Probabilités — Quatrième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

La 4e consolide le calcul de probabilités et introduit deux outils décisifs : l'événement contraire, qui simplifie énormément les calculs de « au moins un », et les expériences à deux épreuves, qu'on organise avec un tableau ou un arbre. Ces 20 exercices vont du calcul direct aux situations où il faut d'abord dénombrer toutes les issues possibles.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/quatrieme/probabilites

Exercice 1 – Probabilité d'une issue

On lance un dé équilibré à six faces. Quelle est la probabilité d'obtenir 5 ? Et d'obtenir un nombre pair ?

Exercice 2 – Tirage dans une urne

Une urne contient 7 boules rouges, 5 bleues et 8 vertes. Quelle est la probabilité de tirer une bleue ?

Exercice 3 – Événement contraire

Avec la même urne (7 rouges, 5 bleues, 8 vertes), quelle est la probabilité de NE PAS tirer une bleue ?

Exercice 4 – Jeu de 52 cartes

On tire une carte dans un jeu de 52 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir un cœur ? Une figure (valet, dame ou roi) ?

Exercice 5 – Somme des probabilités

Une roue donne trois résultats. On sait que $P(A) = 0{,}35$ et $P(B) = 0{,}4$. Que vaut $P(C)$?

Exercice 6 – Retrouver un effectif

Une urne contient 9 boules blanches et n boules noires. La probabilité de tirer une blanche vaut 0,6. Combien y a-t-il de boules noires ?

Exercice 7 – Probabilité et pourcentage

Dans une classe de 28 élèves, 7 portent des lunettes. On interroge un élève au hasard. Donne la probabilité qu'il porte des lunettes, en fraction, en décimal et en pourcentage.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 8 – Tableau à double entrée

Sur 120 élèves : 70 filles dont 42 demi-pensionnaires ; 50 garçons dont 30 demi-pensionnaires. On interroge un élève au hasard. Quelle est la probabilité qu'il soit demi-pensionnaire ?

Exercice 9 – Événements incompatibles

On lance un dé. Soit A « obtenir un multiple de 3 » et B « obtenir 2 ». Ces événements sont-ils incompatibles ? Calcule P(A ou B).

Exercice 10 – Deux dés : le tableau

On lance deux dés équilibrés et on additionne les résultats. Combien d'issues possibles ? Quelle est la probabilité d'obtenir une somme de 9 ?

Exercice 11 – Deux tirages avec remise

Une urne contient 3 boules rouges et 2 vertes. On tire une boule, on la remet, puis on tire à nouveau. Quelle est la probabilité d'obtenir deux rouges ?

Exercice 12 – Deux tirages sans remise

Même urne (3 rouges, 2 vertes), mais cette fois SANS remise. Quelle est la probabilité d'obtenir deux rouges ?

Exercice 13 – Au moins un

On lance deux fois une pièce équilibrée. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un « pile » ?

Exercice 14 – L'arbre des possibles

Un menu propose 3 entrées, 4 plats et 2 desserts. Combien de menus complets différents peut-on composer ? Quelle est la probabilité qu'un menu choisi au hasard contienne un dessert précis ?

Exercice 15 – Fréquence et probabilité

On lance un dé 600 fois et on obtient 88 fois le 6. Compare la fréquence observée à la probabilité théorique. Le dé semble-t-il truqué ?

Exercice 16 – Composer une urne

On veut une urne de 24 boules telle que $P(\text{rouge}) = \frac{1}{3}$, $P(\text{verte}) = \frac{1}{4}$ et $P(\text{bleue}) = \frac{1}{6}$, le reste étant jaune.

1. Combien de boules de chaque couleur ?

2. Quelle est la probabilité de tirer une jaune ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 17 – Le jeu est-il équitable ?

On lance deux dés et on fait la somme. Le joueur A gagne si la somme est inférieure ou égale à 6, le joueur B si elle est supérieure ou égale à 8. Si la somme vaut 7, personne ne gagne. Ce jeu est-il équitable ?

Exercice 18 – Le dé truqué

Un dé truqué vérifie : $P(1) = P(2) = P(3) = 0{,}1$, $P(4) = P(5) = 0{,}2$. Calcule $P(6)$, puis la probabilité d'obtenir un nombre pair.

Exercice 19 – Trois tirages

On lance trois fois une pièce équilibrée.

1. Combien d'issues possibles ?

2. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux « pile » ?

3. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un « face » ?

Exercice 20 – Vrai ou faux justifié

Vrai ou faux, en justifiant : a) « Si $P(A) = 0{,}7$, alors P(contraire de A) $= 0{,}3$. » b) « Après trois "pile" d'affilée, "face" devient plus probable. » c) « Deux événements incompatibles ont toujours des probabilités égales. »

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Probabilité d'une issue

Le dé est équilibré : les six issues sont équiprobables.

$P(5) = \frac{1}{6}$, car un seul cas est favorable sur six possibles.

Pour « nombre pair », les issues favorables sont 2, 4 et 6, soit 3 cas.

$P(\text{pair}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

Réponse. $P(5) = \frac{1}{6}$ et $P(\text{pair}) = \frac{1}{2}$.

Rappel de cours. En équiprobabilité : $P = \frac{\text{cas favorables}}{\text{cas possibles}}$.

Erreur fréquente. Répondre $\frac{5}{6}$ pour $P(5)$: le 5 est le résultat cherché, pas un nombre de cas.

Correction de l'exercice 2 – Tirage dans une urne

Nombre total de boules : $7 + 5 + 8 = 20$.

Cas favorables : 5 boules bleues.

$P(\text{bleue}) = \frac{5}{20}$.

On simplifie par 5 : $\frac{1}{4} = 0{,}25$, soit 25 %.

Réponse. $P(\text{bleue}) = \frac{1}{4} = 0{,}25$, soit 25 %.

Rappel de cours. Le dénominateur est le TOTAL de toutes les boules.

Erreur fréquente. Oublier une couleur dans le total.

Correction de l'exercice 3 – Événement contraire

Première méthode, directe : les boules non bleues sont les 7 rouges et les 8 vertes, soit 15.

$P(\text{pas bleue}) = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0{,}75$.

Seconde méthode, par l'événement contraire : $P(\text{pas bleue}) = 1 - P(\text{bleue})$.

$1 - 0{,}25 = 0{,}75$. Les deux méthodes concordent. ✔

Réponse. $P = \frac{3}{4} = 0{,}75$, soit 75 %.

Rappel de cours. $P(\text{contraire}) = 1 - P(\text{événement})$: souvent le chemin le plus court.

Erreur fréquente. Oublier que la somme des deux probabilités doit valoir exactement 1.

Correction de l'exercice 4 – Jeu de 52 cartes

Un jeu de 52 cartes comporte 4 couleurs de 13 cartes.

$P(\text{cœur}) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Les figures sont le valet, la dame et le roi : 3 par couleur, donc $3 \times 4 = 12$ au total.

$P(\text{figure}) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13} \approx 0{,}23$.

Réponse. $P(\text{cœur}) = \frac{1}{4}$ et $P(\text{figure}) = \frac{3}{13} \approx 0{,}23$.

Rappel de cours. Jeu de 52 cartes : 4 couleurs × 13 valeurs (as, 2 à 10, valet, dame, roi).

Erreur fréquente. Compter 3 figures au lieu de 12 : il y en a trois dans CHAQUE couleur.

Correction de l’exercice 5 – Somme des probabilités

La somme des probabilités de toutes les issues vaut 1.

$0{,}35 + 0{,}4 = 0{,}75$.

$P(C) = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$.

Vérification : $0{,}35 + 0{,}4 + 0{,}25 = 1$. ✔

Réponse. $P(C) = 0{,}25$

Rappel de cours. La somme des probabilités de toutes les issues vaut toujours 1.

Erreur fréquente. Oublier ce contrôle : il permet de repérer une erreur instantanément.

Correction de l’exercice 6 – Retrouver un effectif

$P(\text{blanche}) = \frac{9}{9+n} = 0{,}6$.

Si les blanches représentent 0,6 du total, alors le total vaut $9 \div 0{,}6$.

$9 \div 0{,}6 = 90 \div 6 = 15$ boules au total.

Nombre de noires : $15 - 9 = 6$.

Vérification : $\frac{9}{15} = 0{,}6$. ✔

Réponse. Il y a 6 boules noires.

Rappel de cours. Si la partie vaut p fois le total, alors le total vaut la partie divisée par p.

Erreur fréquente. Répondre 15 : c’est le total, pas le nombre de noires.

Correction de l’exercice 7 – Probabilité et pourcentage

$P = \frac{7}{28}$.

On simplifie par 7 : $\frac{1}{4}$.

En décimal : $1 \div 4 = 0{,}25$.

En pourcentage : 25 %.

Contrôle par le contraire : 21 élèves sur 28 n’en portent pas, soit $\frac{3}{4} = 0{,}75$, et $0{,}25 + 0{,}75 = 1$. ✔

Réponse. $P = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$.

Rappel de cours. Une probabilité s’écrit indifféremment en fraction, en décimal ou en pourcentage.

Erreur fréquente. Oublier de simplifier : $\frac{7}{28}$ est correct mais pas sous sa forme la plus

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

lisible.

Correction de l’exercice 8 – Tableau à double entrée

Nombre de demi-pensionnaires : 42 + 30 = 72.

Effectif total : 120 élèves.

$P(\text{DP}) = \frac{72}{120}$.

On simplifie par 24 : $\frac{3}{5} = 0{,}6$, soit 60 %.

Réponse. $P(\text{DP}) = \frac{3}{5} = 0{,}6$, soit 60 %.

Rappel de cours. On additionne les effectifs concernés, puis on divise par le total général.

Erreur fréquente. Diviser par 70 ou par 50 : le total est celui de toute la classe.

Correction de l’exercice 9 – Événements incompatibles

A regroupe les issues 3 et 6. B ne contient que 2.

Aucune issue n’est commune : les événements sont incompatibles.

Pour « A ou B », on réunit les issues favorables : 2, 3 et 6, soit 3 cas.

$P(\text{A ou B}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

On peut aussi additionner : $\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$, ce qui est licite car les événements sont incompatibles. ✔

Réponse. Oui, incompatibles ; $P(\text{A ou B}) = \frac{1}{2}$.

Rappel de cours. On ne peut additionner les probabilités que si les événements n’ont AUCUNE issue commune.

Erreur fréquente. Additionner des probabilités d’événements qui se recouvrent : on compterait des issues deux fois.

Correction de l’exercice 10 – Deux dés : le tableau

Chaque dé a 6 faces : pour chaque résultat du premier, le second en offre 6.

Nombre de couples possibles : $6 \times 6 = 36$.

On cherche les couples de somme 9 : $(3;6)$, $(4;5)$, $(5;4)$, $(6;3)$.

Il y en a 4.

$P(\text{somme} = 9) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \approx 0{,}11$.

Attention : $(3;6)$ et $(6;3)$ sont deux issues distinctes, il faut les compter séparément.

Réponse. 36 issues ; $P(\text{somme} = 9) = \frac{1}{9} \approx 0{,}11$.

Rappel de cours. Avec deux dés, on raisonne sur les COUPLES, pas sur les sommes.

Erreur fréquente. Croire que les 11 sommes possibles (2 à 12) sont équiprobables : elles ne le sont pas du tout.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 11 – Deux tirages avec remise

Comme la boule est remise, les deux tirages se font dans les mêmes conditions : 5 boules à chaque fois.

Nombre de couples possibles : $5 \times 5 = 25$.

Pour obtenir deux rouges, il faut une rouge au premier tirage (3 choix) et une rouge au second (3 choix).

Nombre de couples favorables : $3 \times 3 = 9$.

$P(\text{deux rouges}) = \frac{9}{25} = 0{,}36$.

Autre lecture : $P(\text{rouge}) = \frac{3}{5}$ à chaque tirage, et $\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$. ✔

Réponse. $P = \frac{9}{25} = 0{,}36$.

Rappel de cours. Avec remise, la composition de l’urne est identique aux deux tirages.

Erreur fréquente. Additionner les probabilités : pour deux événements successifs, on multiplie.

Correction de l’exercice 12 – Deux tirages sans remise

Au premier tirage : 5 boules, dont 3 rouges. $P = \frac{3}{5}$.

Si une rouge a été tirée et non remise, il reste 4 boules dont 2 rouges.

Au second tirage : $P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Probabilité des deux : $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10} = 0{,}3$.

Comparaison avec le tirage AVEC remise (0,36) : la probabilité est plus faible sans remise, car il reste moins de rouges au second tirage.

Réponse. $P = \frac{3}{10} = 0{,}3$, soit moins qu’avec remise.

Rappel de cours. Sans remise, la composition change entre les deux tirages : il faut recalculer.

Erreur fréquente. Utiliser $\frac{3}{5}$ deux fois : après le premier tirage, l’urne n’est plus la même.

Correction de l’exercice 13 – Au moins un

Les issues possibles sont : PP, PF, FP, FF, soit 4 issues équiprobables.

« Au moins un pile » concerne PP, PF et FP, soit 3 issues.

$P = \frac{3}{4} = 0{,}75$.

Méthode plus rapide par l’événement contraire : « au moins un pile » est le contraire de « aucun pile », c’est-à-dire de FF.

$P(\text{FF}) = \frac{1}{4}$, donc $P(\text{au moins un pile}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. ✔

Réponse. $P = \frac{3}{4} = 0{,}75$.

Rappel de cours. « Au moins un » se calcule presque toujours plus vite par l’événement contraire « aucun ».

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Erreur fréquente. Répondre $\frac{1}{2}$ en oubliant qu'il y a deux lancers.

Correction de l'exercice 14 – L'arbre des possibles

Pour chaque entrée (3 choix), il y a 4 plats possibles : cela fait déjà $3 \times 4 = 12$ combinaisons.

Pour chacune, il y a 2 desserts : $12 \times 2 = 24$ menus complets.

Pour la probabilité, les menus contenant un dessert précis sont ceux où l'entrée et le plat sont libres : $3 \times 4 = 12$ menus.

$P = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$.

Ce résultat est logique : il n'y a que 2 desserts, donc une chance sur deux pour chacun.

Réponse. 24 menus possibles ; $P = \frac{1}{2}$ pour un dessert donné.

Rappel de cours. Pour compter les combinaisons de choix successifs, on MULTIPLIE les possibilités.

Erreur fréquente. Additionner $3 + 4 + 2 = 9$: les choix se combinent, ils ne s'ajoutent pas.

Correction de l'exercice 15 – Fréquence et probabilité

Fréquence observée : $\frac{88}{600} \approx 0{,}147$, soit environ 14,7 %.

Probabilité théorique d'un dé équilibré : $\frac{1}{6} \approx 0{,}167$, soit environ 16,7 %.

L'écart est d'environ 2 points de pourcentage.

Sur 600 lancers, on attendrait environ $600 \div 6 = 100$ apparitions du 6 ; on en observe 88.

Un écart de 12 sur 100 reste dans les fluctuations normales du hasard : rien ne permet d'affirmer que le dé est truqué.

Pour conclure sérieusement, il faudrait un écart beaucoup plus important ou bien davantage de lancers.

Réponse. Fréquence ≈ 0,147 contre 0,167 attendu : l'écart est normal, rien n'indique un dé truqué.

Rappel de cours. La fréquence observée s'approche de la probabilité quand le nombre d'expériences augmente, sans jamais l'égaler exactement.

Erreur fréquente. Conclure au truquage dès que la fréquence diffère de la valeur théorique.

Correction de l'exercice 16 – Composer une urne

Rouges : $\frac{1}{3}$ de 24 = 8 boules.

Vertes : $\frac{1}{4}$ de 24 = 6 boules.

Bleues : $\frac{1}{6}$ de 24 = 4 boules.

Total des trois : $8 + 6 + 4 = 18$ boules.

Jaunes : $24 - 18 = 6$ boules.

$P(\text{jaune}) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Vérification des probabilités : $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}$. Au dénominateur commun 12 : $\frac{4+3+2+3}{12}=\frac{12}{12}=1$. ✔

Réponse. 8 rouges, 6 vertes, 4 bleues et 6 jaunes · $P(\text{jaune})=\frac{1}{4}$.

Rappel de cours. On applique chaque probabilité à l'effectif total, puis on complète par soustraction.

Erreur fréquente. Additionner les fractions sans dénominateur commun pour trouver la part restante.

Correction de l'exercice 17 – Le jeu est-il équitable ?

Il y a 36 couples équiprobables au total.

Sommes valant 2 : 1 couple. 3 : 2. 4 : 3. 5 : 4. 6 : 5.

Cas favorables à A : 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 couples, donc $P(A)=\frac{15}{36}$.

Sommes valant 8 : 5 couples. 9 : 4. 10 : 3. 11 : 2. 12 : 1.

Cas favorables à B : 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 couples, donc $P(B)=\frac{15}{36}$.

Les deux joueurs ont exactement la même probabilité : le jeu est ÉQUITABLE.

Contrôle : la somme 7 correspond à 6 couples, et 15 + 15 + 6 = 36. ✔

Réponse. Oui : $P(A)=P(B)=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$ (et $\frac{6}{36}$ pour la somme 7).

Rappel de cours. Équitable = mêmes chances de gagner, même si toutes les issues ne sont pas attribuées.

Erreur fréquente. Compter les sommes (5 valeurs de chaque côté) au lieu des couples : elles n'ont pas la même probabilité.

Correction de l'exercice 18 – Le dé truqué

Somme des probabilités connues : 3 × 0,1 = 0,3, plus 2 × 0,2 = 0,4, soit 0,7.

$P(6)=1-0{,}7=0{,}3$.

Pour « nombre pair », les issues favorables sont 2, 4 et 6.

Le dé n'étant PAS équilibré, on ne peut pas écrire $\frac{3}{6}$: il faut additionner les probabilités individuelles.

$P(\text{pair})=P(2)+P(4)+P(6)=0{,}1+0{,}2+0{,}3=0{,}6$.

Contrôle : $P(\text{impair})=0{,}1+0{,}1+0{,}2=0{,}4$, et 0,6 + 0,4 = 1. ✔

Réponse. $P(6)=0{,}3$ et $P(\text{pair})=0{,}6$.

Rappel de cours. « Cas favorables sur cas possibles » ne vaut QUE si toutes les issues sont équiprobables.

Erreur fréquente. Répondre 0,5 pour « pair » par réflexe : ce dé favorise nettement le 6.

Correction de l'exercice 19 – Trois tirages

Chaque lancer a 2 issues : au total 2 × 2 × 2 = 8 issues possibles.

On les liste : PPP, PPF, PFP, PFF, FPP, FPF, FFP, FFF.

« Exactement deux pile » : PPF, PFP, FPP, soit 3 issues.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$P = \frac{3}{8} = 0{,}375$.

« Au moins un face » est le contraire de « aucun face », c'est-à-dire de PPP.

$P(\text{PPP}) = \frac{1}{8}$, donc $P(\text{au moins un face}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 0{,}875$.

Réponse. 8 issues · $P(\text{exactement 2 piles}) = \frac{3}{8}$ · $P(\text{au moins un face}) = \frac{7}{8}$.

Rappel de cours. Lister toutes les issues reste la méthode la plus sûre quand leur nombre est petit.

Erreur fréquente. Confondre « exactement deux » et « au moins deux » : le second inclurait aussi PPP.

Correction de l'exercice 20 – Vrai ou faux justifié

a) La somme d'un événement et de son contraire vaut 1, donc $1 - 0{,}7 = 0{,}3$. VRAI.

b) Chaque lancer est indépendant des précédents : la pièce n'a pas de mémoire. $P(\text{face})$ reste 0,5. FAUX.

b) Cette erreur porte un nom : le « biais du joueur ».

c) Incompatible signifie « aucune issue commune », ce qui ne dit rien sur les probabilités.

c) Contre-exemple avec un dé : A « obtenir 1 » et B « obtenir un nombre pair » sont incompatibles, mais $P(A) = \frac{1}{6}$ et $P(B) = \frac{1}{2}$. FAUX.

Réponse. a) Vrai · b) Faux (biais du joueur) · c) Faux.

Rappel de cours. Incompatibles = pas d'issue commune. Cela n'implique aucune égalité de probabilités.

Erreur fréquente. Le biais du joueur (b) est l'erreur de raisonnement la plus répandue en probabilités.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).