

Séries statistiques à deux variables — Première STMG

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Les ventes de boissons suivent-elles la température ? Le prix d'une voiture d'occasion baisse-t-il régulièrement avec son kilométrage ? Une série statistique à deux variables répond à ce genre de question : on place les données dans un nuage de points, on calcule le point moyen, puis, si le nuage est presque aligné, on le résume par une droite d'ajustement. Ces 20 exercices installent d'abord le nuage et le point moyen, puis les trois ajustements du programme (au jugé, droite de Mayer, moindres carrés à la calculatrice), et finissent par des décisions de gestion : estimer, fixer un seuil, et savoir quand une prévision n'a plus de sens.

Version en ligne, avec les corrections dépliantes :

mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-stmg/statistiques-deux-variables

Exercice 1 - Calculer un point moyen

Un kiosque de plage a relevé, sur six journées, la température maximale x (en °C) et le nombre y de boissons fraîches vendues :

1. Températures : 18, 20, 22, 24, 26, 28 ; ventes : 120, 134, 148, 165, 178, 194.
Calcule les coordonnées du point moyen G .

2. Interprète ce point.

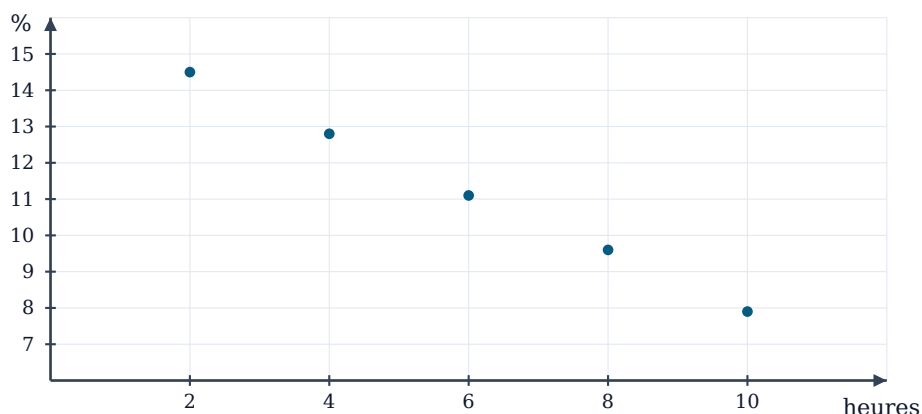
Exercice 2 - Lire un nuage de points

Une entreprise a relevé, dans cinq de ses services, le nombre moyen d'heures de formation x suivies par salarié et le taux d'absentéisme y (en %). Le nuage est représenté ci-dessous.

1. Lis les coordonnées des cinq points.

2. Décris la tendance du nuage.

3. Calcule le point moyen.



Exercice 3 - Une série chronologique

Une association a compté ses adhérents de 2019 à 2024 : 310, 328, 350, 365, 384, 405. On note x le rang de l'année (rang 1 pour 2019).

1. Quel rang correspond à 2022 ? à 2026 ?
2. Calcule le point moyen de la série.

Exercice 4 - Quelle tendance ?

Pour chaque série, prévois la forme du nuage : tendance croissante, tendance décroissante ou absence de lien.

1. Le kilométrage d'une voiture d'occasion et son prix de vente.
2. Le nombre d'heures d'ouverture hebdomadaire d'un magasin et son chiffre d'affaires.
3. Le jour du mois de naissance d'un client et le montant de son panier.

Exercice 5 - Retrouver une valeur manquante

Pour cinq services d'une entreprise, on connaît les heures de formation 2, 4, 6, 8, 10 et les taux d'absentéisme 14,5, 12,8, ?, 9,6, 7,9 (en %). Le point moyen est $G(6; 11,18)$. Retrouve la valeur manquante.

Exercice 6 - La droite de Mayer

On reprend le kiosque : températures 18, 20, 22, 24, 26, 28 (°C) et ventes 120, 134, 148, 165, 178, 194.

1. Calcule les points moyens G_1 des trois premières journées et G_2 des trois dernières.
2. Détermine l'équation de la droite de Mayer.

Exercice 7 - Le point moyen est sur la droite de Mayer

La droite de Mayer des ventes de boissons est $y = 7,5x - 16$ et le point moyen est $G(23; 156,5)$. Vérifie que G appartient à cette droite, et explique pourquoi.

Exercice 8 - Interpréter les coefficients

Pour des voitures d'occasion d'un même modèle, la calculatrice donne la droite des moindres carrés $y = -108,5x + 20\,610$, où x est le kilométrage (en milliers de km, de 20 à 100) et y le prix de vente (en euros).

1. Interprète le coefficient $-108,5$.
2. Interprète le nombre 20 610. Est-ce une valeur observée ?

Exercice 9 - Estimer un prix par interpolation

Avec la droite $y = -108,5x + 20\,610$ (prix en euros, x en milliers de km, données de 20 à 100), estime le prix d'une voiture qui a roulé 50 000 km. S'agit-il d'une interpolation ou d'une extrapolation ?

Exercice 10 - Équation d'une droite d'ajustement

Une droite d'ajustement passe par les points $A(4 ; 310)$ et $B(10 ; 400)$. Détermine son équation, puis vérifie que le point $G(7 ; 355)$ lui appartient.

Exercice 11 - La droite de la calculatrice

Pour le kiosque de plage, la calculatrice donne la droite des moindres carrés $y = 7,41x - 14,03$ (coefficients arrondis au centième), et la droite de Mayer est $y = 7,5x - 16$. Estime les ventes pour une journée à 25°C avec chaque droite, et compare.

Exercice 12 - Écarts et somme des carrés

Pour les cinq services (heures de formation 2, 4, 6, 8, 10 ; absentéisme 14,5, 12,8, 11,1, 9,6, 7,9 en %), la calculatrice donne $y = -0,82x + 16,1$.

1. Calcule les écarts $e_i = y_i - (-0,82x_i + 16,1)$.
2. Calcule la somme des carrés des écarts et commente.

Exercice 13 - Mayer ou moindres carrés ?

Pour le kiosque (températures 18 à 28, ventes 120, 134, 148, 165, 178, 194), compare la droite de Mayer $y = 7,5x - 16$ et la droite de la calculatrice $y = 7,41x - 14,03$ à l'aide de la somme des carrés des écarts. On donne : pour la droite de la calculatrice, $S \approx 3,55$.

Exercice 14 - Quand dépassera-t-on 450 adhérents ?

Le nombre d'adhérents d'une association, selon le rang x de l'année (rang 1 : 2019), est ajusté par $y = 18,8x + 291,2$, à partir des données de 2019 à 2024. En quelle année l'association devrait-elle dépasser 450 adhérents ?

Exercice 15 - Une extrapolation absurde

Avec la droite $y = -108,5x + 20\,610$ (prix en euros d'une voiture d'occasion, x en milliers de km, données de 20 à 100), un vendeur estime le prix d'une voiture ayant 200 000 km. Calcule cette estimation et commente.

Exercice 16 - Une donnée aberrante

Le kiosque de plage a relevé une septième journée : 30°C pour seulement 40 boissons vendues, ce jour-là un orage a fermé la plage dès midi.

1. Calcule le nouveau point moyen en gardant cette journée (sans elle, $G(23 ; 156,5)$ sur six journées).
2. Faut-il garder cette journée pour ajuster les ventes en fonction de la température ?

Exercice 17 - Synthèse : former pour réduire l'absentéisme ?

Dans une entreprise, le taux d'absentéisme y (en %) d'un service est ajusté en fonction du nombre moyen d'heures de formation x par salarié par $y = -0,82x + 16,1$,

pour x entre 2 et 10.

1. Interprète le coefficient $-0,82$.
2. Estime le taux d'absentéisme d'un service où chaque salarié suit 12 heures de formation. Quelle réserve faut-il formuler ?
3. La direction vise un taux d'absentéisme inférieur à 8 %. Quelle durée de formation le modèle suggère-t-il ?

Exercice 18 - Synthèse : une tendance qui change

Les ventes annuelles d'un produit (en milliers d'unités) de 2017 (rang 1) à 2024 (rang 8) sont : 40, 41, 40, 42, 47, 52, 57, 62. En 2021, l'entreprise a lancé une nouvelle version du produit.

1. Décris l'évolution des ventes.
2. Détermine la droite passant par les points des rangs 5 et 8, et vérifie que les rangs 6 et 7 sont dessus.
3. Estime les ventes de 2025. Pourquoi ne pas ajuster sur les huit années ?

Exercice 19 - Synthèse : vendre sa voiture

Le prix de vente y (en euros) de voitures d'occasion d'un même modèle selon leur kilométrage x (en milliers de km) est :

1. Kilométrages 20, 40, 60, 80, 100 ; prix 18 500, 16 200, 14 000, 12 100, 9 700. Calcule le point moyen.
2. La calculatrice donne $y = -108,5x + 20 610$. Vérifie que cette droite passe par le point moyen.
3. Un particulier veut vendre au moins 12 000 € une voiture de ce modèle. Jusqu'à quel kilométrage est-ce réaliste ?

Exercice 20 - Synthèse : anticiper la saturation d'une salle

L'association de l'exercice précédent (adhérents 310, 328, 350, 365, 384, 405 de 2019 à 2024) loue une salle qui peut accueillir au plus 420 adhérents.

1. Calcule les points moyens G_1 et G_2 des trois premières et des trois dernières années, puis l'équation de la droite (G_1G_2) , arrondie au dixième.
2. Compare avec la droite de la calculatrice $y = 18,8x + 291,2$.
3. En quelle année la salle deviendra-t-elle trop petite ? Quelle décision peut-on préparer ?

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 - Calculer un point moyen

Les coordonnées du point moyen sont les moyennes des deux variables, ici sur $n = 6$ journées.

$$\bar{x} = \frac{18 + 20 + 22 + 24 + 26 + 28}{6} = \frac{138}{6} = 23.$$

$$\bar{y} = \frac{120 + 134 + 148 + 165 + 178 + 194}{6} = \frac{939}{6} = 156,5.$$

Le point moyen est $G(23; 156,5)$: sur ces six journées, il a fait en moyenne 23 °C et le kiosque a vendu en moyenne 156,5 boissons par jour.

Réponse. $G(23; 156,5)$.

Rappel de cours. $G(\bar{x}; \bar{y})$: chaque coordonnée est la moyenne de la variable correspondante.

Correction de l'exercice 2 - Lire un nuage de points

On lit les points $(2; 14,5)$, $(4; 12,8)$, $(6; 11,1)$, $(8; 9,6)$ et $(10; 7,9)$.

Les points sont presque alignés sur une droite qui descend : plus les salariés sont formés, plus le taux d'absentéisme du service est faible. Un ajustement affine décroissant est pertinent.

$$\bar{x} = \frac{2 + 4 + 6 + 8 + 10}{5} = 6 \text{ et } \bar{y} = \frac{14,5 + 12,8 + 11,1 + 9,6 + 7,9}{5} = \frac{55,9}{5} = 11,18.$$

Le point moyen est $G(6; 11,18)$.

Réponse. Tendance décroissante · $G(6; 11,18)$.

Erreur fréquente. Conclure que la formation fait baisser l'absentéisme : le nuage montre un lien, pas une cause. Des services mieux organisés peuvent à la fois former davantage et avoir moins d'absences.

Correction de l'exercice 3 - Une série chronologique

Le rang 1 correspond à 2019, donc le rang x correspond à l'année $2018 + x$. Ainsi 2022 a pour rang 4, et 2026 a pour rang 8.

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{6} = 3,5.$$

$$\bar{y} = \frac{310 + 328 + 350 + 365 + 384 + 405}{6} = \frac{2142}{6} = 357.$$

Le point moyen est $G(3,5; 357)$: en moyenne 357 adhérents par an sur la période.

Réponse. 2022 : rang 4 ; 2026 : rang 8 · $G(3,5; 357)$.

Rappel de cours. Utiliser le rang plutôt que l'année simplifie les calculs et les coefficients de la droite.

Correction de l'exercice 4 - Quelle tendance ?

Kilométrage et prix : tendance décroissante, une voiture qui a beaucoup roulé se revend moins cher.

Heures d'ouverture et chiffre d'affaires : tendance croissante, un magasin ouvert plus

longtemps reçoit en général plus de clients.

Jour de naissance et panier : absence de lien, le nuage serait dispersé sans direction.

Ce sont des prévisions : seul le nuage obtenu avec les vraies données permet de conclure.

Réponse. Décroissante · croissante · pas de lien.

Correction de l'exercice 5 - Retrouver une valeur manquante

La moyenne des cinq taux vaut 11,18, donc leur somme vaut $5 \times 11,18 = 55,9$.

Si t est la valeur manquante : $14,5 + 12,8 + t + 9,6 + 7,9 = 55,9$, soit $44,8 + t = 55,9$.

Donc $t = 11,1$: le troisième service a un taux d'absentéisme de 11,1 %.

Réponse. 11,1 %.

Rappel de cours. Connaître une moyenne, c'est connaître la somme : $\text{somme} = n \times \bar{y}$.

Correction de l'exercice 6 - La droite de Mayer

Les températures sont déjà rangées par ordre croissant.

$$G_1\left(\frac{18 + 20 + 22}{3}; \frac{120 + 134 + 148}{3}\right) = (20; 134).$$

$$G_2\left(\frac{24 + 26 + 28}{3}; \frac{165 + 178 + 194}{3}\right) = (26; 179).$$

Coefficient directeur :

$$a = \frac{179 - 134}{26 - 20} = \frac{45}{6} = 7,5.$$

Ordonnée à l'origine : $b = 134 - 7,5 \times 20 = 134 - 150 = -16$.

La droite de Mayer a pour équation $y = 7,5x - 16$. Contrôle avec G_2 :

$$7,5 \times 26 - 16 = 195 - 16 = 179.$$

Réponse. $G_1(20; 134)$, $G_2(26; 179)$ · $y = 7,5x - 16$.

Rappel de cours. Méthode de Mayer : ranger, couper en deux groupes de même effectif, relier les deux points moyens.

Correction de l'exercice 7 - Le point moyen est sur la droite de Mayer

On remplace x par 23 : $7,5 \times 23 - 16 = 172,5 - 16 = 156,5$. On retrouve l'ordonnée de G .

Explication : les deux groupes ont le même effectif, donc la moyenne générale est la moyenne des deux moyennes de groupe. Le point G est le milieu de $[G_1G_2]$.

En effet, le milieu de $G_1(20; 134)$ et $G_2(26; 179)$ est $\left(\frac{20 + 26}{2}; \frac{134 + 179}{2}\right) = (23; 156,5)$, et un milieu de segment est sur la droite qui le porte.

Réponse. $7,5 \times 23 - 16 = 156,5$: G est le milieu de $[G_1G_2]$.

Correction de l'exercice 8 - Interpréter les coefficients

Le coefficient directeur est négatif : chaque millier de kilomètres supplémentaire fait baisser le prix de vente d'environ 108,50 €, soit environ 1 085 € tous les 10 000 km.

Pour $x = 0$, $y = 20\,610$: c'est le prix estimé d'une voiture qui n'aurait jamais roulé.

Ce n'est pas une valeur observée : les données vont de 20 000 à 100 000 km. C'est une extrapolation, et le prix réel d'une voiture neuve peut être bien différent (une voiture perd beaucoup de valeur dès qu'elle sort du garage).

Réponse. -108,50 € par millier de km · 20 610 € : prix extrapolé pour 0 km, non observé.

Correction de l'exercice 9 - Estimer un prix par interpolation

50 000 km correspondent à $x = 50$, car x est exprimé en milliers de kilomètres.

$$y = -108,5 \times 50 + 20\,610 = -5\,425 + 20\,610 = 15\,185.$$

Le prix estimé est d'environ 15 185 €.

50 est compris entre 20 et 100 : c'est une interpolation, donc une estimation fiable si le nuage est bien aligné.

Réponse. Environ 15 185 € (interpolation).

Erreur fréquente. Remplacer x par 50 000 : le modèle travaille en milliers de kilomètres.

Correction de l'exercice 10 - Équation d'une droite d'ajustement

Coefficient directeur :

$$a = \frac{400 - 310}{10 - 4} = \frac{90}{6} = 15.$$

On obtient b avec le point A : $310 = 15 \times 4 + b$, donc $b = 310 - 60 = 250$.

L'équation est $y = 15x + 250$. Contrôle avec B : $15 \times 10 + 250 = 400$.

Pour G : $15 \times 7 + 250 = 105 + 250 = 355$. Le point $G(7 ; 355)$ appartient à la droite ; c'est d'ailleurs le milieu de $[AB]$.

Réponse. $y = 15x + 250$; G appartient à la droite.

Rappel de cours. $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, puis $b = y_A - a x_A$.

Correction de l'exercice 11 - La droite de la calculatrice

Moindres carrés : $y = 7,41 \times 25 - 14,03 = 185,25 - 14,03 = 171,22$.

Mayer : $y = 7,5 \times 25 - 16 = 187,5 - 16 = 171,5$.

Les deux estimations, environ 171 boissons, ne diffèrent que de 0,28 boisson : pour un nuage bien aligné, les méthodes donnent des droites très proches.

On arrondit à l'unité, puisqu'on compte des boissons : environ 171 boissons.

Réponse. 171,22 et 171,5 : environ 171 boissons dans les deux cas.

Correction de l'exercice 12 - Écarts et somme des carrés

Les valeurs estimées par la droite sont 14,46 ; 12,82 ; 11,18 ; 9,54 ; 7,9.

Les écarts sont donc 0,04 ; -0,02 ; -0,08 ; 0,06 ; 0.

Somme des carrés : $S = 0,0016 + 0,0004 + 0,0064 + 0,0036 + 0 = 0,012$.

Les écarts sont tous inférieurs à 0,1 point de pourcentage : la droite est très proche des points, l'ajustement affine est excellent.

On remarque que la somme des écarts (sans les carrés) vaut 0 : les écarts positifs et négatifs se compensent, c'est pourquoi on mesure la qualité avec leurs carrés.

Réponse. Écarts 0,04 ; -0,02 ; -0,08 ; 0,06 ; 0 · $S = 0,012$.

Rappel de cours. La droite des moindres carrés est celle qui rend $S = \sum e_i^2$ la plus petite possible.

Correction de l'exercice 13 - Mayer ou moindres carrés ?

Pour la droite de Mayer, les valeurs estimées sont 119, 134, 149, 164, 179, 194.

Les écarts sont 1, 0, -1, 1, -1, 0, et $S = 1 + 0 + 1 + 1 + 1 + 0 = 4$.

La droite des moindres carrés donne $S \approx 3,55$, un peu moins que 4 : c'est normal, aucune droite ne peut faire mieux qu'elle sur ce critère.

L'écart entre les deux est très faible : la droite de Mayer, calculable à la main, est ici presque aussi bonne.

Réponse. Mayer : $S = 4$; moindres carrés : $S \approx 3,55$, légèrement meilleure.

Correction de l'exercice 14 - Quand dépassera-t-on 450 adhérents ?

On résout l'inéquation $18,8x + 291,2 > 450$.

$$18,8x > 158,8, \text{ donc } x > \frac{158,8}{18,8} \approx 8,45.$$

Le premier rang entier qui convient est 9, soit l'année $2018 + 9 = 2027$.

Contrôle : au rang 8, $18,8 \times 8 + 291,2 = 441,6$; au rang 9, 460,4.

C'est une extrapolation de trois ans : elle suppose que l'association continue de gagner environ 19 adhérents par an.

Réponse. En 2027 (rang 9).

Erreur fréquente. Répondre « en 2026 » en arrondissant 8,45 à 8 : au rang 8, le seuil n'est pas encore atteint.

Correction de l'exercice 15 - Une extrapolation absurde

200 000 km correspondent à $x = 200$:

$$y = -108,5 \times 200 + 20\,610 = -21\,700 + 20\,610 = -1\,090.$$

Le modèle annonce un prix négatif, ce qui est absurde.

L'erreur vient de l'extrapolation : 200 est le double de la plus grande valeur observée. Le modèle prévoit même un prix nul vers $x = \frac{20\,610}{108,5} \approx 190$, soit 190 000 km, alors qu'une voiture garde toujours une valeur de revente (pièces, export).

En réalité, la décote ralentit pour les voitures très kilométrées : la droite ne décrit les prix qu'entre 20 000 et 100 000 km.

Réponse. -1 090 € : absurde, le modèle n'est pas valable si loin des données.

Correction de l'exercice 16 - Une donnée aberrante

Sur six journées, les totaux sont $6 \times 23 = 138$ pour les températures et $6 \times 156,5 = 939$ pour les ventes.

$$\text{Avec la septième : } \bar{x} = \frac{138 + 30}{7} = \frac{168}{7} = 24 \text{ et } \bar{y} = \frac{939 + 40}{7} = \frac{979}{7} \approx 139,9.$$

Le point moyen descend de plus de 16 boissons, à cause d'une seule journée.

Cette journée est exceptionnelle : ce n'est pas la température qui explique ses faibles ventes, mais la fermeture de la plage. La garder fausserait la droite (qui deviendrait beaucoup moins pentue). On l'exclut de l'ajustement, en le signalant.

Réponse. $G'(24 ; \approx 139,9)$ · non : journée exceptionnelle, à exclure en le signalant.

Correction de l'exercice 17 - Synthèse : former pour réduire l'absentéisme ?

Une heure de formation supplémentaire par salarié est associée à une baisse du taux d'absentéisme d'environ 0,82 point de pourcentage.

$y = -0,82 \times 12 + 16,1 = -9,84 + 16,1 = 6,26$, soit environ 6,3 %. C'est une extrapolation, puisque 12 dépasse 10.

Surtout, le lien n'est pas forcément une cause : les services qui forment le plus sont peut-être aussi les mieux organisés. Former davantage ne garantit pas, à lui seul, la baisse prévue.

On résout $-0,82x + 16,1 < 8$: $-0,82x < -8,1$, donc $x > \frac{8,1}{0,82} \approx 9,88$ (le sens change car on divise par un nombre négatif).

Le modèle suggère environ 10 heures de formation par salarié : c'est la limite haute des données, ce qui reste une estimation raisonnable.

Réponse. -0,82 point par heure · environ 6,3 % (extrapolation, lien non causal) · environ 10 heures.

Rappel de cours. Diviser une inéquation par un nombre négatif change le sens de l'inégalité.

Correction de l'exercice 18 - Synthèse : une tendance qui change

De 2017 à 2020, les ventes stagnent autour de 40 000 unités. À partir de 2021 (lancement de la nouvelle version), elles augmentent régulièrement de 5 000 unités par an.

Les points (5 ; 47) et (8 ; 62) donnent $a = \frac{62 - 47}{8 - 5} = 5$ et $b = 47 - 5 \times 5 = 22$: $y = 5x + 22$.

Contrôle : $5 \times 6 + 22 = 52$ et $5 \times 7 + 22 = 57$, les quatre derniers points sont alignés.

2025 a pour rang 9 : $y = 5 \times 9 + 22 = 67$, soit environ 67 000 unités.

Un ajustement sur les huit années mélangerait l'ancienne situation (stagnation) et la nouvelle (croissance) : la pente obtenue serait trop faible et sous-estimerait les ventes à venir. On ajuste sur la période qui reflète la tendance actuelle.

Réponse. $y = 5x + 22$ · environ 67 000 unités en 2025.

Correction de l'exercice 19 - Synthèse : vendre sa voiture

$\bar{x} = \frac{300}{5} = 60$ et $\bar{y} = \frac{18\,500 + 16\,200 + 14\,000 + 12\,100 + 9\,700}{5} = \frac{70\,500}{5} = 14\,100$. Donc $G(60 ; 14\,100)$.

$-108,5 \times 60 + 20\,610 = -6\,510 + 20\,610 = 14\,100$: la droite passe bien par G .

On résout $-108,5x + 20\,610 \geq 12\,000$: $-108,5x \geq -8\,610$, donc $x \leq \frac{8\,610}{108,5} \approx 79,4$ (le sens change).

Selon le modèle, un prix de 12 000 € est réaliste jusqu'à environ 79 000 km. C'est une interpolation, donc une estimation fiable ; l'état réel de la voiture (entretien, options) peut bien sûr faire varier le prix.

Réponse. $G(60 ; 14\,100)$ · la droite passe par G · jusqu'à environ 79 000 km.

Correction de l'exercice 20 - Synthèse : anticiper la saturation d'une salle

$G_1\left(2 ; \frac{310 + 328 + 350}{3}\right) = \left(2 ; \frac{988}{3}\right) \approx (2 ; 329,3)$ et $G_2\left(5 ; \frac{365 + 384 + 405}{3}\right) = (5 ; 384,7)$ environ, car $365 + 384 + 405 = 1\,154$.

$$a = \frac{1\,154 - 988}{3 \times 3} = \frac{166}{9} \approx 18,4 \text{ et } b = \frac{988}{3} - \frac{166}{9} \times 2 \approx 292,4 : y \approx 18,4x + 292,4.$$

Les deux droites sont très proches (pentes 18,4 et 18,8) : la tendance est d'environ 19 adhérents de plus par an.

Avec la droite de la calculatrice, on résout $18,8x + 291,2 > 420 : x > \frac{128,8}{18,8} \approx 6,85$. Le premier rang entier est 7, soit 2025 ($18,8 \times 7 + 291,2 = 422,8$).

Dès 2025, la salle risque d'être trop petite : l'association peut chercher une salle plus grande, ou limiter les inscriptions. C'est une extrapolation d'un an seulement, donc assez fiable.

Réponse. $y \approx 18,4x + 292,4$, proche de $y = 18,8x + 291,2$ · salle trop petite dès 2025.