

Fonctions polynômes du second degré — Première STMG

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Une entreprise qui produit trop finit par perdre de l'argent, comme une entreprise qui ne produit pas assez : entre les deux, il existe une quantité qui rend le bénéfice maximal. La courbe de ce bénéfice est une parabole, et ce chapitre apprend à en tirer tout ce qui intéresse un gestionnaire, sans formule à apprendre par cœur. Ces 20 exercices commencent par l'allure de la courbe, les images et le taux de variation, puis installent les trois outils du programme : l'axe de symétrie trouvé au milieu de deux points de même ordonnée, les racines lues sur une forme factorisée et le tableau de signes. Les derniers exercices sont des problèmes complets : prix qui maximise une recette, zone de rentabilité, remise commerciale.

Version en ligne, avec les corrections dépliantes :
mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-stmg/fonctions-polynomes-second-degre

Exercice 1 - Orientation et ordonnée à l'origine

Pour chaque fonction, indique si sa parabole est tournée vers le haut ou vers le bas, et calcule l'image de 0.

1. $f(x) = 4x^2 - 3$
2. $g(x) = -2x^2 + 5x$
3. $h(x) = 3(x - 2)(x + 1)$
4. $k(x) = 7 - x^2$

Exercice 2 - Images d'une fonction de recette

La recette d'une boutique, en euros, pour un article vendu p euros, est $R(p) = p(80 - 2p)$, avec p entre 0 et 40.

1. Calcule $R(10)$, $R(20)$, $R(30)$ et $R(40)$.
2. Que remarques-tu ? Quelle conjecture peux-tu faire ?

Exercice 3 - Lire des racines

Donne les racines de chaque fonction.

1. $f(x) = 5(x - 3)(x + 2)$
2. $g(x) = -x(x - 8)$
3. $h(x) = 2(x + 4)^2$

Exercice 4 - Taux de variation d'un coût

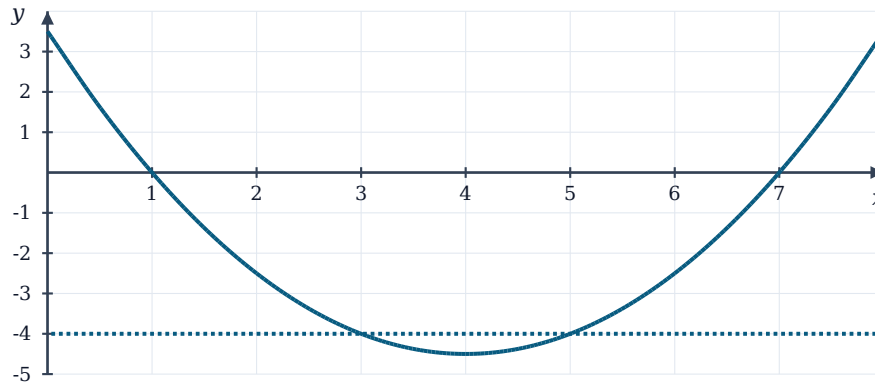
Le coût de production de q objets est $C(q) = 0,2q^2 + 15q + 500$ euros.

1. Calcule $C(20)$ et $C(30)$.
2. Calcule le taux de variation de C entre 20 et 30 et interprète-le.

Exercice 5 - Résoudre graphiquement une équation

Le graphique représente la fonction $f(x) = 0,5(x - 1)(x - 7)$ sur $[0 ; 8]$.

1. Lis les solutions de $f(x) = 0$, puis de $f(x) = -4$.
2. Vérifie les solutions de $f(x) = -4$ par le calcul.
3. Lis le minimum de f et l'abscisse où il est atteint.

**Exercice 6 - L'axe au milieu des racines**

Soit $f(x) = 3(x - 2)(x - 8)$.

1. Donne les racines de f et l'équation de l'axe de symétrie de sa parabole.
2. Calcule les coordonnées du sommet et dresse le tableau de variations.

Exercice 7 - L'axe sans racine évidente

Soit $f(x) = x^2 - 10x + 16$. Détermine l'axe de symétrie et le sommet de sa parabole en résolvant $f(x) = 16$.

Exercice 8 - Vérifier une racine et factoriser

Soit $f(x) = x^2 - 7x + 10$.

1. Vérifie que 2 est une racine de f .
2. Factorise $f(x)$ et donne l'autre racine.

Exercice 9 - Le signe d'une forme factorisée

Étudie le signe de $f(x) = -2(x - 1)(x - 6)$ selon les valeurs de x .

Exercice 10 - Une différence de deux carrés

Résous l'équation $9x^2 - 49 = 0$.

Exercice 11 - Retrouver une expression

Une parabole coupe l'axe des abscisses en -2 et en 4 , et passe par le point $(0 ; -16)$. Détermine son expression et son sommet.

Exercice 12 - Le bénéfice maximal

Le bénéfice mensuel d'une entreprise, en euros, pour q produits vendus, est $B(q) = -4q^2 + 240q - 2\,000$, avec q entre 0 et 60.

1. Calcule $B(0)$ et interprète.
2. Détermine la quantité qui rend le bénéfice maximal, et ce bénéfice.

Exercice 13 - La zone de rentabilité

On reprend $B(q) = -4q^2 + 240q - 2\,000$, pour q entre 0 et 60.

1. Vérifie que $B(q) = -4(q - 10)(q - 50)$.
2. Pour quelles quantités l'entreprise est-elle rentable ?

Exercice 14 - Une inéquation à ramener à zéro

Résous l'inéquation $x^2 + 2x \leq 8$.

Exercice 15 - Le prix qui maximise la recette

Un cinéma vend $500 - 20p$ places par jour quand la place coûte p euros, avec p entre 0 et 25.

1. Exprime la recette $R(p)$ sous forme factorisée.
2. Quel prix rend la recette maximale ? Combien de places sont alors vendues ?

Exercice 16 - Comparer deux tarifs

Pour x heures de travail, un prestataire A facture $f(x) = x^2 + 8$ et un prestataire B facture $g(x) = 6x$, en dizaines d'euros, pour x entre 0 et 8. Pour quelles durées le prestataire A est-il moins cher ?

Exercice 17 - Synthèse : rentabilité d'une production

Une entreprise vend chaque article 120 €. Produire q articles coûte $C(q) = 2q^2 + 20q + 800$ euros, pour q entre 0 et 50.

1. Montre que le bénéfice est $B(q) = -2q^2 + 100q - 800$, puis vérifie que $B(q) = -2(q - 10)(q - 40)$.
2. Détermine la zone de rentabilité.
3. Détermine la production qui rend le bénéfice maximal, et ce bénéfice.

Exercice 18 - Le cadre d'une affiche

Une imprimerie entoure une affiche de 20 cm sur 30 cm d'une bordure de largeur constante x cm. L'affiche encadrée doit avoir une aire de $1\,200 \text{ cm}^2$.

1. Montre que x vérifie $x^2 + 25x - 150 = 0$.
2. Vérifie que 5 est une solution, factorise et conclus.

Exercice 19 - Une baisse de prix rentable ?

Une salle de sport compte 300 abonnés à 50 € par mois. Une étude montre que chaque baisse de 1 € du prix attire 10 abonnés supplémentaires. On note x la baisse de prix en euros, avec x entre 0 et 50.

1. Exprime la recette mensuelle $R(x)$ en fonction de x , sous forme factorisée.
2. Quelle baisse rend la recette maximale ? Compare avec la recette actuelle.

Exercice 20 - Des ventes sur une saison

Le graphique représente les ventes hebdomadaires $V(t)$ d'un produit saisonnier, en centaines d'unités, t semaines après le début de la saison, pour t entre 1 et 13.

1. Lis la semaine où les ventes sont maximales et la valeur de ce maximum.
2. On admet que $V(t) = -0,5(t - 1)(t - 13)$. Confirme le maximum par le calcul.
3. Pendant quelles semaines les ventes atteignent-elles au moins 1 000 unités ?

