b_6 = 40\,000 \times 0{,}82^{6} \approx 40\,000 \times 0{,}304007 \approx 12\,160{,}3$ €.

Le classement s'est INVERSÉ : à 6 ans, le dégressif laisse une valeur plus élevée. C'est logique : le linéaire retire 5 000 € quelle que soit la valeur restante, alors que le dégressif retire 18% d'une valeur qui diminue, donc de moins en moins d'euros.

À 7 ans : $a_7 = 40\,000 - 35\,000 = 5\,000$ € et $b_7 \approx 40\,000 \times 0{,}249286 \approx 9\,971{,}4$ €.

Pour une revente, l'entreprise a intérêt à avoir amorti au maximum, donc à afficher la valeur comptable la plus basse : le modèle A (linéaire) est plus avantageux à 7 ans, avec 5 000 € contre près de 10 000 €.

Limite du modèle A : $a_8 = 0$ et $a_9 = -5\,000$ €, ce qui n'a aucun sens. Le modèle linéaire n'est valable que pour $n \leq 8$; le modèle géométrique, lui, reste positif indéfiniment.

Réponse. $a_n = 40\,000 - 5\,000n$ et $b_n = 40\,000 \times 0{,}82^{\,n}$ · à 3 ans : 25 000 € contre ≈ 22 055 € · à 6 ans : 10 000 € contre ≈ 12 160 € · à 7 ans, le modèle A amortit davantage.

Rappel de cours. Baisse d'un MONTANT fixe ⇒ arithmétique · baisse d'un POURCENTAGE fixe ⇒ géométrique. Les deux courbes se croisent.

Erreur fréquente. Croire qu'un modèle domine l'autre sur toute la durée. Ici l'ordre s'inverse entre la 3e et la 6e année : il faut comparer aux rangs demandés.

Correction de l'exercice 12 – Recherche de seuil

$c_9 = 1\,200 \times 0{,}93^{9}$. Or $0{,}93^{9} \approx 0{,}520411$, donc $c_9 \approx 624{,}5$ Wh.

$624{,}5 > 600$: la charge est encore suffisante au bout de 9 jours ✔.

On cherche le plus petit n tel que $1\,200 \times 0{,}93^{\,n} < 600$, c'est-à-dire $0{,}93^{\,n} < 0{,}5$.

La suite étant décroissante, il suffit de balayer les rangs suivants : $0{,}93^{10} \approx 0{,}483\,982$, donc $c_{10} \approx 580{,}8$ Wh.

$580{,}8 < 600$: le seuil est franchi au rang 10.

Comme $c_9 \approx 624{,}5 > 600$ et $c_{10} \approx 580{,}8 < 600$, le premier jour où la charge est insuffisante est le JOUR 10.

Remarque : la charge a perdu la moitié de sa valeur en 10 jours, alors qu'elle ne perd que 7% par jour. Les baisses successives se cumulent plus vite qu'on ne l'imagine.

Réponse. $c_9 \approx 624{,}5$ Wh (suffisant) · le seuil de 600 Wh est franchi au rang $n = 10$ ($c_{10} \approx 580{,}8$ Wh).

Rappel de cours. Pour un seuil sur une suite MONOTONE, il suffit d'encadrer : le premier rang qui franchit le seuil est celui où le test change de résultat.

Erreur fréquente. Résoudre $0{,}93^{\,n} < 0{,}5$ « en divisant par 0,93 » : la puissance ne s'élimine pas ainsi. On balaye (ou on utilisera le logarithme en Terminale).

Correction de l'exercice 13 – Modèle mixte : remplissage avec fuite

$r_1 = 0{,}8 \times 300 + 90 = 240 + 90 = 330$ L.

$r_2 = 0{,}8 \times 330 + 90 = 264 + 90 = 354$ L.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$r_3 = 0{,}8 \times 354 + 90 = 283{,}2 + 90 = 373{,}2$ L.

On teste 450 : $0{,}8 \times 450 + 90 = 360 + 90 = 450$. Le volume se reproduit à l'identique : 450 L est un ÉQUILIBRE du modèle.

Interprétation physique : à 450 L, la perte journalière vaut 20% de 450, soit exactement 90 L — précisément ce qu'on ajoute. Les deux effets se compensent.

Comme on part de $300 < 450$ et que la suite est croissante (les termes calculés augmentent : $300 < 330 < 354 < 373{,}2$), le volume monte vers 450 L sans jamais le dépasser.

Quelques termes plus loin : $r_{10} \approx 433{,}9$ L, $r_{20} \approx 448{,}3$ L. Le réservoir se stabilise autour de 450 L.

Cette suite n'est ni arithmétique (écarts 30, 24, 19,2 : non constants) ni géométrique (quotients non constants) : c'est un modèle mixte, qu'on étudie par le calcul pas à pas.

Réponse. $r_1 = 330$ L, $r_2 = 354$ L, $r_3 = 373{,}2$ L · 450 L est un équilibre · le volume croît et se stabilise vers 450 L.

Rappel de cours. Un volume d'équilibre ℓ vérifie $\ell = 0{,}8\ell + 90$: ce qu'on ajoute compense exactement ce qui est perdu.

Erreur fréquente. Penser que le réservoir se remplit sans limite parce qu'on ajoute 90 L par jour : la perte grandit avec le contenu, ce qui borne le volume.

Correction de l'exercice 14 – Cumul de production par un algorithme

La production augmente d'une quantité fixe : suite arithmétique de raison 15, de premier terme $p_1 = 120$.

Comme le premier terme est de rang 1 : $p_n = p_1 + (n-1) \times 15 = 120 + 15(n-1)$, soit $p_n = 105 + 15n$.

Contrôle : $p_1 = 105 + 15 = 120$ ✔ et $p_2 = 135$ (soit $120 + 15$) ✔.

Les six premiers mois : 120, 135, 150, 165, 180, 195.

Total en les additionnant : $120 + 135 = 255$; $255 + 150 = 405$; $405 + 165 = 570$; $570 + 180 = 750$; $750 + 195 = 945$.

La production totale des 6 premiers mois est de 945 pièces.

Programme d'accumulation : on part d'un total nul et on ajoute les termes un par un.

```
def total(N):
    S = 0
    for n in range(1, N+1):
        S = S + 105 + 15*n
    return S
```

Avec `total(6)`, le programme renvoie bien 945. Le `range(1, N+1)` est important : il fait bien parcourir les rangs 1 à N inclus.

Réponse. $p_n = 105 + 15n$ · 945 pièces sur les 6 premiers mois · cumul par boucle d'accumulation `S = S + 105 + 15*n`.

Rappel de cours. Un cumul se programme avec un accumulateur : une variable initialisée à 0 à laquelle on ajoute chaque terme dans une boucle.

Erreur fréquente. Écrire $p_n = 120 + 15n$: on obtiendrait $p_1 = 135$, un mois d'avance. Quand la suite commence à $n = 1$, le terme général utilise $(n-1)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 15 – Stock et seuil de réapprovisionnement

On retire toujours la même quantité : suite arithmétique de raison -45, de premier terme $s_0 = 800$.

$s_n = 800 - 45n$.

Seuil de commande : on résout $800 - 45n < 200$, soit $-45n < -600$.

En divisant par -45 (ce qui INVERSE l’inégalité) : $n > \dfrac{600}{45} \approx 13{,}33$.

Le premier entier convenant est $n = 14$: la commande doit être passée à la 14e semaine ($s_{14} = 800 - 630 = 170 < 200$, alors que $s_{13} = 215$).

Pour la rupture, on cherche quand le stock s’épuise : $800 - 45n \leq 0$ donne $n \geq \dfrac{800}{45} \approx 17{,}78$, soit la 18e semaine.

Avec un délai de trois semaines, il faut donc commander au plus tard à la semaine $18 - 3 = 15$.

Contrôle : une commande passée en semaine 15 arrive en semaine 18, et $s_{17} = 800 - 765 = 35$ joints restants ✔ — juste assez pour tenir.

Remarque de gestion : le seuil de 200 joints (semaine 14) est plus prudent que le calcul limite (semaine 15). C’est le rôle du stock de sécurité : absorber un retard de livraison ou une consommation plus forte que prévu.

Réponse. $s_n = 800 - 45n$ · commande dès la 14e semaine · au plus tard la 15e compte tenu du délai de trois semaines.

Rappel de cours. Suite arithmétique décroissante : le seuil s’obtient en résolvant une inéquation, et l’on n’oublie pas d’inverser le sens en divisant par un négatif.

Erreur fréquente. Conclure $n = 13$: $s_{13} = 215$ joints, encore au-dessus du seuil. Il faut le premier entier STRICTEMENT supérieur à 13,33.

Correction de l’exercice 16 – Type bac : deux contrats de maintenance

Contrat A : suite arithmétique de premier terme $a_1 = 4\,000$ et de raison 300, donc $a_n = 4\,000 + 300(n-1) = 3\,700 + 300n$.

Contrat B : suite géométrique de premier terme $b_1 = 3\,200$ et de raison 1,08, donc $b_n = 3\,200 \times 1{,}08^{\,n-1}$.

5e année : $a_5 = 3\,700 + 1\,500 = 5\,200$ € et $b_5 = 3\,200 \times 1{,}08^4 \approx 3\,200 \times 1{,}360489 \approx 4\,353{,}6$ €. Le contrat B est moins cher.

10e année : $a_{10} = 3\,700 + 3\,000 = 6\,700$ € et $b_{10} = 3\,200 \times 1{,}08^9 \approx 3\,200 \times 1{,}999005 \approx 6\,396{,}8$ €. B reste moins cher, mais l’écart s’est réduit de 846 € à 303 €.

On poursuit : $b_{11} \approx 3\,200 \times 2{,}158925 \approx 6\,908{,}6$ € contre $a_{11} = 7\,000$ € : A est encore plus cher.

$b_{12} \approx 3\,200 \times 2{,}331639 \approx 7\,461{,}2$ € contre $a_{12} = 7\,300$ € : cette fois B DÉPASSE A.

Le contrat B devient donc plus coûteux à partir de la 12e année.

Explication : le contrat A croît d’un montant fixe, le contrat B d’un pourcentage — et une croissance en pourcentage finit toujours par dépasser une croissance linéaire, même partie de plus bas. Le choix dépend donc de la DURÉE d’engagement : B sur un contrat court, A sur un engagement long.

Réponse. $a_n = 3\,700 + 300n$, $b_n = 3\,200 \times 1{,}08^{\,n-1}$ · B moins cher en année 5 (≈ 4 354 €

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

contre 5 200 €) et en année 10 · B devient plus coûteux à partir de la 12e année.

Rappel de cours. Une suite géométrique de raison > 1 finit toujours par dépasser une suite arithmétique croissante, quels que soient les premiers termes.

Erreur fréquente. Utiliser l'exposant n au lieu de $n-1$ pour le contrat B : b_1 vaudrait 3 456 € et tout le raisonnement glisserait d'un an.

Correction de l'exercice 17 – Type bac : retrouver la raison d'une géométrique

Pour une suite géométrique, $v_2 = v_0 \times q^2$, donc $1\,620 = 2\,000\,q^2$.

$q^2 = \dfrac{1\,620}{2\,000} = 0{,}81$.

$q^2 = 0{,}81$ admet deux solutions, $q = 0{,}9$ et $q = -0{,}9$. La raison étant positive, $q = 0{,}9$.

Un coefficient 0,9 correspond à $t = (0{,}9 - 1) \times 100 = -10$: l'amplitude baisse de 10% par seconde.

Contrôle : $2\,000 \to 1\,800 \to 1\,620$ ✔ en deux baisses de 10%.

$v_5 = 2\,000 \times 0{,}9^5$. Or $0{,}9^5 = 0{,}59049$, donc $v_5 = 1\,180{,}98 \approx 1\,181$ µm.

Remarque : $q = \sqrt{0{,}81} = 0{,}9$ — c'est la moyenne GÉOMÉTRIQUE des deux coefficients de passage, pas leur moyenne arithmétique. Une baisse « moyenne » de 19% sur deux secondes ne se divise pas en deux baisses de 9,5%.

Réponse. $q = 0{,}9$ · baisse de 10% par seconde · $v_5 \approx 1\,181$ µm.

Rappel de cours. $v_{n+k} = v_n \times q^k$: pour remonter à q quand on connaît deux termes distants de k rangs, on extrait la racine k-ième du quotient.

Erreur fréquente. Calculer $\frac{1\,620}{2\,000} = 0{,}81$ et annoncer une baisse de 19% par seconde. 0,81 est le coefficient sur DEUX secondes ; par seconde, c'est $\sqrt{0{,}81} = 0{,}9$.

Correction de l'exercice 18 – Type bac : seuil par algorithme Python

Baisse de 9% par mois : suite géométrique de raison $q = 0{,}91$, de premier terme $u_0 = 480$, donc $u_n = 480 \times 0{,}91^n$.

Programme : on part de 480 et on multiplie par 0,91 tant qu'on est au-dessus du seuil, en comptant les passages.

```
def seuil():
    u = 480
    n = 0
    while u >= 200:
        u = 0.91 * u
        n = n + 1
    return n
```

La boucle `while` est le bon outil : on ne sait pas à l'avance combien d'étapes seront nécessaires (contrairement à une boucle `for`).

Vérifions à la main. $u_5 = 480 \times 0{,}91^5 \approx 480 \times 0{,}624032 \approx 299{,}5$: encore au-dessus.

$u_9 = 480 \times 0{,}91^9 \approx 480 \times 0{,}427930 \approx 205{,}3$: toujours au-dessus de 200.

$u_{10} = 480 \times 0{,}91^{10} \approx 480 \times 0{,}389416 \approx 186{,}9$: objectif ATTEINT.

Le programme renvoie donc 10 : il faut 10 mois pour descendre sous 200 rebuts

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

mensuels.

Contrôle de cohérence du signe de la conclusion : sur 10 mois, le coefficient global est $0{,}91^{10} \approx 0{,}389$, soit une baisse totale d'environ 61% — cohérent avec le passage de 480 à 187.

Réponse. $u_n = 480 \times 0{,}91^{\,n}$ · boucle `while u >= 200` · 10 mois ($u_9 \approx 205$, $u_{10} \approx 187$).

Rappel de cours. Boucle `while` pour un seuil (nombre d'étapes inconnu) · boucle `for` quand le nombre d'itérations est fixé d'avance.

Erreur fréquente. Écrire `while u > 200` au lieu de `>=` change le résultat si un terme vaut exactement 200. Ici ce n'est pas le cas, mais l'inégalité de l'objectif (« sous 200 ») doit être traduite fidèlement.

Correction de l'exercice 19 – Type bac : lecture graphique d'une suite

Lecture graphique : $u_0 = 640$, $u_2 = 360$ et $u_5 \approx 152$.

Test arithmétique : les écarts lus valent $480 - 640 = -160$ puis $360 - 480 = -120$. Non constants : la suite n'est pas arithmétique.

Test géométrique : $\frac{480}{640} = 0{,}75$ et $\frac{360}{480} = 0{,}75$. Les quotients sont constants : la suite est GÉOMÉTRIQUE de raison $q = 0{,}75$.

Contrôle sur un rang plus loin : $640 \times 0{,}75^5 = 640 \times 0{,}237305 \approx 151{,}9$, cohérent avec la lecture $u_5 \approx 152$ ✔.

Terme général : $u_n = 640 \times 0{,}75^{\,n}$.

$u_{10} = 640 \times 0{,}75^{10} \approx 640 \times 0{,}056314 \approx 36{,}0$: il resterait environ 36 commandes en attente au bout de 10 semaines.

Signature graphique à retenir : les points d'une suite arithmétique sont ALIGNÉS ; ceux d'une suite géométrique décroissante s'écrasent vers l'axe des abscisses, avec des écarts de plus en plus petits — exactement ce qu'on voit ici.

Réponse. $u_0 = 640$, $u_2 = 360$, $u_5 \approx 152$ · géométrique de raison 0,75 · $u_n = 640 \times 0{,}75^{\,n}$ et $u_{10} \approx 36$.

Rappel de cours. Points alignés ⇒ suite arithmétique. Sinon, on teste les quotients pour une suite géométrique.

Correction de l'exercice 20 – Type bac : choisir entre deux stratégies de production

Plan 1 : arithmétique de raison 60, donc $s_n = 800 + 60n$.

Plan 2 : géométrique de raison 1,05, donc $g_n = 800 \times 1{,}05^{\,n}$.

Plan 1 : on résout $800 + 60n \geq 1\,400$, soit $60n \geq 600$, donc $n \geq 10$.

L'objectif est atteint au mois 10 avec le plan 1, et exactement ($s_{10} = 1\,400$).

Plan 2 : on cherche le premier n tel que $800 \times 1{,}05^{\,n} \geq 1\,400$, c'est-à-dire $1{,}05^{\,n} \geq 1{,}75$.

Balayage : $1{,}05^{11} \approx 1{,}710339$ donc $g_{11} \approx 1\,368{,}3$ (objectif non atteint) ; $1{,}05^{12} \approx 1{,}795856$ donc $g_{12} \approx 1\,436{,}7$ (objectif atteint).

Le plan 2 atteint donc l'objectif au mois 12, soit DEUX mois plus tard que le plan 1.

Comparaison intermédiaire : $s_5 = 1\,100$ contre $g_5 \approx 1\,021$ — le plan 1 est devant sur toute la période étudiée.

Conclusion : pour cet objectif rapproché, le plan 1 est plus efficace. Attention toutefois : au-delà, le plan 2 finira par le dépasser (croissance en pourcentage), par exemple

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$s_{30} = 2\,600$ contre $g_{30} \approx 3\,458$. Le bon plan dépend de l'horizon visé.

Réponse. $s_n = 800 + 60n$ et $g_n = 800 \times 1{,}05^{\,n}$ · objectif au mois 10 avec le plan 1, au mois 12 avec le plan 2 · le plan 1 est plus rapide sur cet horizon.

Rappel de cours. Comparer un modèle arithmétique et un modèle géométrique demande de fixer l'HORIZON : l'ordre s'inverse toujours à long terme en faveur du géométrique croissant.

Erreur fréquente. Traduire « +5% par mois » par +40 pièces par mois (5% de 800) : les 5% portent sur la production du mois précédent, qui change à chaque étape.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).