

Séries statistiques à deux variables — Première STMG

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Les ventes de boissons suivent-elles la température ? Le prix d'une voiture d'occasion baisse-t-il régulièrement avec son kilométrage ? Une série statistique à deux variables répond à ce genre de question : on place les données dans un nuage de points, on calcule le point moyen, puis, si le nuage est presque aligné, on le résume par une droite d'ajustement. Ces 20 exercices installent d'abord le nuage et le point moyen, puis les trois ajustements du programme (au jugé, droite de Mayer, moindres carrés à la calculatrice), et finissent par des décisions de gestion : estimer, fixer un seuil, et savoir quand une prévision n'a plus de sens.

Version en ligne, avec les corrections dépliantes :

mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-stmg/statistiques-deux-variables

Exercice 1 - Calculer un point moyen

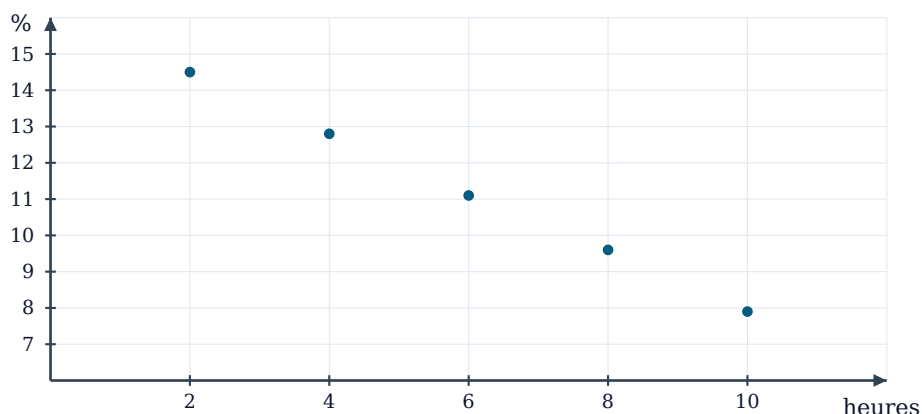
Un kiosque de plage a relevé, sur six journées, la température maximale x (en °C) et le nombre y de boissons fraîches vendues :

1. Températures : 18, 20, 22, 24, 26, 28 ; ventes : 120, 134, 148, 165, 178, 194.
Calcule les coordonnées du point moyen G .
2. Interprète ce point.

Exercice 2 - Lire un nuage de points

Une entreprise a relevé, dans cinq de ses services, le nombre moyen d'heures de formation x suivies par salarié et le taux d'absentéisme y (en %). Le nuage est représenté ci-dessous.

1. Lis les coordonnées des cinq points.
2. Décris la tendance du nuage.
3. Calcule le point moyen.



Exercice 3 - Une série chronologique

Une association a compté ses adhérents de 2019 à 2024 : 310, 328, 350, 365, 384, 405. On note x le rang de l'année (rang 1 pour 2019).

1. Quel rang correspond à 2022 ? à 2026 ?
2. Calcule le point moyen de la série.

Exercice 4 - Quelle tendance ?

Pour chaque série, prévois la forme du nuage : tendance croissante, tendance décroissante ou absence de lien.

1. Le kilométrage d'une voiture d'occasion et son prix de vente.
2. Le nombre d'heures d'ouverture hebdomadaire d'un magasin et son chiffre d'affaires.
3. Le jour du mois de naissance d'un client et le montant de son panier.

Exercice 5 - Retrouver une valeur manquante

Pour cinq services d'une entreprise, on connaît les heures de formation 2, 4, 6, 8, 10 et les taux d'absentéisme 14,5, 12,8, ?, 9,6, 7,9 (en %). Le point moyen est $G(6; 11,18)$. Retrouve la valeur manquante.

Exercice 6 - La droite de Mayer

On reprend le kiosque : températures 18, 20, 22, 24, 26, 28 (°C) et ventes 120, 134, 148, 165, 178, 194.

1. Calcule les points moyens G_1 des trois premières journées et G_2 des trois dernières.
2. Détermine l'équation de la droite de Mayer.

Exercice 7 - Le point moyen est sur la droite de Mayer

La droite de Mayer des ventes de boissons est $y = 7,5x - 16$ et le point moyen est $G(23; 156,5)$. Vérifie que G appartient à cette droite, et explique pourquoi.

Exercice 8 - Interpréter les coefficients

Pour des voitures d'occasion d'un même modèle, la calculatrice donne la droite des moindres carrés $y = -108,5x + 20\,610$, où x est le kilométrage (en milliers de km, de 20 à 100) et y le prix de vente (en euros).

1. Interprète le coefficient $-108,5$.
2. Interprète le nombre 20 610. Est-ce une valeur observée ?

Exercice 9 - Estimer un prix par interpolation

Avec la droite $y = -108,5x + 20\,610$ (prix en euros, x en milliers de km, données de 20 à 100), estime le prix d'une voiture qui a roulé 50 000 km. S'agit-il d'une interpolation ou d'une extrapolation ?

Exercice 10 - Équation d'une droite d'ajustement

Une droite d'ajustement passe par les points $A(4 ; 310)$ et $B(10 ; 400)$. Détermine son équation, puis vérifie que le point $G(7 ; 355)$ lui appartient.

Exercice 11 - La droite de la calculatrice

Pour le kiosque de plage, la calculatrice donne la droite des moindres carrés $y = 7,41x - 14,03$ (coefficients arrondis au centième), et la droite de Mayer est $y = 7,5x - 16$. Estime les ventes pour une journée à $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ avec chaque droite, et compare.

Exercice 12 - Écarts et somme des carrés

Pour les cinq services (heures de formation 2, 4, 6, 8, 10 ; absentéisme 14,5, 12,8, 11,1, 9,6, 7,9 en %), la calculatrice donne $y = -0,82x + 16,1$.

1. Calcule les écarts $e_i = y_i - (-0,82x_i + 16,1)$.
2. Calcule la somme des carrés des écarts et commente.

Exercice 13 - Mayer ou moindres carrés ?

Pour le kiosque (températures 18 à 28, ventes 120, 134, 148, 165, 178, 194), compare la droite de Mayer $y = 7,5x - 16$ et la droite de la calculatrice $y = 7,41x - 14,03$ à l'aide de la somme des carrés des écarts. On donne : pour la droite de la calculatrice, $S \approx 3,55$.

Exercice 14 - Quand dépassera-t-on 450 adhérents ?

Le nombre d'adhérents d'une association, selon le rang x de l'année (rang 1 : 2019), est ajusté par $y = 18,8x + 291,2$, à partir des données de 2019 à 2024. En quelle année l'association devrait-elle dépasser 450 adhérents ?

Exercice 15 - Une extrapolation absurde

Avec la droite $y = -108,5x + 20\,610$ (prix en euros d'une voiture d'occasion, x en milliers de km, données de 20 à 100), un vendeur estime le prix d'une voiture ayant 200 000 km. Calcule cette estimation et commente.

Exercice 16 - Une donnée aberrante

Le kiosque de plage a relevé une septième journée : $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ pour seulement 40 boissons vendues, ce jour-là un orage a fermé la plage dès midi.

1. Calcule le nouveau point moyen en gardant cette journée (sans elle, $G(23 ; 156,5)$ sur six journées).
2. Faut-il garder cette journée pour ajuster les ventes en fonction de la température ?

Exercice 17 - Synthèse : former pour réduire l'absentéisme ?

Dans une entreprise, le taux d'absentéisme y (en %) d'un service est ajusté en fonction du nombre moyen d'heures de formation x par salarié par $y = -0,82x + 16,1$,

pour x entre 2 et 10.

1. Interprète le coefficient $-0,82$.
2. Estime le taux d'absentéisme d'un service où chaque salarié suit 12 heures de formation. Quelle réserve faut-il formuler ?
3. La direction vise un taux d'absentéisme inférieur à 8 %. Quelle durée de formation le modèle suggère-t-il ?

Exercice 18 - Synthèse : une tendance qui change

Les ventes annuelles d'un produit (en milliers d'unités) de 2017 (rang 1) à 2024 (rang 8) sont : 40, 41, 40, 42, 47, 52, 57, 62. En 2021, l'entreprise a lancé une nouvelle version du produit.

1. Décris l'évolution des ventes.
2. Détermine la droite passant par les points des rangs 5 et 8, et vérifie que les rangs 6 et 7 sont dessus.
3. Estime les ventes de 2025. Pourquoi ne pas ajuster sur les huit années ?

Exercice 19 - Synthèse : vendre sa voiture

Le prix de vente y (en euros) de voitures d'occasion d'un même modèle selon leur kilométrage x (en milliers de km) est :

1. Kilométrages 20, 40, 60, 80, 100 ; prix 18 500, 16 200, 14 000, 12 100, 9 700. Calcule le point moyen.
2. La calculatrice donne $y = -108,5x + 20 610$. Vérifie que cette droite passe par le point moyen.
3. Un particulier veut vendre au moins 12 000 € une voiture de ce modèle. Jusqu'à quel kilométrage est-ce réaliste ?

Exercice 20 - Synthèse : anticiper la saturation d'une salle

L'association de l'exercice précédent (adhérents 310, 328, 350, 365, 384, 405 de 2019 à 2024) loue une salle qui peut accueillir au plus 420 adhérents.

1. Calcule les points moyens G_1 et G_2 des trois premières et des trois dernières années, puis l'équation de la droite (G_1G_2) , arrondie au dixième.
2. Compare avec la droite de la calculatrice $y = 18,8x + 291,2$.
3. En quelle année la salle deviendra-t-elle trop petite ? Quelle décision peut-on préparer ?