Suites numériques — Première STMG

25 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Tout le chapitre tient dans une question à se poser devant un énoncé de gestion : ce qui se répète, est-ce un MONTANT ou un TAUX ? Un loyer qui augmente de 50 € par an, un amortissement linéaire, des intérêts simples : on ajoute toujours la même chose, c'est une suite arithmétique. Un chiffre d'affaires qui progresse de 6 % par an, des intérêts composés, un amortissement dégressif : on multiplie toujours par la même chose, c'est une suite géométrique — et l'on retrouve le coefficient multiplicateur du chapitre 1. Ces 25 exercices installent les deux modèles, leur terme général, leur lecture graphique, puis les font travailler sur ce que le bac STMG demande vraiment : comparer deux offres, chercher un seuil au tableur, et dire à partir de quand une activité devient rentable.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/premiere-stmg/suites-numeriques

Exercice 1 – Calculer les termes d'une suite

Un service en ligne facture 250 € de frais d'ouverture, puis 30 € par mois. On note u_n le montant total payé après n mois d'abonnement.

1. Justifie que $u_n = 250 + 30n$, puis calcule u_0, u_1 et u_{12}.

2. Combien l'entreprise aura-t-elle payé au bout de deux ans ?

Exercice 2 – Suite définie par récurrence

Une entreprise dispose de 1 200 € sur un compte et y verse 150 € chaque mois. On note $u_0 = 1\,200$ le solde initial et u_n le solde après n mois.

1. Exprime u_{n+1} en fonction de u_n.

2. Calcule u_1, u_2, u_3 et u_4.

Exercice 3 – Arithmétique ou géométrique ?

Pour chaque situation, dis si la suite est arithmétique, géométrique, ou ni l'une ni l'autre, et donne la raison quand elle existe.

1. Un loyer de 700 € augmente de 50 € chaque année.

2. Un chiffre d'affaires de 80 000 € progresse de 4 % par an.

3. Un effectif suit la série 100 ; 110 ; 121 ; 133,1.

4. Un stock suit la série 2 000 ; 1 800 ; 1 600 ; 1 400.

5. Des ventes suivent la série 5 ; 10 ; 20 ; 35.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 4 – Terme général d'une suite arithmétique

Un entrepôt contient 1 800 palettes. Chaque semaine, 120 palettes sont expédiées sans être remplacées. On note u_n le stock après n semaines.

1. Exprime u_n en fonction de n.

2. Quel est le stock au bout de 10 semaines ?

3. Au bout de combien de semaines l'entrepôt sera-t-il vide ?

Exercice 5 – Terme général d'une suite géométrique

Le chiffre d'affaires d'une société est de 25 000 € et progresse de 6 % par an. On note v_n le chiffre d'affaires après n années, avec $v_0 = 25\,000$.

1. Exprime v_{n+1} en fonction de v_n, puis v_n en fonction de n.

2. Calcule le chiffre d'affaires au bout de 5 ans, puis de 10 ans, arrondi à l'euro.

Exercice 6 – Intérêts simples ou intérêts composés

Une entreprise place 5 000 € à 3 % par an. Deux formules existent : les intérêts SIMPLES, calculés chaque année sur le capital initial, et les intérêts COMPOSÉS, calculés sur le capital de l'année précédente.

1. Exprime u_n (intérêts simples) et v_n (intérêts composés) en fonction de n, et donne la nature de chaque suite.

2. Compare les deux capitaux au bout de 5 ans, puis de 10 ans.

Exercice 7 – Retrouver une suite arithmétique

Le loyer annuel d'un local commercial suit une suite arithmétique. La troisième année (u_3), il s'élève à 2 100 € ; la huitième année (u_8), à 2 850 €.

1. Calcule la raison de la suite.

2. Détermine u_0, puis le terme général.

3. Quel sera le loyer la douzième année ?

Exercice 8 – Retrouver une suite géométrique

Le nombre d'abonnés d'un service suit une suite géométrique croissante. On sait que $v_2 = 6\,050$ et $v_5 = 8\,052{,}55$.

1. Calcule la raison de la suite, puis le taux d'évolution annuel correspondant.

2. Détermine v_0.

Exercice 9 – Sens de variation

Pour chaque suite, dis si elle est croissante ou décroissante, et justifie sans calculer tous les termes.

1. $u_n = 4\,500 - 250n$

2. $v_n = 12\,000 \times 1{,}08^{\,n}$

3. $w_n = 30\,000 \times 0{,}85^{\,n}$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

4. $t_n = 900 + 40n$

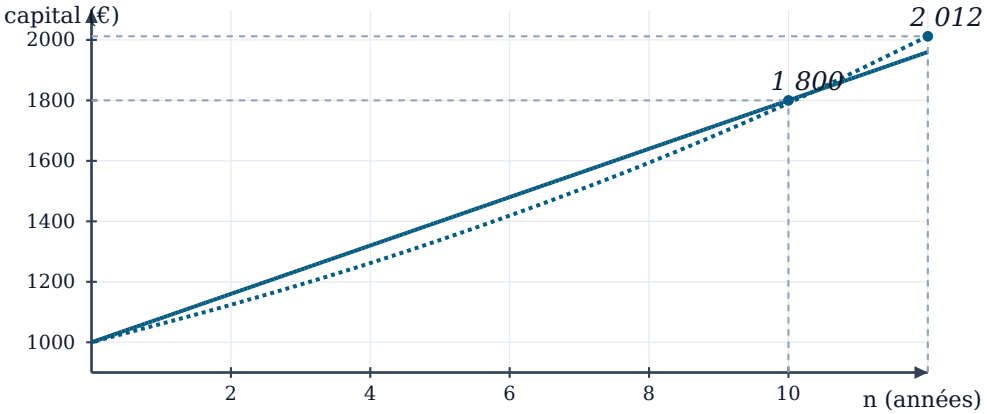
Exercice 10 – Reconnaître les deux modèles sur un graphique

Deux placements de 1 000 € sont représentés ci-dessous sur 12 ans. Le placement A (points reliés en trait plein) rapporte un montant fixe chaque année ; le placement B (pointillés) rapporte un pourcentage fixe.

1. Attribue chaque courbe à son placement en justifiant par la forme.

2. Détermine la raison de chaque suite par lecture graphique.

3. À partir de quelle année le placement B devient-il le plus intéressant ?



Exercice 11 – Loyer indexé d'un local commercial

Le loyer mensuel d'une boutique vaut 650 € en 2024. Le bail prévoit une hausse de 15 € par an. On note u_n le loyer mensuel de l'année $2024 + n$.

1. Calcule u_1 et u_2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

2. Exprime u_n en fonction de n.

3. En quelle année le loyer mensuel atteindra-t-il 800 € ?

Exercice 12 – Identifier un modèle à partir de données

Le chiffre d'affaires mensuel d'une application, en milliers d'euros, vaut 200 le premier mois, puis 230, 264,5 et 304,175 les mois suivants.

1. Calcule les écarts successifs, puis les quotients successifs. Quel modèle convient ?

2. On note v_n le chiffre d'affaires du mois n, avec $v_0 = 200$. Exprime v_n en fonction de n.

3. Si la tendance se maintient, quel sera le chiffre d'affaires du mois 6 ?

Exercice 13 – Amortissement linéaire ou dégressif

Une machine est achetée 40 000 €. Deux modes d'amortissement sont envisagés : le mode LINÉAIRE, qui répartit la valeur en parts égales sur 5 ans, et le mode DÉGRESSIF, qui retire 30 % de la valeur restante chaque année.

1. Exprime la valeur comptable u_n (linéaire) et v_n (dégressif) après n années.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2. Compare les deux valeurs au bout de 3 ans, puis de 5 ans.

3. Quel mode l'entreprise a-t-elle intérêt à choisir si elle veut réduire son résultat imposable les premières années ?

Exercice 14 – Chercher un seuil

Un capital de 5 000 € est placé à 3 % par an à intérêts composés, donc $v_n = 5\,000 \times 1{,}03^n$. À partir de quelle année le capital dépassera-t-il 7 000 € ?

Exercice 15 – Fidélisation : ni arithmétique ni géométrique

Un salon de sport compte 3 000 adhérents. Chaque année, il perd 10 % de ses adhérents mais en recrute 500 nouveaux. On note u_n le nombre d'adhérents après n années, avec $u_0 = 3\,000$.

1. Exprime u_{n+1} en fonction de u_n.

2. Calcule u_1, u_2 et u_3.

3. Montre que la suite n'est ni arithmétique ni géométrique.

4. Vers quel effectif la fréquentation semble-t-elle se stabiliser ?

Exercice 16 – Construire la feuille de calcul

On veut comparer au tableur deux modèles sur 15 ans. La colonne A contient les rangs 0, 1, 2… La cellule B2 contient le capital initial 4 000, la colonne B suit une suite arithmétique de raison 250, la colonne C une suite géométrique de raison 1,05 partant elle aussi de 4 000 (cellule C2). Le taux 0,05 est saisi une fois pour toutes en cellule F1.

1. Quelle formule saisir en B3 pour obtenir le terme suivant de la suite arithmétique ?

2. Quelle formule saisir en C3, en utilisant la cellule F1 ?

3. Pourquoi écrit-on `$F$1` et non *F*1 ?

Exercice 17 – Comparer deux offres d'abonnement

Deux prestataires proposent le même service. L'offre A demande 60 € de frais d'inscription puis 25 € par mois. L'offre B ne demande aucun frais d'inscription mais 35 € par mois.

1. Exprime le coût total a_n et b_n après n mois.

2. Compare les deux offres au bout de 4 mois, puis de 10 mois.

3. À partir de combien de mois l'offre A devient-elle la plus avantageuse ?

Exercice 18 – Emprunt à amortissement constant

Une entreprise emprunte 12 000 € sur 6 ans. Chaque année, elle rembourse 2 000 € de capital et paie des intérêts égaux à 4 % du capital restant dû en début d'année.

1. Calcule le capital restant dû après 1, 2 puis 3 ans.

2. Calcule les intérêts payés les trois premières années. Quelle est la nature de la suite des intérêts ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

3. Calcule le montant total des intérêts payés sur les 6 ans.

Exercice 19 – Un stock qui s'écoule

Un entrepôt contient 20 000 articles d'une ancienne collection. Chaque mois, 8 % du stock restant est vendu. On note s_n le stock au bout de n mois, avec $s_0 = 20\,000$.

1. Justifie que (s_n) est géométrique et donne sa raison.

2. Calcule le stock au bout de 3 mois, arrondi à l'unité.

3. Au bout de combien de mois le stock passera-t-il sous 10 000 articles ?

Exercice 20 – Croissance linéaire contre croissance en pourcentage

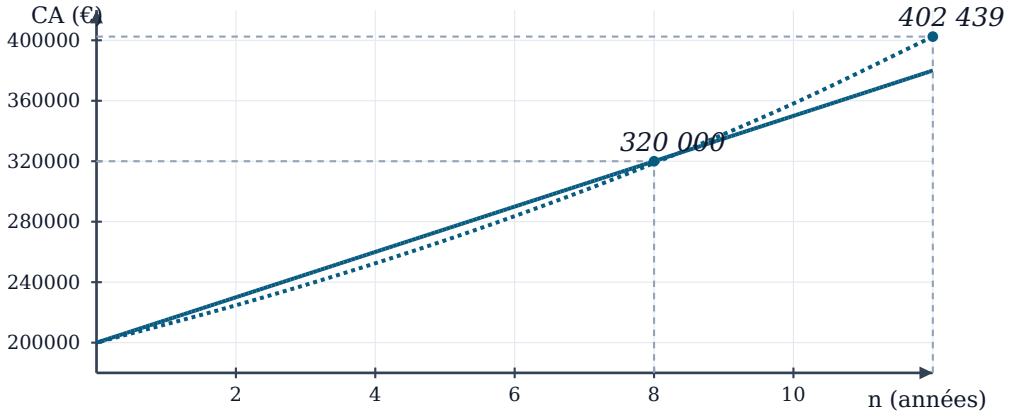
Deux entreprises réalisent aujourd'hui 200 000 € de chiffre d'affaires. L'entreprise A prévoit de gagner 15 000 € de plus chaque année, l'entreprise B prévoit une croissance de 6 % par an. Le graphique représente les deux prévisions.

1. Exprime a_n et b_n, et donne la nature de chaque suite.

2. Compare les deux chiffres d'affaires au bout de 5 ans, puis de 8 ans.

3. À partir de quelle année l'entreprise B dépasse-t-elle l'entreprise A ?

4. Que vaut l'écart au bout de 15 ans ?



Exercice 21 – Valeur résiduelle d'un véhicule

Un véhicule utilitaire acheté 28 000 € perd 25 % de sa valeur chaque année.

1. Exprime sa valeur v_n après n années et donne la nature de la suite.

2. Calcule sa valeur au bout de 3 ans.

3. Au bout de combien d'années vaudra-t-il moins de 10 000 € ?

4. L'entreprise prévoit de le revendre 5 000 € au bout de 6 ans. Est-ce cohérent avec le modèle ?

Exercice 22 – Épargne avec versements annuels

Une entreprise place 2 000 € sur un compte rémunéré à 2 % par an. Chaque année, juste après le versement des intérêts, elle ajoute 600 €. On note u_n le capital après n années, avec $u_0 = 2\,000$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

1. Exprime u_{n+1} en fonction de u_n.

2. Calcule le capital au bout de 3 ans, au centime près.

3. Compare avec un compte non rémunéré alimenté des mêmes versements.

Exercice 23 – Doublement d'un chiffre d'affaires

Le chiffre d'affaires d'une entreprise est de 200 000 € et progresse de 8 % par an.

1. Exprime u_n et calcule le chiffre d'affaires au bout de 4 ans.

2. En combien d'années le chiffre d'affaires aura-t-il doublé ?

3. Un dirigeant affirme : « à 8 % par an, il faut environ 12 ans pour doubler ». Que penser de cette affirmation ?

Exercice 24 – Lire un programme Python de seuil

Le prix d'un abonnement vaut 30 € cette année et augmente de 6 % par an. On considère le programme suivant :

```
p = 30
n = 0
while p <= 45:
    p = p * 1.06
    n = n + 1
print(n, p)
```

1. Que représentent les variables `p` et `n` ?

2. Pourquoi la boucle s'arrête-t-elle ? Quelles valeurs le programme affiche-t-il ?

3. Quelle modification faut-il faire pour connaître l'année où le prix dépasse 60 € ? Quel résultat obtient-on ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 25 – Synthèse : à partir de quand l’activité est-elle rentable ?

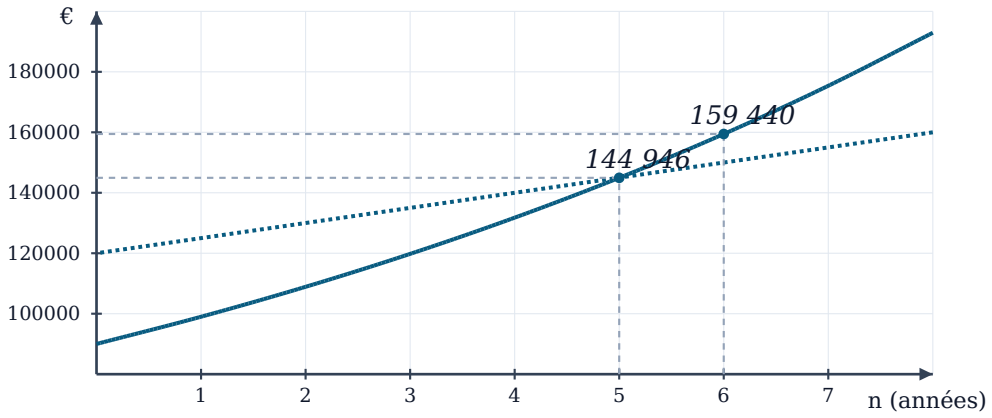
Une jeune entreprise réalise 90 000 € de chiffre d’affaires la première année, avec une croissance prévue de 10 % par an. Ses charges s’élèvent à 120 000 € la première année et augmentent de 5 000 € par an. On note n le nombre d’années écoulées, c_n le chiffre d’affaires et d_n les charges. Le graphique représente les deux prévisions.

1. Exprime c_n et d_n, et donne la nature de chaque suite.

2. Calcule le résultat (chiffre d’affaires moins charges) pour $n = 0$, $n = 3$ et $n = 5$.

3. À partir de quelle année l’entreprise devient-elle bénéficiaire ?

4. Que penser de la prévision « nous serons rentables dans cinq ans » faite par le fondateur ?



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).