Suites numériques — Première STMG

25 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Tout le chapitre tient dans une question à se poser devant un énoncé de gestion : ce qui se répète, est-ce un MONTANT ou un TAUX ? Un loyer qui augmente de 50 € par an, un amortissement linéaire, des intérêts simples : on ajoute toujours la même chose, c'est une suite arithmétique. Un chiffre d'affaires qui progresse de 6 % par an, des intérêts composés, un amortissement dégressif : on multiplie toujours par la même chose, c'est une suite géométrique — et l'on retrouve le coefficient multiplicateur du chapitre 1. Ces 25 exercices installent les deux modèles, leur terme général, leur lecture graphique, puis les font travailler sur ce que le bac STMG demande vraiment : comparer deux offres, chercher un seuil au tableur, et dire à partir de quand une activité devient rentable.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-stmg/suites-numeriques

Exercice 1 – Calculer les termes d'une suite

Un service en ligne facture 250 € de frais d'ouverture, puis 30 € par mois. On note u_n le montant total payé après n mois d'abonnement.

1. Justifie que $u_n = 250 + 30n$, puis calcule u_0, u_1 et u_{12}.

2. Combien l'entreprise aura-t-elle payé au bout de deux ans ?

Exercice 2 – Suite définie par récurrence

Une entreprise dispose de 1 200 € sur un compte et y verse 150 € chaque mois. On note $u_0 = 1\,200$ le solde initial et u_n le solde après n mois.

1. Exprime u_{n+1} en fonction de u_n.

2. Calcule u_1, u_2, u_3 et u_4.

Exercice 3 – Arithmétique ou géométrique ?

Pour chaque situation, dis si la suite est arithmétique, géométrique, ou ni l'une ni l'autre, et donne la raison quand elle existe.

1. Un loyer de 700 € augmente de 50 € chaque année.

2. Un chiffre d'affaires de 80 000 € progresse de 4 % par an.

3. Un effectif suit la série 100 ; 110 ; 121 ; 133,1.

4. Un stock suit la série 2 000 ; 1 800 ; 1 600 ; 1 400.

5. Des ventes suivent la série 5 ; 10 ; 20 ; 35.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 4 – Terme général d'une suite arithmétique

Un entrepôt contient 1 800 palettes. Chaque semaine, 120 palettes sont expédiées sans être remplacées. On note u_n le stock après n semaines.

1. Exprime u_n en fonction de n.

2. Quel est le stock au bout de 10 semaines ?

3. Au bout de combien de semaines l'entrepôt sera-t-il vide ?

Exercice 5 – Terme général d'une suite géométrique

Le chiffre d'affaires d'une société est de 25 000 € et progresse de 6 % par an. On note v_n le chiffre d'affaires après n années, avec $v_0 = 25\,000$.

1. Exprime v_{n+1} en fonction de v_n, puis v_n en fonction de n.

2. Calcule le chiffre d'affaires au bout de 5 ans, puis de 10 ans, arrondi à l'euro.

Exercice 6 – Intérêts simples ou intérêts composés

Une entreprise place 5 000 € à 3 % par an. Deux formules existent : les intérêts SIMPLES, calculés chaque année sur le capital initial, et les intérêts COMPOSÉS, calculés sur le capital de l'année précédente.

1. Exprime u_n (intérêts simples) et v_n (intérêts composés) en fonction de n, et donne la nature de chaque suite.

2. Compare les deux capitaux au bout de 5 ans, puis de 10 ans.

Exercice 7 – Retrouver une suite arithmétique

Le loyer annuel d'un local commercial suit une suite arithmétique. La troisième année (u_3), il s'élève à 2 100 € ; la huitième année (u_8), à 2 850 €.

1. Calcule la raison de la suite.

2. Détermine u_0, puis le terme général.

3. Quel sera le loyer la douzième année ?

Exercice 8 – Retrouver une suite géométrique

Le nombre d'abonnés d'un service suit une suite géométrique croissante. On sait que $v_2 = 6\,050$ et $v_5 = 8\,052{,}55$.

1. Calcule la raison de la suite, puis le taux d'évolution annuel correspondant.

2. Détermine v_0.

Exercice 9 – Sens de variation

Pour chaque suite, dis si elle est croissante ou décroissante, et justifie sans calculer tous les termes.

1. $u_n = 4\,500 - 250n$

2. $v_n = 12\,000 \times 1{,}08^{\,n}$

3. $w_n = 30\,000 \times 0{,}85^{\,n}$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

4. $t_n = 900 + 40n$

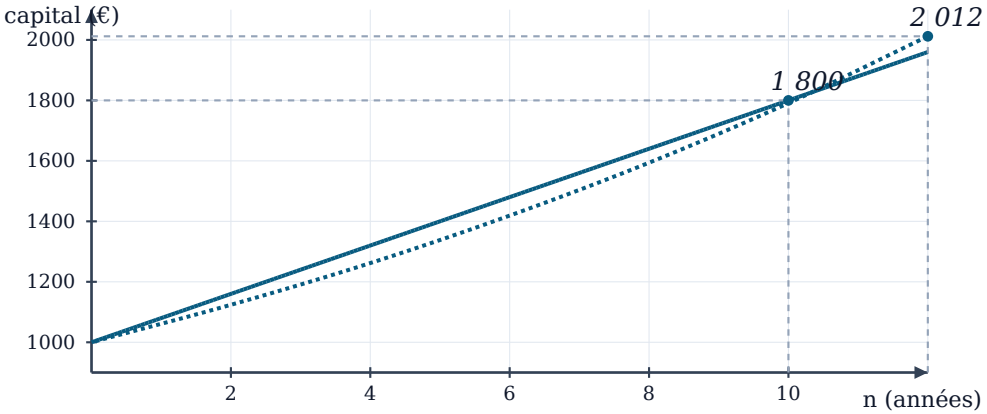
Exercice 10 – Reconnaître les deux modèles sur un graphique

Deux placements de 1 000 € sont représentés ci-dessous sur 12 ans. Le placement A (points reliés en trait plein) rapporte un montant fixe chaque année ; le placement B (pointillés) rapporte un pourcentage fixe.

1. Attribue chaque courbe à son placement en justifiant par la forme.

2. Détermine la raison de chaque suite par lecture graphique.

3. À partir de quelle année le placement B devient-il le plus intéressant ?



Exercice 11 – Loyer indexé d'un local commercial

Le loyer mensuel d'une boutique vaut 650 € en 2024. Le bail prévoit une hausse de 15 € par an. On note u_n le loyer mensuel de l'année $2024 + n$.

1. Calcule u_1 et u_2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

2. Exprime u_n en fonction de n.

3. En quelle année le loyer mensuel atteindra-t-il 800 € ?

Exercice 12 – Identifier un modèle à partir de données

Le chiffre d'affaires mensuel d'une application, en milliers d'euros, vaut 200 le premier mois, puis 230, 264,5 et 304,175 les mois suivants.

1. Calcule les écarts successifs, puis les quotients successifs. Quel modèle convient ?

2. On note v_n le chiffre d'affaires du mois n, avec $v_0 = 200$. Exprime v_n en fonction de n.

3. Si la tendance se maintient, quel sera le chiffre d'affaires du mois 6 ?

Exercice 13 – Amortissement linéaire ou dégressif

Une machine est achetée 40 000 €. Deux modes d'amortissement sont envisagés : le mode LINÉAIRE, qui répartit la valeur en parts égales sur 5 ans, et le mode DÉGRESSIF, qui retire 30 % de la valeur restante chaque année.

1. Exprime la valeur comptable u_n (linéaire) et v_n (dégressif) après n années.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2. Compare les deux valeurs au bout de 3 ans, puis de 5 ans.

3. Quel mode l'entreprise a-t-elle intérêt à choisir si elle veut réduire son résultat imposable les premières années ?

Exercice 14 – Chercher un seuil

Un capital de 5 000 € est placé à 3 % par an à intérêts composés, donc $v_n = 5\,000 \times 1{,}03^n$. À partir de quelle année le capital dépassera-t-il 7 000 € ?

Exercice 15 – Fidélisation : ni arithmétique ni géométrique

Un salon de sport compte 3 000 adhérents. Chaque année, il perd 10 % de ses adhérents mais en recrute 500 nouveaux. On note u_n le nombre d'adhérents après n années, avec $u_0 = 3\,000$.

1. Exprime u_{n+1} en fonction de u_n.

2. Calcule u_1, u_2 et u_3.

3. Montre que la suite n'est ni arithmétique ni géométrique.

4. Vers quel effectif la fréquentation semble-t-elle se stabiliser ?

Exercice 16 – Construire la feuille de calcul

On veut comparer au tableur deux modèles sur 15 ans. La colonne A contient les rangs 0, 1, 2… La cellule B2 contient le capital initial 4 000, la colonne B suit une suite arithmétique de raison 250, la colonne C une suite géométrique de raison 1,05 partant elle aussi de 4 000 (cellule C2). Le taux 0,05 est saisi une fois pour toutes en cellule F1.

1. Quelle formule saisir en B3 pour obtenir le terme suivant de la suite arithmétique ?

2. Quelle formule saisir en C3, en utilisant la cellule F1 ?

3. Pourquoi écrit-on `$F$1` et non *F*1 ?

Exercice 17 – Comparer deux offres d'abonnement

Deux prestataires proposent le même service. L'offre A demande 60 € de frais d'inscription puis 25 € par mois. L'offre B ne demande aucun frais d'inscription mais 35 € par mois.

1. Exprime le coût total a_n et b_n après n mois.

2. Compare les deux offres au bout de 4 mois, puis de 10 mois.

3. À partir de combien de mois l'offre A devient-elle la plus avantageuse ?

Exercice 18 – Emprunt à amortissement constant

Une entreprise emprunte 12 000 € sur 6 ans. Chaque année, elle rembourse 2 000 € de capital et paie des intérêts égaux à 4 % du capital restant dû en début d'année.

1. Calcule le capital restant dû après 1, 2 puis 3 ans.

2. Calcule les intérêts payés les trois premières années. Quelle est la nature de la suite des intérêts ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

3. Calcule le montant total des intérêts payés sur les 6 ans.

Exercice 19 – Un stock qui s'écoule

Un entrepôt contient 20 000 articles d'une ancienne collection. Chaque mois, 8 % du stock restant est vendu. On note s_n le stock au bout de n mois, avec $s_0 = 20\,000$.

1. Justifie que (s_n) est géométrique et donne sa raison.

2. Calcule le stock au bout de 3 mois, arrondi à l'unité.

3. Au bout de combien de mois le stock passera-t-il sous 10 000 articles ?

Exercice 20 – Croissance linéaire contre croissance en pourcentage

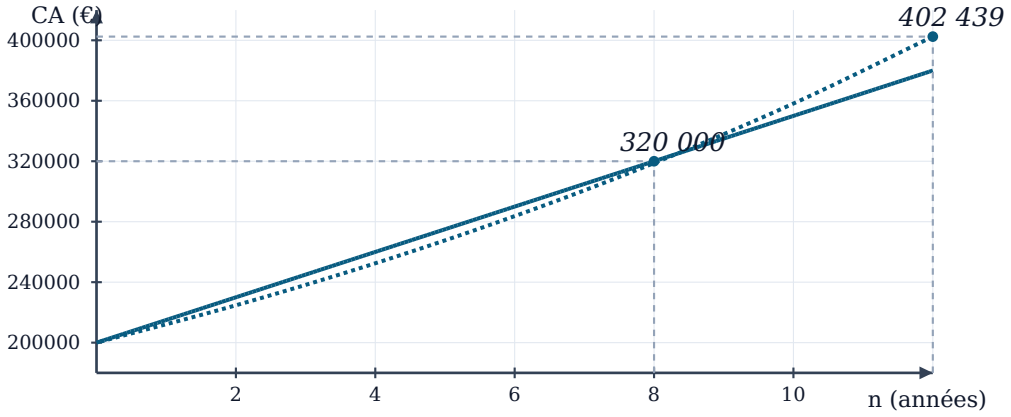
Deux entreprises réalisent aujourd'hui 200 000 € de chiffre d'affaires. L'entreprise A prévoit de gagner 15 000 € de plus chaque année, l'entreprise B prévoit une croissance de 6 % par an. Le graphique représente les deux prévisions.

1. Exprime a_n et b_n, et donne la nature de chaque suite.

2. Compare les deux chiffres d'affaires au bout de 5 ans, puis de 8 ans.

3. À partir de quelle année l'entreprise B dépasse-t-elle l'entreprise A ?

4. Que vaut l'écart au bout de 15 ans ?



Exercice 21 – Valeur résiduelle d'un véhicule

Un véhicule utilitaire acheté 28 000 € perd 25 % de sa valeur chaque année.

1. Exprime sa valeur v_n après n années et donne la nature de la suite.

2. Calcule sa valeur au bout de 3 ans.

3. Au bout de combien d'années vaudra-t-il moins de 10 000 € ?

4. L'entreprise prévoit de le revendre 5 000 € au bout de 6 ans. Est-ce cohérent avec le modèle ?

Exercice 22 – Épargne avec versements annuels

Une entreprise place 2 000 € sur un compte rémunéré à 2 % par an. Chaque année, juste après le versement des intérêts, elle ajoute 600 €. On note u_n le capital après n années, avec $u_0 = 2\,000$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

1. Exprime u_{n+1} en fonction de u_n.

2. Calcule le capital au bout de 3 ans, au centime près.

3. Compare avec un compte non rémunéré alimenté des mêmes versements.

Exercice 23 – Doublement d'un chiffre d'affaires

Le chiffre d'affaires d'une entreprise est de 200 000 € et progresse de 8 % par an.

1. Exprime u_n et calcule le chiffre d'affaires au bout de 4 ans.

2. En combien d'années le chiffre d'affaires aura-t-il doublé ?

3. Un dirigeant affirme : « à 8 % par an, il faut environ 12 ans pour doubler ». Que penser de cette affirmation ?

Exercice 24 – Lire un programme Python de seuil

Le prix d'un abonnement vaut 30 € cette année et augmente de 6 % par an. On considère le programme suivant :

```
p = 30
n = 0
while p <= 45:
    p = p * 1.06
    n = n + 1
print(n, p)
```

1. Que représentent les variables `p` et `n` ?

2. Pourquoi la boucle s'arrête-t-elle ? Quelles valeurs le programme affiche-t-il ?

3. Quelle modification faut-il faire pour connaître l'année où le prix dépasse 60 € ? Quel résultat obtient-on ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 25 – Synthèse : à partir de quand l’activité est-elle rentable ?

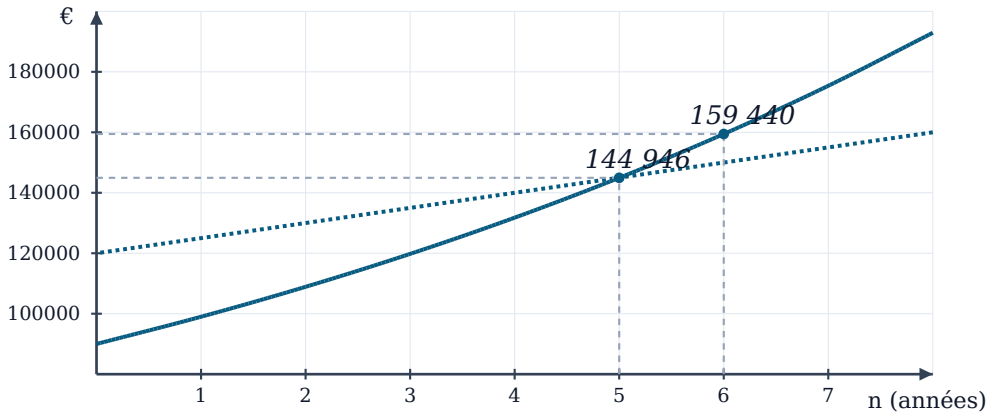
Une jeune entreprise réalise 90 000 € de chiffre d’affaires la première année, avec une croissance prévue de 10 % par an. Ses charges s’élèvent à 120 000 € la première année et augmentent de 5 000 € par an. On note n le nombre d’années écoulées, c_n le chiffre d’affaires et d_n les charges. Le graphique représente les deux prévisions.

1. Exprime c_n et d_n, et donne la nature de chaque suite.

2. Calcule le résultat (chiffre d’affaires moins charges) pour $n = 0$, $n = 3$ et $n = 5$.

3. À partir de quelle année l’entreprise devient-elle bénéficiaire ?

4. Que penser de la prévision « nous serons rentables dans cinq ans » faite par le fondateur ?



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 25 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Calculer les termes d'une suite

Le montant total se compose des frais d'ouverture, payés une seule fois, et des mensualités, payées n fois.

Après n mois : 250 € de frais + n mensualités de 30 €, soit $u_n = 250 + 30n$.

$u_0 = 250 + 0 = 250$ €. C'est le montant payé à l'ouverture, avant toute mensualité.

$u_1 = 250 + 30 = 280$ € après un mois.

$u_{12} = 250 + 30 \times 12 = 250 + 360 = 610$ € après un an.

Deux ans, c'est 24 mois : $u_{24} = 250 + 30 \times 24 = 250 + 720 = 970$ €.

Vérification par le raisonnement : de la fin de la première année à la fin de la seconde, on paie 12 mensualités de 30 €, soit 360 € de plus. Or $610 + 360 = 970$ €. ✔

Attention au rang : u_{12} correspond à douze mois écoulés, c'est-à-dire à la fin de la première année. Ce n'est pas le douzième terme de la liste, puisqu'on a commencé à compter à u_0.

Vocabulaire à fixer : u_n se lit « u indice n ». Ce n'est ni un produit $u \times n$, ni une puissance.

Réponse. $u_n = 250 + 30n$ · $u_0 = 250$ € ; $u_1 = 280$ € ; $u_{12} = 610$ € · 970 € au bout de deux ans.

Rappel de cours. Un montant payé UNE fois donne la constante, un montant payé à CHAQUE période donne le coefficient de n.

Erreur fréquente. Confondre u_{12} et « le douzième mois ». u_{12} est le cumul APRÈS douze mois ; la douzième mensualité seule vaut toujours 30 €.

Correction de l'exercice 2 – Suite définie par récurrence

Chaque mois, le solde augmente de 150 € : le solde suivant est donc le solde actuel augmenté de 150.

Relation de récurrence : $u_{n+1} = u_n + 150$.

Cette écriture décrit le passage d'un terme au suivant, sans donner directement u_n. On calcule donc en cascade.

$u_1 = u_0 + 150 = 1\,200 + 150 = 1\,350$ €.

$u_2 = u_1 + 150 = 1\,350 + 150 = 1\,500$ €.

$u_3 = 1\,500 + 150 = 1\,650$ € et $u_4 = 1\,650 + 150 = 1\,800$ €.

Vérification par une autre route : après 4 mois, on a versé $4 \times 150 = 600$ €, donc $1\,200 + 600 = 1\,800$ €. ✔

Cette seconde méthode donne d'ailleurs la formule explicite : $u_n = 1\,200 + 150n$.

Les deux écritures décrivent la même suite. La récurrence est plus proche de l'énoncé, l'explicite permet de calculer n'importe quel terme d'un coup.

Erreur à éviter : écrire $u_{n+1} = u_n + 1$. Le « +1 » de l'indice signifie « le mois suivant » ; il ne s'ajoute pas au montant.

Réponse. $u_{n+1} = u_n + 150$ · $u_1 = 1\,350$; $u_2 = 1\,500$; $u_3 = 1\,650$; $u_4 = 1\,800$ €.

Rappel de cours. Une suite par récurrence a besoin de DEUX informations : le premier

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

terme et la relation. L'une sans l'autre ne définit rien.

Erreur fréquente. Confondre u_{n+1} (le terme suivant) et $u_n + 1$ (le terme actuel augmenté de 1).

Correction de l'exercice 3 – Arithmétique ou géométrique ?

La question à se poser est toujours la même : ce qui se répète, est-ce un MONTANT (on ajoute) ou un TAUX (on multiplie) ?

a) Un loyer qui augmente de 50 € : on ajoute chaque année le même montant. Suite ARITHMÉTIQUE de raison $r = 50$.

b) Un chiffre d'affaires qui progresse de 4 % : on multiplie chaque année par le même coefficient 1,04. Suite GÉOMÉTRIQUE de raison $q = 1{,}04$.

C'est le lien direct avec le chapitre 1 : la raison d'une suite géométrique EST le coefficient multiplicateur.

c) On teste les quotients : $\frac{110}{100} = 1{,}1$, $\frac{121}{110} = 1{,}1$, $\frac{133{,}1}{121} = 1{,}1$. Suite GÉOMÉTRIQUE de raison 1,1, soit +10 % par an.

d) On teste les différences : $1\,800 - 2\,000 = -200$, puis -200, puis -200. Suite ARITHMÉTIQUE de raison $r = -200$.

Une raison négative signifie que la suite décroît : le stock diminue de 200 unités par période.

e) Différences : 5, 10, 15 — non constantes. Quotients : 2, 2, 1,75 — non constants non plus. La suite n'est NI arithmétique NI géométrique.

C'est d'ailleurs le cas le plus fréquent dans la réalité : les deux modèles du cours sont des situations idéalisées.

Méthode à retenir : on teste d'ABORD les différences, PUIS les quotients, et toujours sur tous les couples disponibles — pas seulement le premier.

Réponse. a) arithmétique, $r = 50$ · b) géométrique, $q = 1{,}04$ · c) géométrique, $q = 1{,}1$ · d) arithmétique, $r = -200$ · e) ni l'une ni l'autre.

Rappel de cours. Montant constant ajouté → ARITHMÉTIQUE · taux constant appliqué → GÉOMÉTRIQUE, de raison $q = 1 + \frac{t}{100}$.

Erreur fréquente. Conclure sur un seul calcul. Dans la série e), le premier quotient vaut 2 : s'arrêter là ferait annoncer une suite géométrique, ce qui est faux dès le terme suivant.

Correction de l'exercice 4 – Terme général d'une suite arithmétique

Le stock diminue de 120 palettes par semaine : c'est un montant constant, donc une suite arithmétique de raison $r = -120$.

Le signe est négatif parce que le stock DIMINUE. C'est le point où l'on perd le plus souvent des points.

Terme général d'une suite arithmétique : $u_n = u_0 + n \times r$.

Ici : $u_n = 1\,800 + n \times (-120)$, soit $u_n = 1\,800 - 120n$.

Au bout de 10 semaines : $u_{10} = 1\,800 - 120 \times 10 = 1\,800 - 1\,200 = 600$ palettes.

L'entrepôt est vide quand $u_n = 0$, c'est-à-dire $1\,800 - 120n = 0$.

On résout : $120n = 1\,800$, donc $n = \frac{1\,800}{120} = 15$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

L'entrepôt sera vide au bout de 15 semaines.

Vérification : $u_{15} = 1\,800 - 1\,800 = 0$ ✔, et $u_{14} = 1\,800 - 1\,680 = 120$ palettes, soit exactement de quoi tenir une dernière semaine. ✔

Remarque sur le modèle : au-delà de la quinzième semaine, la formule donnerait un stock négatif, ce qui n'a aucun sens. Le modèle n'est valable que pour n compris entre 0 et 15.

Réponse. $u_n = 1\,800 - 120n$ · $u_{10} = 600$ palettes · entrepôt vide au bout de 15 semaines.

Rappel de cours. $u_n = u_0 + nr$. Le domaine de validité fait partie de la réponse : un stock, un effectif ou un prix ne peuvent pas devenir négatifs.

Erreur fréquente. Oublier le signe de la raison et écrire $u_n = 1\,800 + 120n$. Le stock augmenterait au lieu de se vider.

Correction de l'exercice 5 – Terme général d'une suite géométrique

Une hausse de 6 % correspond au coefficient multiplicateur $1 + 0{,}06 = 1{,}06$, vu au chapitre 1.

Chaque année, le chiffre d'affaires est donc multiplié par 1,06 : $v_{n+1} = 1{,}06 \times v_n$.

C'est exactement la définition d'une suite géométrique, de raison $q = 1{,}06$.

Terme général d'une suite géométrique : $v_n = v_0 \times q^n$.

Ici : $v_n = 25\,000 \times 1{,}06^n$.

Au bout de 5 ans : $v_5 = 25\,000 \times 1{,}06^5$.

$1{,}06^5 \approx 1{,}338226$, donc $v_5 \approx 33\,455{,}64$, soit environ 33 456 €.

Au bout de 10 ans : $1{,}06^{10} \approx 1{,}790847$, donc $v_{10} \approx 44\,771{,}19$, soit environ 44 771 €.

Contrôle de vraisemblance : en dix ans, le chiffre d'affaires est multiplié par environ 1,79 — presque le double. Une hausse de 6 % par an qui aboutit à +79 % en dix ans est cohérente. ✔

Attention à la priorité des opérations : $25\,000 \times 1{,}06^5$ signifie « 1,06 puissance 5, puis multiplié par 25 000 ». Ce n'est pas $(25\,000 \times 1{,}06)^5$.

Erreur fréquente à écarter : appliquer $6 \times 5 = 30$ % sur cinq ans. On obtiendrait 32 500 € au lieu de 33 456 € — c'est l'erreur des taux additionnés du chapitre 1.

Réponse. $v_{n+1} = 1{,}06\,v_n$ et $v_n = 25\,000 \times 1{,}06^n$ · $v_5 \approx 33\,456$ € et $v_{10} \approx 44\,771$ €.

Rappel de cours. $v_n = v_0 \times q^n$, avec $q = 1 + \dfrac{t}{100}$. La raison est le coefficient multiplicateur.

Erreur fréquente. Multiplier le taux par le nombre d'années. Les évolutions se composent par multiplication, jamais par addition.

Correction de l'exercice 6 – Intérêts simples ou intérêts composés

Intérêts SIMPLES : chaque année, les intérêts valent 3 % de 5 000 €, soit 150 € — un montant fixe, année après année.

On ajoute donc toujours la même chose : $u_n = 5\,000 + 150n$, suite ARITHMÉTIQUE de raison 150.

Intérêts COMPOSÉS : chaque année, le capital est multiplié par 1,03, car les intérêts produisent eux-mêmes des intérêts.

$v_n = 5\,000 \times 1{,}03^n$, suite GÉOMÉTRIQUE de raison 1,03.

Au bout de 5 ans : $u_5 = 5\,000 + 750 = 5\,750$ €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Et $v_5 = 5\,000 \times 1{,}03^5 \approx 5\,000 \times 1{,}159274 \approx 5\,796{,}37$ €.

L'écart n'est que de 46,37 € après cinq ans : sur une courte durée, les deux formules donnent des résultats proches.

Au bout de 10 ans : $u_{10} = 5\,000 + 1\,500 = 6\,500$ €.

Et $v_{10} = 5\,000 \times 1{,}03^{10} \approx 5\,000 \times 1{,}343916 \approx 6\,719{,}58$ €.

L'écart atteint cette fois 219,58 €, soit près de cinq fois celui de la cinquième année.

Explication : avec les intérêts simples, on gagne 150 € chaque année, indéfiniment. Avec les intérêts composés, on gagne 3 % d'un capital qui grossit — donc de plus en plus.

Idée générale à retenir : une suite géométrique de raison supérieure à 1 finit toujours par dépasser une suite arithmétique, et l'écart se creuse ensuite de plus en plus vite.

Réponse. $u_n = 5\,000 + 150n$ (arithmétique) et $v_n = 5\,000 \times 1{,}03^n$ (géométrique) · à 5 ans : 5 750 € contre 5 796,37 € · à 10 ans : 6 500 € contre 6 719,58 €.

Rappel de cours. Intérêts simples → suite arithmétique · intérêts composés → suite géométrique. C'est la distinction la plus rentable du chapitre.

Erreur fréquente. Traiter les intérêts simples comme une hausse de 3 % par an. Les intérêts simples portent TOUJOURS sur le capital initial, jamais sur le capital acquis.

Correction de l'exercice 7 – Retrouver une suite arithmétique

Entre le rang 3 et le rang 8, il y a $8 - 3 = 5$ pas, chacun valant la raison r.

On peut donc écrire $u_8 = u_3 + 5r$, relation qui évite de repasser par u_0.

En remplaçant : $2\,850 = 2\,100 + 5r$, d'où $5r = 750$ et $r = 150$.

Formulation équivalente : $r = \dfrac{u_8 - u_3}{8 - 3} = \dfrac{750}{5} = 150$ € par an.

Pour u_0, on remonte de 3 pas depuis u_3 : $u_0 = u_3 - 3r = 2\,100 - 450 = 1\,650$ €.

Terme général : $u_n = 1\,650 + 150n$.

Vérification sur les deux données : $u_3 = 1\,650 + 450 = 2\,100$ ✔ et $u_8 = 1\,650 + 1\,200 = 2\,850$ ✔.

Douzième année : $u_{12} = 1\,650 + 150 \times 12 = 1\,650 + 1\,800 = 3\,450$ €.

Contrôle par un autre chemin : $u_{12} = u_8 + 4r = 2\,850 + 600 = 3\,450$ €. ✔

Attention au décompte des pas : de u_3 à u_8, il y a 5 intervalles, même si l'on énumère 6 termes. On compte les SAUTS, pas les termes.

Réponse. $r = 150$ € · $u_0 = 1\,650$ € et $u_n = 1\,650 + 150n$ · $u_{12} = 3\,450$ €.

Rappel de cours. Formule utilisable dans les deux sens : $u_p = u_k + (p - k)\,r$.

Erreur fréquente. Diviser par 8 au lieu de $8 - 3$. On trouverait une raison de 93,75 € qui ne vérifie aucune des deux données.

Correction de l'exercice 8 – Retrouver une suite géométrique

Entre le rang 2 et le rang 5, il y a 3 pas, donc 3 multiplications par la raison q.

On écrit donc $v_5 = v_2 \times q^3$.

En remplaçant : $8\,052{,}55 = 6\,050 \times q^3$, d'où $q^3 = \dfrac{8\,052{,}55}{6\,050} = 1{,}331$.

On reconnaît $1{,}331 = 1{,}1^3$, donc $q = 1{,}1$. (À la calculatrice : $1{,}331^{1/3} = 1{,}1$.)

Taux d'évolution correspondant : $t = (1{,}1 - 1) \times 100 = 10$ % par an.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Le nombre d'abonnés progresse donc de 10 % chaque année.

Pour v_0, on remonte de 2 pas depuis v_2, donc on DIVISE deux fois par q.

$v_0 = \dfrac{v_2}{q^2} = \dfrac{6\,050}{1{,}21} = 5\,000$ abonnés.

Vérification : $5\,000 \times 1{,}1^2 = 5\,000 \times 1{,}21 = 6\,050$ ✔ et
$5\,000 \times 1{,}1^5 = 5\,000 \times 1{,}61051 = 8\,052{,}55$ ✔.

Point de méthode : pour remonter dans une suite géométrique on DIVISE par la raison, alors que dans une suite arithmétique on SOUSTRAIT la raison. L'opération inverse change de nature selon le modèle.

Réponse. $q^3 = 1{,}331$ donc $q = 1{,}1$, soit +10 % par an · $v_0 = 5\,000$ abonnés.

Rappel de cours. $v_p = v_k \times q^{p-k}$. On isole q^{p-k}, puis on prend la racine correspondante.

Erreur fréquente. Annoncer $q = 1{,}331$. C'est q^3 qui vaut 1,331 ; la raison est sa racine cubique.

Correction de l'exercice 9 – Sens de variation

Pour une suite ARITHMÉTIQUE, tout se lit dans le signe de la raison : positive, la suite croît ; négative, elle décroît.

$u_n = 4\,500 - 250n$: la raison vaut -250, donc u est DÉCROISSANTE. On retire 250 à chaque étape.

$t_n = 900 + 40n$: la raison vaut +40, donc t est CROISSANTE.

Pour une suite GÉOMÉTRIQUE à termes positifs, tout se lit dans la position de la raison par rapport à 1.

$v_n = 12\,000 \times 1{,}08^n$: la raison 1,08 est supérieure à 1, donc v est CROISSANTE. Cela correspond à une hausse de 8 % par période.

$w_n = 30\,000 \times 0{,}85^n$: la raison 0,85 est comprise entre 0 et 1, donc w est DÉCROISSANTE. Cela correspond à une baisse de 15 % par période.

Vérification rapide sur deux termes de w : $w_0 = 30\,000$ et $w_1 = 25\,500$. La suite diminue bien. ✔

Vérification sur v : $v_0 = 12\,000$ et $v_1 = 12\,960$. ✔

Récapitulatif à connaître : arithmétique → signe de r · géométrique (termes positifs) → $q > 1$ croissante, $0 < q < 1$ décroissante, $q = 1$ constante.

Attention : une suite géométrique décroissante ne devient jamais négative ni nulle. w_n se rapproche indéfiniment de 0 sans l'atteindre — contrairement au stock de l'exercice 4, qui s'annule vraiment.

Réponse. u décroissante ($r = -250$) · v croissante ($q = 1{,}08 > 1$) · w décroissante ($0 < q = 0{,}85 < 1$) · t croissante ($r = 40$).

Rappel de cours. Arithmétique : signe de la raison. Géométrique à termes positifs : raison comparée à 1.

Erreur fréquente. Croire qu'une raison géométrique inférieure à 1 est « négative ». 0,85 est bien positif : la suite décroît, mais reste toujours positive.

Correction de l'exercice 10 – Reconnaître les deux modèles sur un graphique

Une suite ARITHMÉTIQUE progresse du même montant à chaque étape : ses points sont donc ALIGNÉS. Sur le graphique, c'est le tracé rectiligne.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Une suite GÉOMÉTRIQUE de raison supérieure à 1 progresse d'un montant qui grandit : sa courbe s'INCURVE vers le haut, de plus en plus fort.

Le tracé rectiligne correspond donc au placement A (montant fixe), et le tracé incurvé au placement B (pourcentage fixe).

Lecture de la raison de A : la droite passe de 1 000 € au rang 0 à 1 800 € au rang 10, soit 800 € gagnés en 10 ans.

Raison : $r = \frac{800}{10} = 80$ € par an, donc $u_n = 1\,000 + 80n$.

Lecture de la raison de B : au rang 2, on lit environ 1 124 € pour un capital initial de 1 000 €.

Donc $q^2 \approx 1{,}124$, d'où $q \approx 1{,}06$: le placement B rapporte environ 6 % par an, et $v_n = 1\,000 \times 1{,}06^n$.

Pour le croisement, on compare les deux au voisinage du rang 10, là où les tracés se rejoignent.

Rang 10 : $u_{10} = 1\,800$ € et $v_{10} = 1\,000 \times 1{,}06^{10} \approx 1\,790{,}85$ €. A est encore devant, de 9,15 €.

Rang 11 : $u_{11} = 1\,880$ € et $v_{11} \approx 1\,898{,}30$ €. B passe devant.

Le placement B devient donc le plus intéressant à partir de la onzième année.

Conclusion de gestion : sur une courte durée, le montant fixe l'emporte ; sur une longue durée, c'est toujours le pourcentage. Le choix dépend de l'horizon de placement.

Réponse. Trait plein = A (arithmétique, points alignés), pointillés = B (géométrique, courbe qui s'incurve) · $r = 80$ € et $q \approx 1{,}06$ · B devient plus intéressant à partir de la 11$^{\text{e}}$ année.

Rappel de cours. Sur un graphique : points ALIGNÉS → suite arithmétique · courbe qui s'incurve vers le haut → suite géométrique de raison > 1.

Erreur fréquente. Conclure « B est meilleur » sans préciser à partir de quand. Pendant dix ans, c'est bien A qui rapporte le plus.

Correction de l'exercice 11 – Loyer indexé d'un local commercial

$u_0 = 650$, $u_1 = 650 + 15 = 665$ et $u_2 = 665 + 15 = 680$.

On ajoute chaque année le même MONTANT : (u_n) est arithmétique, de premier terme $u_0 = 650$ et de raison $r = 15$.

Terme général : $u_n = u_0 + n\,r = 650 + 15n$.

On résout $650 + 15n \geq 800$, soit $15n \geq 150$, donc $n \geq 10$.

$u_{10} = 650 + 150 = 800$: le loyer atteint 800 € en $2024 + 10 = 2034$.

Réponse. $u_1 = 665$, $u_2 = 680$ · $u_n = 650 + 15n$ · en 2034.

Rappel de cours. Suite arithmétique : $u_n = u_0 + n\,r$. On ajoute toujours la même quantité.

Erreur fréquente. Répondre « $n = 10$ » sans revenir à l'année : la question demande 2034.

Correction de l'exercice 12 – Identifier un modèle à partir de données

Écarts : $230 - 200 = 30$, $264{,}5 - 230 = 34{,}5$, $304{,}175 - 264{,}5 = 39{,}675$. Ils ne sont pas constants : le modèle n'est pas arithmétique.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Quotients : $\frac{230}{200} = 1{,}15$, $\frac{264{,}5}{230} = 1{,}15$, $\frac{304{,}175}{264{,}5} = 1{,}15$. Ils sont constants : le modèle est géométrique, de raison $q = 1{,}15$.

Une raison de 1,15 signifie une hausse de 15 % par mois.

Terme général : $v_n = v_0 \times q^n = 200 \times 1{,}15^n$.

$v_6 = 200 \times 1{,}15^6 \approx 200 \times 2{,}31306 \approx 462{,}61$ k€.

Réponse. Modèle géométrique de raison 1,15 · $v_n = 200 \times 1{,}15^n$ · $v_6 \approx 462{,}61$ k€.

Rappel de cours. Écarts constants : suite arithmétique. Quotients constants : suite géométrique.

Erreur fréquente. Conclure « arithmétique » parce que la suite augmente régulièrement : il faut tester les écarts ET les quotients.

Correction de l’exercice 13 – Amortissement linéaire ou dégressif

Mode LINÉAIRE : on répartit 40 000 € sur 5 ans, soit $\frac{40\,000}{5} = 8\,000$ € retirés chaque année.

C’est un montant fixe : suite arithmétique de raison $-8\,000$, donc $u_n = 40\,000 - 8\,000n$.

Mode DÉGRESSIF : on retire 30 % de la valeur restante, donc il en reste 70 %, soit un coefficient de 0,70.

C’est un taux fixe : suite géométrique de raison 0,70, donc $v_n = 40\,000 \times 0{,}70^n$.

Au bout de 3 ans : $u_3 = 40\,000 - 24\,000 = 16\,000$ €.

Et $v_3 = 40\,000 \times 0{,}70^3 = 40\,000 \times 0{,}343 = 13\,720$ €.

La valeur dégressive est plus basse : la machine a été amortie plus vite.

Au bout de 5 ans : $u_5 = 40\,000 - 40\,000 = 0$ € — la machine est entièrement amortie.

Et $v_5 = 40\,000 \times 0{,}70^5 = 40\,000 \times 0{,}16807 = 6\,722{,}80$ €.

Différence de nature essentielle : l’amortissement linéaire s’achève exactement au bout de 5 ans, tandis que le dégressif ne s’annule JAMAIS — il se rapproche de 0 sans l’atteindre.

C’est la propriété des suites géométriques de raison comprise entre 0 et 1 : on retire toujours un pourcentage de ce qui reste, donc il reste toujours quelque chose.

Réponse à la question de gestion : le mode DÉGRESSIF retire davantage les premières années (12 000 € dès la première année contre 8 000 €), ce qui diminue davantage le résultat imposable au début.

Vérification de ce montant : $40\,000 - v_1 = 40\,000 - 28\,000 = 12\,000$ €. ✔

Réponse. $u_n = 40\,000 - 8\,000n$ (arithmétique) et $v_n = 40\,000 \times 0{,}70^n$ (géométrique) · à 3 ans : 16 000 € contre 13 720 € · à 5 ans : 0 € contre 6 722,80 € · le dégressif, qui amortit plus vite au début.

Rappel de cours. Amortissement linéaire → suite arithmétique qui atteint 0 · amortissement dégressif → suite géométrique qui tend vers 0 sans l’atteindre.

Erreur fréquente. Croire que le dégressif finit par annuler la valeur. Multiplier indéfiniment par 0,70 ne donne jamais exactement zéro.

Correction de l’exercice 14 – Chercher un seuil

On cherche le plus petit entier n tel que $5\,000 \times 1{,}03^n > 7\,000$.

On isole la puissance en divisant les deux membres par 5 000 : $1{,}03^n > 1{,}4$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Cette inéquation ne se résout pas directement avec les outils de Première STMG : on procède par BALAYAGE, au tableur ou à la calculatrice, en testant les valeurs successives de n.

$n = 10$: $v_{10} = 5\,000 \times 1{,}343916 \approx 6\,719{,}58$ € — insuffisant.

$n = 11$: $v_{11} \approx 6\,921{,}17$ € — toujours insuffisant, mais on s'en approche.

$n = 12$: $v_{12} \approx 7\,128{,}80$ € — le seuil est franchi.

Le capital dépasse donc 7 000 € au bout de 12 ans.

Justification à rédiger : il ne suffit pas de donner 12, il faut montrer que 11 ne convient PAS et que 12 convient. C'est ce double encadrement qui vaut les points.

Le raisonnement est valable parce que la suite est strictement croissante : dès qu'un rang dépasse le seuil, tous les suivants le dépassent aussi.

Au tableur : on remplit une colonne n (0, 1, 2…) et une colonne v_n avec la formule « `=5000*1,03^A2` », puis on recopie vers le bas et on lit la première ligne supérieure à 7 000.

Autre méthode possible au tableur, sans puissance : mettre 5000 dans la première cellule, puis « `=B2*1,03` » dans la suivante et recopier. Les deux colonnes donnent les mêmes valeurs.

Contrôle de vraisemblance : $1{,}03^{12} \approx 1{,}426$, et $5\,000 \times 1{,}426 \approx 7\,128$ €. ✔

Réponse. Au bout de 12 ans ($v_{11} \approx 6\,921{,}17$ € et $v_{12} \approx 7\,128{,}80$ €).

Rappel de cours. Un seuil se cherche par balayage, puis se JUSTIFIE en encadrant : le rang précédent ne convient pas, le rang trouvé convient.

Erreur fréquente. Répondre 11 parce que 6 921 € est « presque » 7 000 €. Le seuil demande un dépassement strict.

Correction de l'exercice 15 – Fidélisation : ni arithmétique ni géométrique

Deux effets se succèdent chaque année : une perte de 10 % (il reste donc 90 %, coefficient 0,9), puis l'arrivée de 500 nouveaux adhérents.

Relation de récurrence : $u_{n+1} = 0{,}9\,u_n + 500$.

$u_1 = 0{,}9 \times 3\,000 + 500 = 2\,700 + 500 = 3\,200$ adhérents.

$u_2 = 0{,}9 \times 3\,200 + 500 = 2\,880 + 500 = 3\,380$ adhérents.

$u_3 = 0{,}9 \times 3\,380 + 500 = 3\,042 + 500 = 3\,542$ adhérents.

Test « arithmétique » : $u_1 - u_0 = 200$ mais $u_2 - u_1 = 180$. Les différences ne sont pas constantes.

Test « géométrique » : $\frac{u_1}{u_0} \approx 1{,}0667$ mais $\frac{u_2}{u_1} = 1{,}05625$. Les quotients ne le sont pas non plus.

La suite n'est donc ni arithmétique ni géométrique : c'est normal, elle combine un pourcentage ET un montant fixe.

Pour la stabilisation, on poursuit : $u_4 \approx 3\,687{,}8$ puis $u_5 \approx 3\,819{,}02$. La suite croît, mais de moins en moins vite.

Si l'effectif se stabilisait autour d'une valeur x, on aurait $x = 0{,}9x + 500$, donc $0{,}1x = 500$ et $x = 5\,000$.

La fréquentation tend donc vers 5 000 adhérents, sans jamais les atteindre.

Vérification du raisonnement : avec 5 000 adhérents, la perte annuelle vaut 500 personnes, exactement compensée par les 500 recrutements. L'effectif ne bouge plus. ✔

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Lecture de gestion : tant que le salon recrute 500 adhérents par an avec ce taux de perte, il ne pourra jamais dépasser durablement 5 000 membres. Pour aller au-delà, il faut soit recruter davantage, soit mieux fidéliser.

Réponse. $u_{n+1} = 0{,}9\,u_n + 500$ · $u_1 = 3\,200$; $u_2 = 3\,380$; $u_3 = 3\,542$ · ni arithmétique (différences 200 puis 180) ni géométrique (quotients 1,0667 puis 1,056) · l'effectif tend vers 5 000 adhérents.

Rappel de cours. Un modèle « pourcentage + montant fixe » n'est ni arithmétique ni géométrique. Son point d'équilibre se trouve en résolvant $x = a\,x + b$.

Erreur fréquente. Conclure « géométrique » parce qu'il y a un pourcentage. La présence d'un terme fixe suffit à casser les deux modèles.

Correction de l'exercice 16 – Construire la feuille de calcul

Une suite définie par récurrence se construit naturellement au tableur : chaque cellule se calcule à partir de celle du dessus.

Pour la colonne arithmétique, on ajoute la raison au terme précédent : en B3, on saisit « =B2+250 ».

On recopie ensuite cette formule vers le bas jusqu'à la ligne 17 (pour aller jusqu'au rang 15). Le tableur adapte automatiquement : B4 devient « =B3+250 », et ainsi de suite.

Pour la colonne géométrique, on multiplie le terme précédent par la raison. En utilisant le taux stocké en F1, cela s'écrit « `=C2*(1+$F$1)` ».

On aurait aussi pu écrire « `=C2*1,05` », mais la version avec F1 est bien meilleure : si le taux change, il suffit de modifier UNE cellule et toute la colonne se recalcule.

Sur la troisième question : le tableur décale automatiquement les références quand on recopie une formule vers le bas.

Avec « F1 » (référence dite relative), la formule recopiée en C4 deviendrait « `=C3*(1+F2)` » — or F2 est vide, donc le tableur multiplierait par 1 et la colonne cesserait de croître.

Les signes « `$` » FIGENT la référence : « `$F$1` » reste « `$F$1` » quelle que soit la cellule où la formule est recopiée. On parle de référence absolue.

Contrôle des premières valeurs attendues, colonne B : 4 000, 4 250, 4 500, 4 750…

Colonne C : 4 000, 4 200, 4 410, 4 630,50… La progression s'accélère, contrairement à celle de la colonne B.

Vérification par la formule explicite au rang 15 : $4\,000 + 250 \times 15 = 7\,750$ € pour la colonne B, et $4\,000 \times 1{,}05^{15} \approx 8\,315{,}71$ € pour la colonne C. ✔ La géométrique l'emporte, comme attendu.

Réponse. B3 : « =B2+250 » · C3 : « `=C2*(1+$F$1)` » · les « `$` » figent la cellule du taux, qui sinon se décalerait vers F2, F3… à la recopie.

Rappel de cours. Référence RELATIVE (« F1 ») : se décale à la recopie. Référence ABSOLUE (« `$F$1` ») : reste figée. Tout paramètre commun se met dans une cellule à part, en absolu.

Erreur fréquente. Oublier les « `$` ». L'erreur est invisible sur la première ligne recopiée et fausse toute la colonne ensuite — c'est le grand classique du tableur.

Correction de l'exercice 17 – Comparer deux offres d'abonnement

Offre A : 60 € payés une fois, puis 25 € par mois. Donc $a_n = 60 + 25n$, suite arithmétique de raison 25.

Offre B : aucun frais fixe, 35 € par mois. Donc $b_n = 35n$, suite arithmétique de raison 35.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Au bout de 4 mois : $a_4 = 60 + 100 = 160$ € et $b_4 = 140$ €. L'offre B est moins chère.

Au bout de 10 mois : $a_{10} = 60 + 250 = 310$ € et $b_{10} = 350$ €. Cette fois, c'est l'offre A la moins chère.

Il existe donc un moment où les deux offres se croisent : on le trouve en résolvant $a_n = b_n$.

$60 + 25n = 35n$, donc $60 = 10n$ et $n = 6$.

Au bout de 6 mois, les deux offres coûtent exactement la même chose : $a_6 = 60 + 150 = 210$ € et $b_6 = 210$ €. ✔

Pour $n < 6$, l'offre B est moins chère ; pour $n > 6$, c'est l'offre A. Elle devient donc strictement plus avantageuse à partir du 7^{e} mois.

Vérification au rang 7 : $a_7 = 235$ € contre $b_7 = 245$ €. ✔

Interprétation : l'offre A fait payer d'emblée 60 €, mais économise 10 € chaque mois. Il faut donc $60 \div 10 = 6$ mois pour rentabiliser les frais d'inscription.

Conseil de gestion : le choix dépend uniquement de la durée d'engagement prévue. En dessous de six mois, B ; au-delà, A — et l'écart se creuse ensuite de 10 € par mois.

Réponse. $a_n = 60 + 25n$ et $b_n = 35n$ · à 4 mois : 160 € contre 140 € (B gagne) ; à 10 mois : 310 € contre 350 € (A gagne) · égalité à 6 mois, A l'emporte à partir du 7^{e} mois.

Rappel de cours. Deux suites arithmétiques se croisent au plus une fois : on résout l'égalité, puis on conclut de part et d'autre du point de croisement.

Erreur fréquente. Répondre « 6 mois » à la question « à partir de quand A est-elle plus avantageuse ? ». Au sixième mois, les deux offres coûtent la même chose : A ne devient strictement meilleure qu'au septième.

Correction de l'exercice 18 – Emprunt à amortissement constant

Le capital restant dû baisse de 2 000 € par an : 10 000 €, puis 8 000 €, puis 6 000 €. C'est une suite arithmétique de raison −2 000.

Année 1 : intérêts sur 12 000 €, soit $0{,}04 \times 12\,000 = 480$ €.

Année 2 : $0{,}04 \times 10\,000 = 400$ €. Année 3 : $0{,}04 \times 8\,000 = 320$ €.

Les intérêts baissent chaque année de $0{,}04 \times 2\,000 = 80$ € : suite arithmétique de premier terme 480 et de raison −80.

Les six intérêts annuels sont 480, 400, 320, 240, 160 et 80 €.

Total : $480 + 400 + 320 + 240 + 160 + 80 = 1\,680$ €.

Les annuités (capital + intérêts) valent 2 480, 2 400, 2 320… € : elles diminuent elles aussi de 80 € par an.

Réponse. Capital restant : 10 000, 8 000, 6 000 € · intérêts : 480, 400, 320 €, suite arithmétique de raison −80 · total : 1 680 €.

Rappel de cours. Une quantité proportionnelle à une suite arithmétique est encore arithmétique : ici, 4 % d'une suite de raison −2 000 donne une raison de −80.

Erreur fréquente. Calculer les intérêts sur les 12 000 € de départ chaque année : ils portent sur le capital RESTANT dû.

Correction de l'exercice 19 – Un stock qui s'écoule

Vendre 8 % du stock, c'est en garder 92 % : $s_{n+1} = 0{,}92 \times s_n$. La suite est géométrique, de raison $q = 0{,}92$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$s_n = 20\,000 \times 0{,}92^{\,n}$.

$s_3 = 20\,000 \times 0{,}92^3 = 20\,000 \times 0{,}778688 \approx 15\,574$ articles.

On cherche le plus petit n tel que $20\,000 \times 0{,}92^{\,n} < 10\,000$, soit $0{,}92^{\,n} < 0{,}5$.

Par balayage : $0{,}92^8 \approx 0{,}5132$, donc $s_8 \approx 10\,264$: pas encore.

$0{,}92^9 \approx 0{,}4722$, donc $s_9 \approx 9\,443$: le seuil est franchi.

Le stock passe sous 10 000 articles au bout de 9 mois.

Réponse. Raison $0{,}92$ · $s_3 \approx 15\,574$ · au bout de 9 mois.

Rappel de cours. Une baisse de t % par période donne une suite géométrique de raison $1 - \dfrac{t}{100}$.

Erreur fréquente. Prendre 0,08 pour raison : c'est la part vendue, pas la part qui reste.

Correction de l'exercice 20 – Croissance linéaire contre croissance en pourcentage

Entreprise A : un montant fixe s'ajoute chaque année, donc suite arithmétique de raison 15 000 : $a_n = 200\,000 + 15\,000n$.

Entreprise B : un taux fixe s'applique chaque année, donc suite géométrique de raison 1,06 : $b_n = 200\,000 \times 1{,}06^{\,n}$.

Au bout de 5 ans : $a_5 = 200\,000 + 75\,000 = 275\,000$ €.

Et $b_5 = 200\,000 \times 1{,}06^5 \approx 200\,000 \times 1{,}338226 \approx 267\,645{,}12$ €. A est devant, de plus de 7 000 €.

Au bout de 8 ans : $a_8 = 200\,000 + 120\,000 = 320\,000$ €.

Et $b_8 \approx 200\,000 \times 1{,}593848 \approx 318\,769{,}61$ €. A est encore devant, mais de 1 230 € seulement : l'écart se referme.

Ce resserrement annonce un croisement. On teste donc le rang suivant.

Rang 9 : $a_9 = 335\,000$ € et $b_9 \approx 337\,895{,}79$ €. B passe devant, de près de 2 900 €.

L'entreprise B dépasse donc l'entreprise A à partir de la neuvième année.

Vérification que le dépassement est durable : au rang 10, $a_{10} = 350\,000$ € contre $b_{10} \approx 358\,169{,}54$ €. L'écart continue de croître. ✔

Au bout de 15 ans : $a_{15} = 200\,000 + 225\,000 = 425\,000$ € et $b_{15} \approx 479\,311{,}64$ €.

L'écart atteint alors 54 311,64 € en faveur de B, soit près de dix-neuf fois l'écart de la neuvième année.

Idée générale, et c'est tout l'intérêt de l'exercice : une croissance en pourcentage part plus lentement mais finit TOUJOURS par dépasser une croissance à montant fixe, puis creuse l'écart de plus en plus vite.

Réponse. $a_n = 200\,000 + 15\,000n$ (arithmétique) et $b_n = 200\,000 \times 1{,}06^{\,n}$ (géométrique) · à 5 ans A mène (275 000 contre 267 645 €), à 8 ans encore de peu · B dépasse à partir de la 9e année · écart de 54 312 € à 15 ans.

Rappel de cours. Toujours conclure une comparaison par « à partir de quel rang », jamais par un vainqueur absolu : chaque modèle gagne sur un horizon différent.

Erreur fréquente. S'arrêter à la cinquième année et conclure que le modèle A est meilleur. La comparaison n'a de sens qu'assortie d'une durée.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 21 – Valeur résiduelle d’un véhicule

Une perte de 25 % laisse 75 % de la valeur : le coefficient multiplicateur vaut 0,75.

Suite géométrique de raison 0,75 : $v_n = 28\,000 \times 0{,}75^{\,n}$.

Comme $0 < 0{,}75 < 1$, la suite est décroissante — ce qui correspond bien à une perte de valeur.

Au bout de 3 ans : $0{,}75^3 = 0{,}421875$, donc $v_3 = 28\,000 \times 0{,}421875 = 11\,812{,}50$ €.

Pour le seuil, on cherche le premier rang tel que $v_n < 10\,000$, par balayage.

$n = 3$: 11 812,50 € — encore au-dessus.

$n = 4$: $v_4 = 28\,000 \times 0{,}31640625 \approx 8\,859{,}38$ € — le seuil est franchi.

Le véhicule vaut donc moins de 10 000 € au bout de 4 ans.

Justification complète : $v_3 = 11\,812{,}50 > 10\,000$ et $v_4 \approx 8\,859{,}38 < 10\,000$. ✔

Pour la dernière question, on calcule la valeur prévue par le modèle au bout de 6 ans.

$0{,}75^6 \approx 0{,}177979$, donc $v_6 \approx 28\,000 \times 0{,}177979 \approx 4\,983{,}42$ €.

Le modèle prévoit environ 4 983 €, et l’entreprise espère en tirer 5 000 € : la prévision est donc parfaitement cohérente, à 17 € près.

Nuance à apporter tout de même : ce modèle suppose une perte de 25 % régulière, alors qu’en pratique la décote est plus forte la première année. La valeur réelle de revente dépendra aussi de l’état du véhicule et du marché de l’occasion.

C’est le type de commentaire attendu au bac : le modèle donne un ordre de grandeur fiable, pas une certitude.

Réponse. $v_n = 28\,000 \times 0{,}75^{\,n}$, géométrique décroissante · $v_3 = 11\,812{,}50$ € · sous 10 000 € au bout de 4 ans · $v_6 \approx 4\,983$ €, donc la revente à 5 000 € est cohérente.

Rappel de cours. Perdre t % revient à multiplier par $1 - \dfrac{t}{100}$. Une décote de 25 % donne le coefficient 0,75, pas 0,25.

Erreur fréquente. Utiliser 0,25 comme raison. La valeur tomberait à 437,50 € dès la troisième année : le coefficient représente ce qui RESTE, pas ce qui est perdu.

Correction de l’exercice 22 – Épargne avec versements annuels

Chaque année, deux opérations se succèdent : le capital est d’abord multiplié par 1,02 (intérêts de 2 %), puis augmenté de 600 € (versement).

Relation de récurrence : $u_{n+1} = 1{,}02\,u_n + 600$.

Cette suite n’est ni arithmétique (on ne se contente pas d’ajouter) ni géométrique (on ne se contente pas de multiplier) : c’est le modèle réaliste d’un plan d’épargne.

$u_1 = 2\,000 \times 1{,}02 + 600 = 2\,040 + 600 = 2\,640$ €.

$u_2 = 2\,640 \times 1{,}02 + 600 = 2\,692{,}80 + 600 = 3\,292{,}80$ €.

$u_3 = 3\,292{,}80 \times 1{,}02 + 600 = 3\,358{,}656 + 600 = 3\,958{,}656$, soit 3 958,66 € au centime près.

Sans rémunération, le capital vaudrait simplement $2\,000 + 3 \times 600 = 3\,800$ €.

Les intérêts ont donc rapporté $3\,958{,}66 - 3\,800 = 158{,}66$ € en trois ans.

Contrôle de vraisemblance : le capital moyen sur la période avoisine 3 000 €, et $3\,000 \times 0{,}02 \times 3 = 180$ €. L’ordre de grandeur est correct. ✔

Point de méthode : on garde toutes les décimales dans les calculs intermédiaires et on

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

n'arrondit qu'à la fin. Arrondir u_2 à 3 293 € donnerait 3 958,86 €, soit 20 centimes d'écart — qui grandiraient sur vingt ans.

Attention aussi à l'ORDRE imposé par l'énoncé : ici les intérêts portent sur le capital AVANT le nouveau versement. Si le versement avait lieu d'abord, on aurait $u_{n+1} = 1{,}02\,(u_n + 600)$ et u_1 vaudrait 2 652 € au lieu de 2 640 €.

Ce détail de 12 € n'est pas anodin : sur un contrat réel, la date de versement change le rendement, et c'est une clause à lire attentivement.

Réponse. $u_{n+1} = 1{,}02\,u_n + 600$ · $u_3 = 3\,958{,}66$ € · soit 158,66 € de plus que les 3 800 € d'un compte non rémunéré.

Rappel de cours. Un modèle « intérêts + versement fixe » se calcule terme à terme : en Première STMG, on ne cherche pas de formule explicite.

Erreur fréquente. Inverser l'ordre des deux opérations dans l'année. Lire précisément l'énoncé : ici, les intérêts sont calculés avant le nouveau versement.

Correction de l'exercice 23 – Doublement d'un chiffre d'affaires

Une hausse de 8 % donne le coefficient 1,08, donc $u_n = 200\,000 \times 1{,}08^{\,n}$.

Au bout de 4 ans : $1{,}08^4 \approx 1{,}360489$, donc $u_4 \approx 272\,097{,}79$ €.

Doubler signifie atteindre $2 \times 200\,000 = 400\,000$ €. On cherche donc le premier rang tel que $u_n > 400\,000$.

Cela revient à chercher $1{,}08^{\,n} > 2$, condition qui ne dépend pas du capital de départ — c'est important pour la troisième question.

Balayage : $n = 8$ donne $1{,}08^8 \approx 1{,}850930$, soit $u_8 \approx 370\,186{,}04$ € — insuffisant.

$n = 9$: $1{,}08^9 \approx 1{,}999005$, soit $u_9 \approx 399\,800{,}93$ €. C'est extrêmement proche de 400 000 €, mais toujours EN DESSOUS.

$n = 10$: $1{,}08^{10} \approx 2{,}158925$, soit $u_{10} \approx 431\,785$ €. Le doublement est atteint.

Le chiffre d'affaires double donc au bout de 10 ans.

Ce cas illustre pourquoi il faut toujours vérifier le rang précédent : au rang 9, il manquait 199,07 € — un arrondi trop rapide aurait fait répondre 9.

Sur l'affirmation du dirigeant : le doublement demande 10 ans, pas 12. Son estimation est donc trop pessimiste d'environ deux ans.

D'où vient son chiffre ? Sans doute d'un raisonnement additif : $8 \times 12 = 96$ %, soit « presque 100 % donc le double ». C'est l'erreur des taux additionnés — elle ignore que les intérêts produisent des intérêts.

Le même raisonnement additif donnerait $8 \times 10 = 80$ % au bout de dix ans, alors que la hausse réelle est de 115,9 %. L'écart entre les deux méthodes est considérable.

Repère professionnel utile : pour un taux t faible, le temps de doublement est d'environ $\dfrac{70}{t}$ années. Ici $\dfrac{70}{8} = 8{,}75$, ce qui donne un bon ordre de grandeur, à confirmer par le balayage.

Réponse. $u_n = 200\,000 \times 1{,}08^{\,n}$ et $u_4 \approx 272\,098$ € · le CA double au bout de 10 ans ($u_9 \approx 399\,801$ €, tout juste insuffisant) · le dirigeant surestime : 10 ans et non 12.

Rappel de cours. Le temps de doublement ne dépend PAS du montant de départ, seulement du taux : la condition s'écrit $q^{\,n} > 2$.

Erreur fréquente. Répondre 9 parce que 399 801 € est « presque » 400 000 €. Il manque 199 € : le seuil n'est pas franchi.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l'exercice 24 – Lire un programme Python de seuil

`p` est le prix de l'abonnement, `n` le nombre d'années écoulées. À chaque tour, le prix est multiplié par 1,06 (hausse de 6 %) et `n` augmente de 1.

La boucle continue TANT QUE le prix reste inférieur ou égal à 45 € : elle s'arrête dès que le prix dépasse 45 €.

On cherche donc le plus petit n tel que $30 \times 1{,}06^{\,n} > 45$.

$30 \times 1{,}06^{6} \approx 42{,}56$ € : la boucle continue.

$30 \times 1{,}06^{7} \approx 45{,}11$ € : la condition `p <= 45` devient fausse, la boucle s'arrête.

Le programme affiche 7 et environ 45,11.

Pour le seuil de 60 €, on remplace la condition par `while p <= 60:`.

$30 \times 1{,}06^{11} \approx 56{,}95$ € et $30 \times 1{,}06^{12} \approx 60{,}37$ € : le programme affiche 12 et environ 60,37.

Réponse. Affichage : 7 et ≈ 45,11 · avec `while p <= 60:`, on obtient 12 et ≈ 60,37.

Rappel de cours. Une boucle `while` répète les instructions tant que la condition est vraie : la condition écrite est le CONTRAIRE de ce que l'on cherche.

Erreur fréquente. Écrire `while p > 45:` : la condition serait fausse dès le départ ($30 > 45$ est faux) et la boucle ne tournerait jamais.

Correction de l'exercice 25 – Synthèse : à partir de quand l'activité est-elle rentable ?

Chiffre d'affaires : croissance à taux constant, donc suite géométrique de raison 1,10 : $c_n = 90\,000 \times 1{,}10^{\,n}$.

Charges : augmentation d'un montant fixe, donc suite arithmétique de raison 5 000 : $d_n = 120\,000 + 5\,000n$.

C'est la situation typique d'une jeune entreprise : les charges progressent régulièrement, le chiffre d'affaires progresse en pourcentage — donc de plus en plus vite.

Année 0 : $c_0 = 90\,000$ € et $d_0 = 120\,000$ €, donc un résultat de $90\,000 - 120\,000 = -30\,000$ €. L'entreprise perd 30 000 €.

Année 3 : $c_3 = 90\,000 \times 1{,}331 = 119\,790$ € et $d_3 = 135\,000$ €, donc un résultat de $-15\,210$ €. La perte a diminué de moitié.

Année 5 : $c_5 = 90\,000 \times 1{,}61051 = 144\,945{,}90$ € et $d_5 = 145\,000$ €.

Résultat : $144\,945{,}90 - 145\,000 = -54{,}10$ €. L'entreprise est encore en perte, mais de 54 € seulement.

Année 6 : $c_6 = 90\,000 \times 1{,}771561 \approx 159\,440{,}49$ € et $d_6 = 150\,000$ €, soit un résultat de $+9\,440{,}49$ €.

L'entreprise devient donc bénéficiaire à partir de la sixième année.

Sur la prévision du fondateur : elle est presque juste, et c'est ce qui la rend intéressante à commenter. Au bout de cinq ans, il manque 54,10 € pour atteindre l'équilibre.

Autrement dit, l'entreprise atteint son point mort en toute fin de cinquième année : le fondateur a raison sur l'ordre de grandeur, mais le résultat comptable de l'année 5 sera bien négatif, ne serait-ce que de quelques dizaines d'euros.

C'est un cas d'école pour la rédaction : on ne peut pas répondre « environ cinq ans » sans calculer. Ici, 54 € font la différence entre un exercice déficitaire et un exercice bénéficiaire.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Contrôle de cohérence de l’ensemble : les pertes diminuent d’année en année ($-30\,000$, $-26\,000$, $-21\,100$, $-15\,210$, $-8\,231$, -54, puis $+9\,440$), ce qui est cohérent avec un chiffre d’affaires qui accélère face à des charges régulières. ✔

Lecture de gestion : la fragilité du modèle tient à l’hypothèse des 10 % de croissance. Si elle tombait à 7 %, l’équilibre serait repoussé de plusieurs années — c’est la première chose qu’un investisseur vérifiera.

Réponse. $c_n = 90\,000 \times 1{,}10^{\,n}$ (géométrique) et $d_n = 120\,000 + 5\,000n$ (arithmétique) · résultats : $-30\,000$ €, $-15\,210$ € et $-54{,}10$ € · l’entreprise devient bénéficiaire la 6^{e} année · le fondateur se trompe de peu : il manque 54 € au bout de cinq ans.

Rappel de cours. Résultat = chiffre d’affaires − charges. Le point mort se cherche en comparant les deux suites, jamais en les regardant séparément.

Erreur fréquente. Arrondir c_5 à 145 000 € et conclure à l’équilibre. Toutes les décimales comptent quand deux courbes se croisent presque.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).