Trigonométrie — Première STI2D

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

En STI2D, la trigonométrie n'est pas là pour mesurer des triangles : elle sert à décrire tout ce qui OSCILLE — une tension alternative, un courant, une vibration, un mouvement de piston. La grandeur de référence est le signal $u(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$, dont il faut savoir lire l'amplitude A, la pulsation ω (donc la période et la fréquence) et la phase φ. Ces 20 exercices corrigés commencent par les bases — radian, cercle trigonométrique, valeurs remarquables, équations $\cos x = a$ — puis les mettent au service des signaux : période et fréquence, valeur instantanée, déphasage entre deux tensions, lecture d'un oscillogramme. La difficulté est croissante : l'énoncé puis la correction détaillée s'affichent d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-sti2d/trigonometrie

Exercice 1 – Degrés et radians

Le radian est l'unité d'angle utilisée en physique : un tour complet vaut 2π radians, soit 360°.

1. Convertis 60°, 150° et 225° en radians.

2. Convertis $\frac{3\pi}{4}$ et $\frac{7\pi}{6}$ en degrés.

Exercice 2 – Valeurs remarquables du cosinus et du sinus

On considère les angles 0, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$.

1. Donne les valeurs exactes de leur cosinus et de leur sinus.

Exercice 3 – Signe du cosinus et du sinus

On considère les angles $x_1 = \frac{2\pi}{3}$, $x_2 = \frac{5\pi}{4}$ et $x_3 = -\frac{\pi}{3}$.

1. Dans quel quadrant se situe chacun de ces angles ?

2. Donne le signe de son cosinus et de son sinus.

Exercice 4 – Périodicité et parité

On sait que $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

1. Déduis $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

2. Déduis $\cos\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi\right)$ et $\cos\left(\frac{13\pi}{6}\right)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 5 – Amplitude, période et fréquence

Une tension est modélisée par $u(t) = 12\cos(100\pi t)$, où u est en volts et t en secondes.

1. Donne l'amplitude de cette tension.

2. Calcule sa période, puis sa fréquence.

Exercice 6 – Résoudre cos x = a

On cherche toutes les solutions de $\cos x = \dfrac{1}{2}$ dans l'intervalle $[0\,;2\pi]$.

1. Résous cette équation, puis celle de $\cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ sur le même intervalle.

Exercice 7 – Résoudre sin x = a

On cherche les solutions de $\sin x = -\dfrac{1}{2}$ dans $]-\pi\,;\pi]$.

1. Résous cette équation, puis $\sin x = 1$ sur le même intervalle.

Exercice 8 – Relation fondamentale

Soit x un angle du quatrième quadrant (c'est-à-dire $-\dfrac{\pi}{2} < x < 0$) tel que $\cos x = 0{,}8$.

1. Calcule $\sin x$.

2. Que vaut $\sin x$ si l'on sait seulement que $\cos x = 0{,}8$?

Exercice 9 – Angles associés

On donne $\cos\dfrac{\pi}{5} \approx 0{,}809$ et $\sin\dfrac{\pi}{5} \approx 0{,}588$.

1. Calcule $\cos\left(\pi - \dfrac{\pi}{5}\right)$ et $\sin\left(\pi - \dfrac{\pi}{5}\right)$.

2. Calcule $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{5}\right)$ et $\cos\left(\pi + \dfrac{\pi}{5}\right)$.

Exercice 10 – Mesure principale d'un angle

On considère les angles de mesures $\dfrac{17\pi}{4}$, $-\dfrac{25\pi}{6}$ et $\dfrac{9\pi}{2}$.

1. Donne la mesure principale de chacun, c'est-à-dire la mesure appartenant à $]-\pi\,;\pi]$.

Exercice 11 – Signal sinusoïdal : tous les paramètres

Un courant est modélisé par $i(t) = 4\cos\left(200\pi t + \dfrac{\pi}{3}\right)$, avec i en ampères et t en secondes.

1. Donne l'amplitude, la pulsation, la période, la fréquence et la phase à l'origine.

2. Calcule $i(0)$.

3. Calcule $i(2{,}5 \times 10^{-3})$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 12 – Écrire un signal à partir de ses caractéristiques

Une tension sinusoïdale a une amplitude de 325 V, une fréquence de 50 Hz, et elle est maximale à l'instant $t = 0$.

1. Détermine la pulsation ω.

2. Écris l'expression de $u(t)$.

3. À quels instants de la première période la tension est-elle nulle ?

Exercice 13 – Déphasage entre deux signaux

Dans un circuit, la tension et le courant sont $u(t) = 24\cos(100\pi t)$ et $i(t) = 3\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$.

1. Ces deux signaux ont-ils la même fréquence ?

2. Calcule le déphasage du courant par rapport à la tension, en radians puis en degrés.

3. Traduis ce déphasage en retard temporel.

Exercice 14 – Instants où un signal atteint une valeur

Une tension vaut $u(t) = 100\cos(20\pi t)$ volts, t en secondes.

1. Calcule la période.

2. Détermine les instants de la première période où $u(t) = 50$ V.

Exercice 15 – Retrouver la phase à l'origine

Une tension sinusoïdale d'amplitude 12 V et de fréquence 50 Hz vaut 6 V à l'instant $t = 0$, et elle est alors décroissante.

1. Détermine la pulsation ω.

2. Détermine les deux valeurs possibles de la phase à l'origine φ.

3. Utilise l'information « décroissante » pour trancher, puis écris $u(t)$.

Exercice 16 – Type bac : la tension du secteur

La tension du réseau domestique français est sinusoïdale, de valeur efficace $U_{\text{eff}} = 230$ V et de fréquence 50 Hz. On rappelle que l'amplitude et la valeur efficace sont liées par $A = U_{\text{eff}}\sqrt{2}$. La tension est nulle et croissante à $t = 0$.

1. Calcule l'amplitude A, arrondie au volt.

2. Détermine ω puis l'expression de $u(t)$ sous la forme $A\cos(\omega t + \varphi)$.

3. Calcule $u(4\text{ ms})$.

4. Pendant quelle fraction de la période la tension dépasse-t-elle 230 V ?

Exercice 17 – Type bac : deux signaux en quadrature

Deux capteurs d'un codeur incrémental délivrent $u_1(t) = 5\cos(40\pi t)$ et $u_2(t) = 5\cos\left(40\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$, en volts.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

1. Calcule la période commune.

2. Justifie qu'on parle de signaux « en quadrature ».

3. Calcule u_1 et u_2 à $t = 0$, puis à $t = 12{,}5$ ms.

4. Vérifie que $u_1^2 + u_2^2$ est constant.

Exercice 18 – Type bac : lire un oscillogramme

Sur un oscilloscope, un signal sinusoïdal oscille entre -6 V et $+6$ V. Deux maximums consécutifs sont séparés de 4 ms, et le premier maximum est observé à $t = 1$ ms.

1. Détermine l'amplitude, la période et la fréquence.

2. Détermine la pulsation ω.

3. Détermine la phase à l'origine φ, puis l'expression du signal.

4. Calcule la valeur du signal à $t = 0$.

Exercice 19 – Type bac : durée de fonctionnement d'un seuil

Un système de sécurité se déclenche lorsque la tension $u(t) = 20\cos(100\pi t)$ volts dépasse 10 V en valeur absolue.

1. Résous $\cos(100\pi t) = 0{,}5$ sur la première période.

2. Détermine les intervalles de temps, sur la première période, où $u(t) > 10$ V.

3. Quelle proportion de la période le système passe-t-il au-dessus de 10 V (en valeur absolue) ?

Exercice 20 – Type bac : régler une fréquence de découpage

Un onduleur produit une tension $u(t) = A\cos(\omega t)$. Le cahier des charges impose une amplitude de 48 V et une durée de 1,5 ms entre le maximum et le premier passage par zéro.

1. Détermine la période, puis la fréquence du signal.

2. Donne l'expression de $u(t)$.

3. Calcule $u(1\text{ ms})$ et $u(3\text{ ms})$.

4. Le cahier des charges impose aussi $|u| \leq 40$ V pendant au moins la moitié de la période. Est-ce vérifié ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).