Puissances — Quatrième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Une puissance est une écriture raccourcie d'une multiplication répétée : 2^5 remplace $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$. Ces 20 exercices installent tout le programme de 4e — définition, exposants 0 et 1, puissances d'un nombre négatif, les quatre règles de calcul, exposants négatifs, puissances de 10 et notation scientifique — puis les appliquent aux ordres de grandeur des sciences, là où ces écritures deviennent indispensables.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/quatrieme/puissances

Exercice 1 – Comprendre l'écriture

Écris sous forme de produit puis calcule : 3^4 et 5^3.

Exercice 2 – Exposants 0 et 1

Calcule : 7^1 ; 7^0 ; 1^{12} ; 0^5.

Exercice 3 – Puissance d'un nombre négatif

Calcule $(-2)^3$ et $(-2)^4$. Que remarques-tu sur les signes ?

Exercice 4 – Produit de puissances

Écris sous forme d'une seule puissance : $2^3 \times 2^5$.

Exercice 5 – Puissances de 10

Écris en écriture décimale : 10^4, 10^{-3} et 10^0.

Exercice 6 – Quotient de puissances

Écris sous forme d'une seule puissance : $\dfrac{5^7}{5^4}$.

Exercice 7 – Puissance d'une puissance

Écris sous forme d'une seule puissance : $(3^2)^4$.

Exercice 8 – Exposant négatif

Calcule 2^{-3} et 5^{-2}, en donnant le résultat en fraction puis en décimal.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Combiner les règles

Simplifie et donne le résultat sous forme d'une seule puissance : $\dfrac{4^3 \times 4^6}{4^5}$.

Exercice 10 – Notation scientifique

Écris en notation scientifique : 48 000 et 0,00072.

Exercice 11 – Calcul avec puissances de 10

Calcule et donne le résultat en notation scientifique : $(3 \times 10^5) \times (4 \times 10^{-2})$.

Exercice 12 – Comparer des puissances

Range dans l'ordre croissant : 2^{10} ; 10^3 ; 3^6 ; 5^4.

Exercice 13 – Ordre de grandeur

La distance Terre–Soleil vaut environ $1{,}5 \times 10^8$ km, et la distance Terre–Lune environ $3{,}8 \times 10^5$ km. Combien de fois la première est-elle plus grande que la seconde ?

Exercice 14 – Simplifier une expression littérale

Simplifie $\dfrac{x^5 \times x^2}{x^3}$ (avec $x \neq 0$).

Exercice 15 – Puissance d'un produit

Calcule $(2 \times 5)^3$ de deux façons différentes, puis énonce la règle observée.

Exercice 16 – La feuille pliée

Une feuille de papier a une épaisseur de 0,1 mm. On la plie en deux, puis encore en deux, et ainsi de suite.

1. Quelle est l'épaisseur après 1, 2 et 3 pliages ?

2. Exprime l'épaisseur après n pliages.

3. Quelle serait l'épaisseur après 20 pliages, en mètres ?

Exercice 17 – Grandeurs microscopiques

Le diamètre d'un cheveu vaut environ 7×10^{-5} m et celui d'un globule rouge environ 7×10^{-6} m. Combien de globules rouges faudrait-il aligner pour couvrir le diamètre d'un cheveu ?

Exercice 18 – Le vrai ou faux des exposants

Vrai ou faux, en justifiant : a) $2^3 + 2^4 = 2^7$; b) $(2^3)^4 = 2^{12}$; c) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = 2^{-3}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 19 – Chiffre des unités

Quel est le chiffre des unités de 7^{2026} ? (Indication : observe les premières puissances de 7.)

Exercice 20 – Le grain de riz sur l'échiquier

Une légende raconte qu'on place 1 grain de riz sur la première case d'un échiquier, 2 sur la deuxième, 4 sur la troisième, en doublant à chaque case.

1. Combien de grains sur la n-ième case ?

2. Combien sur la 64^{e} et dernière case, en notation scientifique (on donne $2^{63} \approx 9{,}22 \times 10^{18}$) ?

3. Si 50 grains pèsent 1 g, quelle masse cela représente-t-il en tonnes ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Comprendre l'écriture

L'exposant indique combien de fois le nombre est répété dans la multiplication.

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$.

On calcule pas à pas : $3 \times 3 = 9$, puis $9 \times 3 = 27$, puis $27 \times 3 = 81$.

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 25 \times 5 = 125$.

Réponse. $3^4 = 81$ et $5^3 = 125$.

Rappel de cours. a^n signifie a multiplié n fois par lui-même.

Erreur fréquente. Calculer $3^4 = 3 \times 4 = 12$: l'exposant n'est pas un facteur, c'est un nombre de répétitions.

Correction de l'exercice 2 – Exposants 0 et 1

$7^1 = 7$: un seul facteur, donc le nombre lui-même.

$7^0 = 1$: c'est une convention, valable pour tout nombre non nul.

$1^{12} = 1 \times 1 \times \ldots \times 1 = 1$: multiplier 1 par lui-même ne change rien.

$0^5 = 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 = 0$.

Réponse. 7 ; 1 ; 1 ; 0.

Rappel de cours. Pour tout $a \neq 0$: $a^0 = 1$ et $a^1 = a$.

Erreur fréquente. Croire que $7^0 = 0$: l'exposant 0 donne toujours 1.

Correction de l'exercice 3 – Puissance d'un nombre négatif

$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2)$.

$(-2) \times (-2) = +4$, puis $4 \times (-2) = -8$.

$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 4 \times 4 = 16$.

On remarque : un exposant IMPAIR donne un résultat négatif, un exposant PAIR donne un résultat positif.

Explication : les facteurs négatifs se regroupent deux par deux, et chaque paire donne un produit positif.

Réponse. $(-2)^3 = -8$ et $(-2)^4 = 16$: exposant impair → négatif, exposant pair → positif.

Rappel de cours. Le signe d'une puissance d'un négatif dépend uniquement de la parité de l'exposant.

Erreur fréquente. Confondre $(-2)^4$ et -2^4 : le second signifie $-(2^4) = -16$, car sans parenthèses le signe $-$ n'est pas élevé à la puissance.

Correction de l'exercice 4 – Produit de puissances

On écrit tout en facteurs : $2^3 \times 2^5 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$.

Au total, le facteur 2 apparaît $3 + 5 = 8$ fois.

Donc $2^3 \times 2^5 = 2^8$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Règle générale : quand on multiplie deux puissances du même nombre, on ADDITIONNE les exposants.

Réponse. $2^3 \times 2^5 = 2^8$

Rappel de cours. $a^m \times a^n = a^{m+n}$ — à condition que la base soit la même.

Erreur fréquente. Multiplier les exposants : $2^3 \times 2^5$ ne vaut pas 2^{15}.

Correction de l'exercice 5 – Puissances de 10

$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$: l'exposant donne le nombre de zéros.

10^{-3} est l'inverse de 10^3, soit $\frac{1}{1000} = 0{,}001$.

L'exposant -3 indique trois rangs après la virgule.

$10^0 = 1$, comme toute puissance d'exposant 0.

Réponse. $10\,000$; $0{,}001$; 1.

Rappel de cours. 10^n : n zéros après le 1 · 10^{-n} : le 1 au n-ième rang après la virgule.

Erreur fréquente. Écrire $10^{-3} = -1000$: un exposant négatif donne un nombre petit, jamais un nombre négatif.

Correction de l'exercice 6 – Quotient de puissances

Au numérateur, le facteur 5 apparaît 7 fois ; au dénominateur, 4 fois.

On simplifie : les 4 facteurs du bas s'éliminent avec 4 facteurs du haut.

Il reste $7 - 4 = 3$ facteurs au numérateur.

Donc $\frac{5^7}{5^4} = 5^3 = 125$.

Règle générale : en divisant deux puissances de même base, on SOUSTRAIT les exposants.

Réponse. $\frac{5^7}{5^4} = 5^3 = 125$

Rappel de cours. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

Erreur fréquente. Diviser les exposants : $7 \div 4$ n'a rien à voir avec le résultat.

Correction de l'exercice 7 – Puissance d'une puissance

$(3^2)^4$ signifie que 3^2 est répété 4 fois : $3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2$.

En additionnant les exposants : $2 + 2 + 2 + 2 = 8$.

Donc $(3^2)^4 = 3^8$.

Règle générale : pour une puissance de puissance, on MULTIPLIE les exposants.

Vérification : $2 \times 4 = 8$. ✔

Réponse. $(3^2)^4 = 3^8$

Rappel de cours. $(a^m)^n = a^{m \times n}$.

Erreur fréquente. Confondre avec $a^m \times a^n$ où l'on ADDITIONNE : ici les exposants se multiplient.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 8 – Exposant négatif

Un exposant négatif signifie qu’on prend l’inverse de la puissance positive.

$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$.

En décimal : $1 \div 8 = 0{,}125$.

$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$.

En décimal : $1 \div 25 = 0{,}04$.

Réponse. $2^{-3} = \frac{1}{8} = 0{,}125$ et $5^{-2} = \frac{1}{25} = 0{,}04$.

Rappel de cours. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$: l’exposant négatif inverse, il ne rend pas négatif.

Erreur fréquente. Répondre -8 pour 2^{-3} : le résultat est un nombre positif plus petit que 1.

Correction de l’exercice 9 – Combiner les règles

On traite d’abord le numérateur : $4^3 \times 4^6 = 4^{3+6} = 4^9$.

L’expression devient $\frac{4^9}{4^5}$.

On applique la règle du quotient : $4^{9-5} = 4^4$.

Si on veut la valeur : $4^4 = 256$.

Réponse. $\frac{4^3 \times 4^6}{4^5} = 4^4 = 256$

Rappel de cours. On applique les règles l’une après l’autre : d’abord les produits, puis le quotient.

Erreur fréquente. Mélanger les opérations sur les exposants : $3 + 6 - 5 = 4$, on additionne pour le produit et on soustrait pour le quotient.

Correction de l’exercice 10 – Notation scientifique

La notation scientifique s’écrit $a \times 10^n$, où a est un décimal tel que $1 \leq a < 10$.

Pour 48 000 : on place la virgule après le premier chiffre, ce qui donne 4,8.

On a décalé la virgule de 4 rangs vers la gauche, donc $48\,000 = 4{,}8 \times 10^4$.

Pour 0,00072 : le premier chiffre non nul est 7, on écrit 7,2.

On a décalé la virgule de 4 rangs vers la droite, donc l’exposant est négatif : $0{,}00072 = 7{,}2 \times 10^{-4}$.

Réponse. $4{,}8 \times 10^4$ et $7{,}2 \times 10^{-4}$.

Rappel de cours. En notation scientifique, le nombre devant la puissance de 10 est toujours entre 1 (inclus) et 10 (exclu).

Erreur fréquente. Écrire 48×10^3 : 48 n’est pas compris entre 1 et 10.

Correction de l’exercice 11 – Calcul avec puissances de 10

On regroupe les nombres d’un côté et les puissances de 10 de l’autre.

$(3 \times 4) \times (10^5 \times 10^{-2})$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$3 \times 4 = 12$.

$10^{5} \times 10^{-2} = 10^{5+(-2)} = 10^{3}$.

On obtient 12×10^{3}, mais 12 n'est pas compris entre 1 et 10.

On corrige : $12 = 1{,}2 \times 10$, donc $12 \times 10^{3} = 1{,}2 \times 10^{4}$.

Réponse. $1{,}2 \times 10^{4}$

Rappel de cours. On regroupe d'abord, on ajuste ensuite pour respecter la forme scientifique.

Erreur fréquente. Laisser 12×10^{3} : ce n'est pas la notation scientifique.

Correction de l'exercice 12 – Comparer des puissances

On calcule chaque valeur.

$2^{10} = 1024$ (c'est $2^{5} \times 2^{5} = 32 \times 32$).

$10^{3} = 1000$.

$3^{6} = (3^{3})^{2} = 27^{2} = 729$.

$5^{4} = (5^{2})^{2} = 25^{2} = 625$.

On range : $625 < 729 < 1000 < 1024$.

Donc $5^{4} < 3^{6} < 10^{3} < 2^{10}$.

Réponse. $5^{4} < 3^{6} < 10^{3} < 2^{10}$

Rappel de cours. Pour comparer des puissances de bases différentes, il faut calculer : ni la base ni l'exposant seuls ne décident.

Erreur fréquente. Croire que le plus grand exposant donne le plus grand nombre : 2^{10} et 3^{6} le montrent bien.

Correction de l'exercice 13 – Ordre de grandeur

On calcule le quotient des deux distances.

$$\frac{1{,}5 \times 10^{8}}{3{,}8 \times 10^{5}} = \frac{1{,}5}{3{,}8} \times \frac{10^{8}}{10^{5}}.$$

$$\frac{10^{8}}{10^{5}} = 10^{8-5} = 10^{3} = 1000.$$

$1{,}5 \div 3{,}8 \approx 0{,}395$.

Résultat : $0{,}395 \times 1000 \approx 395$.

La distance Terre–Soleil est donc environ 395 fois plus grande, soit un ordre de grandeur de 400.

Réponse. Environ 395 fois, soit un ordre de grandeur de 400.

Rappel de cours. Pour comparer deux grandeurs, on divise l'une par l'autre en séparant nombres et puissances de 10.

Erreur fréquente. Soustraire les distances : la question demande « combien de fois », donc une division.

Correction de l'exercice 14 – Simplifier une expression littérale

Les règles des puissances valent aussi avec des lettres.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Numérateur : $x^5 \times x^2 = x^{5+2} = x^7$.

L'expression devient $\frac{x^7}{x^3}$.

On soustrait les exposants : $x^{7-3} = x^4$.

Vérification avec $x = 2$: le numérateur vaut $32 \times 4 = 128$, le dénominateur 8, et $128 \div 8 = 16 = 2^4$. ✔

Réponse. $\frac{x^5 \times x^2}{x^3} = x^4$

Rappel de cours. Les règles sur les exposants s'appliquent à toute base, nombre ou lettre.

Erreur fréquente. Simplifier x^7 et x^3 « en barrant » sans compter : il reste x^4, pas x^2.

Correction de l'exercice 15 – Puissance d'un produit

Première façon : on calcule d'abord la parenthèse. $2 \times 5 = 10$, donc $(2 \times 5)^3 = 10^3 = 1000$.

Deuxième façon : on développe. $(2 \times 5)^3 = (2 \times 5)(2 \times 5)(2 \times 5)$.

On regroupe les 2 entre eux et les 5 entre eux : $(2 \times 2 \times 2) \times (5 \times 5 \times 5) = 2^3 \times 5^3$.

$2^3 \times 5^3 = 8 \times 125 = 1000$. Les deux méthodes concordent.

Règle : $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ — l'exposant se distribue sur chaque facteur d'un produit.

Réponse. 1000 dans les deux cas ; règle : $(a \times b)^n = a^n \times b^n$.

Rappel de cours. L'exposant se distribue sur un PRODUIT, mais jamais sur une SOMME.

Erreur fréquente. Appliquer la même règle à une somme : $(2 + 5)^3 = 343$ alors que $2^3 + 5^3 = 133$.

Correction de l'exercice 16 – La feuille pliée

Chaque pliage double l'épaisseur.

Après 1 pliage : $0{,}1 \times 2 = 0{,}2$ mm. Après 2 : 0,4 mm. Après 3 : 0,8 mm.

Après n pliages, l'épaisseur a été doublée n fois : elle vaut $0{,}1 \times 2^n$ mm.

Pour $n = 20$: $2^{20} = (2^{10})^2 = 1024^2 = 1\,048\,576$.

Épaisseur : $0{,}1 \times 1\,048\,576 = 104\,857{,}6$ mm.

Conversion en mètres : 1 m = 1000 mm, donc $104\,857{,}6 \div 1000 \approx 104{,}9$ m.

Après seulement 20 pliages, la pile dépasserait la hauteur d'un immeuble de 30 étages.

Réponse. 0,2 ; 0,4 ; 0,8 mm · épaisseur = $0{,}1 \times 2^n$ mm · après 20 pliages, environ 105 m.

Rappel de cours. Un doublement répété fait exploser les valeurs : c'est la croissance exponentielle.

Erreur fréquente. Multiplier par 20 au lieu d'élever à la puissance 20 : on trouverait 2 mm au lieu de 105 m.

Correction de l'exercice 17 – Grandeurs microscopiques

On divise le diamètre du cheveu par celui du globule.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$\dfrac{7\times10^{-5}}{7\times10^{-6}} = \dfrac{7}{7}\times\dfrac{10^{-5}}{10^{-6}}$.

$\dfrac{7}{7} = 1$.

$\dfrac{10^{-5}}{10^{-6}} = 10^{-5-(-6)} = 10^{-5+6} = 10^{1} = 10$.

Il faudrait donc 10 globules rouges alignés.

Remarque : un exposant -5 correspond à une grandeur DIX FOIS plus grande qu'un exposant -6.

Réponse. 10 globules rouges.

Rappel de cours. Soustraire un exposant négatif revient à l'ajouter : $-5-(-6) = +1$.

Erreur fréquente. Se tromper de sens : 10^{-5} est plus GRAND que 10^{-6}, même si $-5 > -6$ peut sembler contre-intuitif.

Correction de l'exercice 18 – Le vrai ou faux des exposants

a) La règle d'addition des exposants ne vaut que pour un PRODUIT, pas pour une somme.

a) Calcul : $2^3 + 2^4 = 8 + 16 = 24$, alors que $2^7 = 128$. L'affirmation est FAUSSE.

b) Pour une puissance de puissance, on multiplie les exposants : $3\times4 = 12$. L'affirmation est VRAIE.

c) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{8}$.

c) Or $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$. Les deux écritures donnent le même nombre : VRAIE.

Réponse. a) Faux ($24 \neq 128$) · b) Vrai · c) Vrai.

Rappel de cours. Les règles des puissances concernent les produits et les quotients, jamais les sommes.

Erreur fréquente. Appliquer $a^m \times a^n = a^{m+n}$ à une addition : c'est l'erreur la plus fréquente du chapitre.

Correction de l'exercice 19 – Chiffre des unités

On calcule les premières puissances et on ne garde que le chiffre des unités.

$7^1 = 7 \to 7 \cdot 7^2 = 49 \to 9 \cdot 7^3 = 343 \to 3 \cdot 7^4 = 2401 \to 1$.

$7^5 = 16\,807 \to 7$: le motif recommence. Le cycle est $7, 9, 3, 1$ et se répète toutes les 4 puissances.

Il faut donc connaître le reste de 2026 dans la division par 4.

$2026 = 4\times506 + 2$, le reste vaut 2.

Un reste de 2 correspond à la deuxième position du cycle, c'est-à-dire au chiffre 9.

Le chiffre des unités de 7^{2026} est donc 9.

Réponse. Le chiffre des unités est 9.

Rappel de cours. Les chiffres des unités des puissances se répètent selon un cycle : il suffit de le repérer.

Erreur fréquente. Vouloir calculer 7^{2026} : ce nombre a plus de 1700 chiffres, seule la régularité permet de conclure.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 20 – Le grain de riz sur l’échiquier

Case 1 : $1 = 2^{0}$ grain. Case 2 : $2 = 2^{1}$. Case 3 : $4 = 2^{2}$.

On observe que l’exposant vaut toujours le numéro de la case moins 1 : la n-ième case porte 2^{n-1} grains.

Pour la 64e case : $2^{64-1} = 2^{63} \approx 9{,}22 \times 10^{18}$ grains.

Masse : si 50 grains pèsent 1 g, alors la masse en grammes vaut $9{,}22 \times 10^{18} \div 50$.

$9{,}22 \div 50 = 0{,}1844$, donc la masse vaut $0{,}1844 \times 10^{18} = 1{,}844 \times 10^{17}$ g.

Conversion en tonnes : 1 t = 10^{6} g, donc on divise par 10^{6}.

$1{,}844 \times 10^{17} \div 10^{6} = 1{,}844 \times 10^{11}$ tonnes, soit environ 184 milliards de tonnes.

Réponse. 2^{n-1} grains · environ $9{,}22 \times 10^{18}$ sur la 64e case · soit environ $1{,}8 \times 10^{11}$ tonnes.

Rappel de cours. Attention au décalage : la case n porte 2^{n-1} grains, pas 2^{n}.

Erreur fréquente. Écrire 2^{64} pour la dernière case : la première case correspond à l’exposant 0.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).