Calcul littéral — Quatrième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

En 4e, le calcul littéral franchit une étape : à la simple distributivité $k(a+b)$ s'ajoute la double distributivité $(a+b)(c+d)$, et la factorisation devient un vrai outil. Ces 20 exercices reprennent la réduction, la substitution, le développement, la factorisation, puis les mettent au service de démonstrations — prouver qu'un programme de calcul donne toujours le même résultat, ou qu'une somme est toujours un multiple de 3.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/quatrieme/calcul-litteral

Exercice 1 – Réduire une expression

Réduis : $7x + 3 - 2x + 8$.

Exercice 2 – Réduire avec des carrés

Réduis : $3x^2 + 5x - x^2 + 2x$.

Exercice 3 – Substituer une valeur

Calcule $A = 2x^2 - 3x + 1$ pour $x = 4$, puis pour $x = -2$.

Exercice 4 – Distributivité simple

Développe : a) $5(2x - 3)$; b) $-4(x + 7)$.

Exercice 5 – Factoriser un facteur commun

Factorise : a) $6x + 15$; b) $4x^2 - 6x$.

Exercice 6 – Double distributivité

Développe et réduis $(x + 3)(x + 5)$.

Exercice 7 – Double distributivité avec des signes

Développe et réduis $(2x - 1)(x + 4)$.

Exercice 8 – Soustraire une parenthèse

Développe et réduis $7x - (3x - 5)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Aire et double distributivité

Un rectangle a pour longueur $x + 4$ et pour largeur $x + 2$. Exprime son aire sous forme développée.

Exercice 10 – Développer un carré

Développe $(x + 5)^2$.

Exercice 11 – Développer et réduire une somme

Développe et réduis $B = 3(x + 2) + 2(4x - 1)$.

Exercice 12 – Développer avec une soustraction

Développe et réduis $C = (x + 3)(x + 2) - (x + 1)(x + 4)$.

Exercice 13 – Factoriser avec une parenthèse commune

Factorise $(x + 2)(x - 1) + (x + 2)(3x + 4)$.

Exercice 14 – Tester une égalité

Le nombre -3 est-il solution de l'équation $2x + 7 = x + 4$? Et le nombre 2 ?

Exercice 15 – Périmètre et aire littéraux

Un carré a pour côté $x + 3$.

1. Exprime son périmètre sous forme réduite.

2. Exprime son aire sous forme développée.

3. Calcule les deux pour $x = 5$.

Exercice 16 – Le programme de calcul

Programme : « Choisis un nombre. Ajoute 4. Multiplie par 2. Soustrais le double du nombre choisi. » Prouve que le résultat ne dépend pas du nombre choisi.

Exercice 17 – Démontrer une propriété

Soit n un entier. Démontre que la somme de n, de $n + 1$ et de $n + 2$ est toujours un multiple de 3.

Exercice 18 – Le carré agrandi

On augmente le côté d'un carré de 2 cm. Le côté initial vaut c.

1. Exprime l'aire du nouveau carré sous forme développée.

2. De combien l'aire a-t-elle augmenté ?

3. Calcule cette augmentation pour $c = 10$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 19 – Deux expressions égales ?

Les expressions $D = (x+1)(x+6)$ et $E = x^2 + 7x + 6$ sont-elles égales pour toute valeur de x ? Et $F = (x+2)(x+5)$ et E ?

Exercice 20 – Vrai ou faux justifié

Vrai ou faux, en justifiant : a) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$; b) $3(x+2) = 3x + 6$; c) $-(x-4) = -x + 4$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Réduire une expression

On regroupe les termes de même nature : ceux qui contiennent x, et les nombres seuls.

Termes en x : $7x - 2x = 5x$.

Termes constants : $3 + 8 = 11$.

Expression réduite : $5x + 11$.

Réponse. $7x + 3 - 2x + 8 = 5x + 11$

Rappel de cours. On ne peut regrouper que des termes ayant exactement la même partie littérale.

Erreur fréquente. Écrire $5x + 11 = 16x$: un nombre seul ne se combine pas avec un terme en x.

Correction de l'exercice 2 – Réduire avec des carrés

Les termes en x^2 et les termes en x sont de natures DIFFÉRENTES : on ne les mélange pas.

Termes en x^2 : $3x^2 - x^2 = 2x^2$ (car $-x^2$ signifie $-1 \times x^2$).

Termes en x : $5x + 2x = 7x$.

Expression réduite : $2x^2 + 7x$.

Réponse. $3x^2 + 5x - x^2 + 2x = 2x^2 + 7x$

Rappel de cours. x et x^2 ne se regroupent jamais : ce sont deux « familles » distinctes.

Erreur fréquente. Écrire $2x^2 + 7x = 9x^2$ ou $9x^3$: les exposants ne s'additionnent pas dans une somme.

Correction de l'exercice 3 – Substituer une valeur

Pour $x = 4$: $A = 2 \times 4^2 - 3 \times 4 + 1$.

On calcule la puissance d'abord : $4^2 = 16$, donc $2 \times 16 = 32$.

Puis $A = 32 - 12 + 1 = 21$.

Pour $x = -2$: $A = 2 \times (-2)^2 - 3 \times (-2) + 1$.

$(-2)^2 = 4$, donc $2 \times 4 = 8$. Et $-3 \times (-2) = +6$.

$A = 8 + 6 + 1 = 15$.

Réponse. $A = 21$ pour $x = 4$ et $A = 15$ pour $x = -2$.

Rappel de cours. Priorités : puissances d'abord, puis multiplications, puis additions.

Erreur fréquente. Écrire $-2^2 = -4$ au lieu de $(-2)^2 = 4$: les parenthèses sont indispensables.

Correction de l'exercice 4 – Distributivité simple

a) On multiplie 5 par chaque terme : $5 \times 2x = 10x$ et $5 \times (-3) = -15$.

a) Donc $5(2x - 3) = 10x - 15$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

b) Attention au signe $-$ devant le 4 : il multiplie aussi chaque terme.

b) $-4 \times x = -4x$ et $-4 \times 7 = -28$.

b) Donc $-4(x + 7) = -4x - 28$.

Réponse. a) $10x - 15$ · b) $-4x - 28$

Rappel de cours. $k(a + b) = ka + kb$: le facteur multiplie TOUS les termes, signe compris.

Erreur fréquente. Écrire $-4(x + 7) = -4x + 28$: le -4 multiplie aussi le $+7$.

Correction de l'exercice 5 – Factoriser un facteur commun

a) On cherche le plus grand facteur commun à 6 et 15 : c'est 3.

a) $6x = 3 \times 2x$ et $15 = 3 \times 5$, donc $6x + 15 = 3(2x + 5)$.

b) Facteur commun aux nombres : 2. Facteur commun aux lettres : x, présent dans les deux termes.

b) $4x^2 = 2x \times 2x$ et $6x = 2x \times 3$, donc $4x^2 - 6x = 2x(2x - 3)$.

Vérification en redéveloppant : $2x \times 2x = 4x^2$ et $2x \times (-3) = -6x$. ✔

Réponse. a) $3(2x + 5)$ · b) $2x(2x - 3)$

Rappel de cours. Le facteur commun peut contenir des nombres ET des lettres.

Erreur fréquente. Oublier le x dans le facteur commun de b) : $2(2x^2 - 3x)$ est correct mais pas complètement factorisé.

Correction de l'exercice 6 – Double distributivité

On multiplie chaque terme de la première parenthèse par chaque terme de la seconde : quatre produits au total.

$x \times x = x^2$.

$x \times 5 = 5x$.

$3 \times x = 3x$.

$3 \times 5 = 15$.

On additionne : $x^2 + 5x + 3x + 15$, puis on réduit : $x^2 + 8x + 15$.

Réponse. $(x + 3)(x + 5) = x^2 + 8x + 15$

Rappel de cours. $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$: quatre produits, toujours.

Erreur fréquente. Écrire $(x + 3)(x + 5) = x^2 + 15$: il manque les deux produits croisés.

Correction de l'exercice 7 – Double distributivité avec des signes

On effectue les quatre produits, en emportant les signes.

$2x \times x = 2x^2$.

$2x \times 4 = 8x$.

$-1 \times x = -x$.

$-1 \times 4 = -4$.

Somme : $2x^2 + 8x - x - 4$.

Réduction : $8x - x = 7x$, donc $2x^2 + 7x - 4$.

Réponse. $(2x - 1)(x + 4) = 2x^2 + 7x - 4$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. Le signe − fait partie du terme : ici on multiplie bien −1, pas +1.

Erreur fréquente. Oublier le signe du −1 et obtenir $2x^2 + 9x + 4$.

Correction de l'exercice 8 – Soustraire une parenthèse

Le signe − devant la parenthèse revient à multiplier par −1.

$-(3x - 5) = -3x + 5$: tous les signes à l'intérieur changent.

L'expression devient $7x - 3x + 5$.

Réduction : $7x - 3x = 4x$, donc $4x + 5$.

Réponse. $7x - (3x - 5) = 4x + 5$

Rappel de cours. Un signe − devant une parenthèse change TOUS les signes à l'intérieur.

Erreur fréquente. Écrire $7x - 3x - 5$: le −5 devient +5.

Correction de l'exercice 9 – Aire et double distributivité

L'aire d'un rectangle est le produit de la longueur par la largeur.

$A = (x + 4)(x + 2)$.

On développe : $x \times x = x^2$; $x \times 2 = 2x$; $4 \times x = 4x$; $4 \times 2 = 8$.

$A = x^2 + 2x + 4x + 8 = x^2 + 6x + 8$.

Vérification avec $x = 3$: le rectangle mesure 7 sur 5, donc 35. Et $9 + 18 + 8 = 35$. ✔

Réponse. $A = (x + 4)(x + 2) = x^2 + 6x + 8$

Rappel de cours. Une aire de rectangle donne une interprétation géométrique de la double distributivité.

Erreur fréquente. Additionner les dimensions : ce serait le demi-périmètre, pas l'aire.

Correction de l'exercice 10 – Développer un carré

$(x + 5)^2$ signifie $(x + 5)(x + 5)$: c'est un produit, pas une somme de carrés.

On développe les quatre produits : $x \times x = x^2$; $x \times 5 = 5x$; $5 \times x = 5x$; $5 \times 5 = 25$.

Somme : $x^2 + 5x + 5x + 25$.

Réduction : $x^2 + 10x + 25$.

Vérification avec $x = 2$: $(2 + 5)^2 = 49$, et $4 + 20 + 25 = 49$. ✔

Réponse. $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$

Rappel de cours. $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$: il y a toujours un double produit au milieu.

Erreur fréquente. Écrire $(x + 5)^2 = x^2 + 25$: c'est l'erreur la plus classique de tout le collège.

Correction de l'exercice 11 – Développer et réduire une somme

On développe chaque produit séparément.

$3(x + 2) = 3x + 6$.

$2(4x - 1) = 8x - 2$.

On additionne : $B = 3x + 6 + 8x - 2$.

On regroupe les termes en x : $3x + 8x = 11x$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

On regroupe les constantes : $6 - 2 = 4$.

$B = 11x + 4$.

Réponse. $B = 11x + 4$

Rappel de cours. On développe d'abord chaque parenthèse, on réduit ensuite.

Erreur fréquente. Multiplier les deux parenthèses entre elles : ici elles sont ADDITIONNÉES, pas multipliées.

Correction de l'exercice 12 – Développer avec une soustraction

On développe le premier produit : $(x + 3)(x + 2) = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$.

On développe le second : $(x + 1)(x + 4) = x^2 + 4x + x + 4 = x^2 + 5x + 4$.

C est la différence : $C = (x^2 + 5x + 6) - (x^2 + 5x + 4)$.

Le signe $-$ change tous les signes de la seconde parenthèse :
$C = x^2 + 5x + 6 - x^2 - 5x - 4$.

Les x^2 s'annulent, les $5x$ aussi : il reste $6 - 4 = 2$.

$C = 2$, une constante — le résultat ne dépend pas de x !

Réponse. $C = 2$, quelle que soit la valeur de x.

Rappel de cours. Un résultat constant signale souvent une propriété cachée : ici, les deux produits ne diffèrent que de 2.

Erreur fréquente. Oublier de changer les signes de la seconde parenthèse : on trouverait $2x^2 + 10x + 10$.

Correction de l'exercice 13 – Factoriser avec une parenthèse commune

On repère le facteur commun aux deux termes : ici, c'est la parenthèse $(x + 2)$.

On la met en facteur : $(x + 2)[(x - 1) + (3x + 4)]$.

On réduit le contenu du crochet : $x - 1 + 3x + 4 = 4x + 3$.

Forme factorisée : $(x + 2)(4x + 3)$.

Vérification avec $x = 1$: l'expression de départ vaut $3 \times 0 + 3 \times 7 = 21$, et la forme factorisée $3 \times 7 = 21$. ✔

Réponse. $(x + 2)(x - 1) + (x + 2)(3x + 4) = (x + 2)(4x + 3)$

Rappel de cours. Le facteur commun peut être une parenthèse entière, pas seulement un nombre ou une lettre.

Erreur fréquente. Développer tout avant de factoriser : c'est plus long et on perd le facteur commun de vue.

Correction de l'exercice 14 – Tester une égalité

On calcule séparément les deux membres pour chaque valeur.

Pour $x = -3$: membre de gauche $= 2 \times (-3) + 7 = -6 + 7 = 1$.

Membre de droite $= -3 + 4 = 1$. Les deux membres sont égaux : -3 est solution.

Pour $x = 2$: membre de gauche $= 4 + 7 = 11$. Membre de droite $= 2 + 4 = 6$.

$11 \neq 6$: 2 n'est pas solution.

Réponse. -3 est solution ; 2 ne l'est pas.

Rappel de cours. On calcule chaque membre à part, puis on compare : on ne

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

« transforme » pas l'équation.

Erreur fréquente. Faire les calculs de tête sur les négatifs : $2 \times (-3) = -6$, pas -5.

Correction de l'exercice 15 – Périmètre et aire littéraux

Périmètre : quatre côtés égaux, donc $P = 4(x + 3)$.

On développe : $P = 4x + 12$.

Aire : $A = (x + 3)^2 = (x + 3)(x + 3)$.

Développement : $x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$.

Pour $x = 5$: le côté vaut 8. Donc $P = 4 \times 8 = 32$, ce que confirme $4 \times 5 + 12 = 32$. ✔

Et $A = 8 \times 8 = 64$, ce que confirme $25 + 30 + 9 = 64$. ✔

Réponse. $P = 4x + 12$ et $A = x^2 + 6x + 9$; pour $x = 5$: $P = 32$ et $A = 64$.

Rappel de cours. Vérifier une expression littérale en la testant sur une valeur est un réflexe à prendre.

Erreur fréquente. Écrire l'aire $x^2 + 9$: le double produit $6x$ manquerait.

Correction de l'exercice 16 – Le programme de calcul

On appelle n le nombre choisi et on traduit chaque étape.

« Ajoute 4 » : $n + 4$.

« Multiplie par 2 » : $2(n + 4)$, qu'on développe en $2n + 8$.

« Soustrais le double du nombre choisi » : le double de n est $2n$, donc on calcule $2n + 8 - 2n$.

Les termes $2n$ et $-2n$ s'annulent : il reste 8.

Le résultat vaut donc toujours 8, quel que soit le nombre de départ.

Vérification avec $n = 10$: 14, puis 28, puis $28 - 20 = 8$. ✔

Réponse. Le résultat est toujours 8 : $2(n + 4) - 2n = 2n + 8 - 2n = 8$.

Rappel de cours. Le calcul littéral PROUVE ce que des exemples ne font que suggérer.

Erreur fréquente. Tester trois nombres et écrire « donc c'est toujours 8 » : ce n'est pas une démonstration.

Correction de l'exercice 17 – Démontrer une propriété

On écrit la somme : $S = n + (n + 1) + (n + 2)$.

On regroupe les termes en n : $n + n + n = 3n$.

On regroupe les constantes : $1 + 2 = 3$.

Donc $S = 3n + 3$.

On factorise par 3 : $S = 3(n + 1)$.

S s'écrit comme 3 multiplié par un entier $(n + 1)$: c'est donc bien un multiple de 3.

Vérification : $11 + 12 + 13 = 36 = 3 \times 12$, et ici $n + 1 = 12$. ✔

Réponse. $S = 3n + 3 = 3(n + 1)$: la somme est toujours un multiple de 3.

Rappel de cours. Pour prouver qu'un nombre est multiple de k, on le factorise pour faire apparaître k.

Erreur fréquente. Se contenter d'exemples : trois cas ne prouvent rien pour l'infinité

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

d'entiers.

Correction de l'exercice 18 – Le carré agrandi

Nouveau côté : $c + 2$. Nouvelle aire : $(c + 2)^2 = c^2 + 4c + 4$.

Aire initiale : c^2.

Augmentation : $(c^2 + 4c + 4) - c^2 = 4c + 4$.

On peut factoriser : $4(c + 1)$.

Pour $c = 10$: augmentation $= 4 \times 10 + 4 = 44$ cm².

Vérification : l'aire passe de 100 à 144 cm², soit +44 cm². ✔

Remarque : l'augmentation dépend de c, elle n'est donc pas constante.

Réponse. Nouvelle aire $= c^2 + 4c + 4$ · augmentation $= 4c + 4 = 4(c + 1)$ · pour $c = 10$, +44 cm².

Rappel de cours. Une expression littérale décrit d'un coup TOUS les cas possibles.

Erreur fréquente. Croire que l'augmentation vaut 4 cm² (le carré de 2) : les deux bandes latérales comptent aussi.

Correction de l'exercice 19 – Deux expressions égales ?

On développe D : $x \times x = x^2$; $x \times 6 = 6x$; $1 \times x = x$; $1 \times 6 = 6$.

$D = x^2 + 6x + x + 6 = x^2 + 7x + 6$. C'est exactement E : les deux expressions sont égales pour tout x.

On développe F : $x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$.

F et E ont le même x^2 et le même $7x$, mais des constantes différentes (10 contre 6).

Elles ne sont donc pas égales. Contre-exemple pour $x = 0$: $F = 10$ et $E = 6$.

Réponse. $D = E$ pour tout x ; $F \neq E$ (contre-exemple : $x = 0$ donne 10 et 6).

Rappel de cours. Deux expressions développées sont égales si TOUS leurs termes correspondent.

Erreur fréquente. Tester une seule valeur : deux expressions différentes peuvent coïncider ponctuellement.

Correction de l'exercice 20 – Vrai ou faux justifié

a) En développant : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Il manque le double produit $2ab$.

a) Contre-exemple : $a = 3$ et $b = 4$ donnent $(3 + 4)^2 = 49$, alors que $9 + 16 = 25$. FAUX.

a) Remarque : l'égalité est vraie seulement si a ou b vaut 0.

b) C'est la distributivité : $3 \times x + 3 \times 2 = 3x + 6$. VRAI.

c) Le signe $-$ change tous les signes : $-(x - 4) = -x + 4$. VRAI.

c) Vérification avec $x = 1$: $-(1 - 4) = -(-3) = 3$, et $-1 + 4 = 3$. ✔

Réponse. a) Faux (il manque $2ab$) · b) Vrai · c) Vrai.

Rappel de cours. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$: le double produit ne disparaît jamais.

Erreur fréquente. « Distribuer le carré » sur une somme : le carré ne se distribue que sur un produit.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).