Théorème de Pythagore — Quatrième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

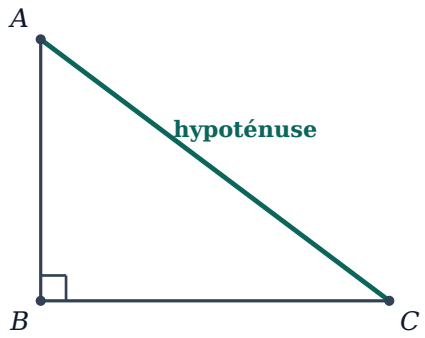
Présentation

Le théorème de Pythagore relie les trois côtés d'un triangle rectangle : le carré de l'hypoténuse égale la somme des carrés des deux autres côtés. Ces 20 exercices partent de l'identification de l'hypoténuse — l'étape que l'on croit à tort évidente — puis enchaînent le calcul de l'hypoténuse, celui d'un côté de l'angle droit, la réciproque pour prouver qu'un angle est droit, et enfin des situations concrètes.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/quatrieme/theoreme-de-pythagore

Exercice 1 – Identifier l'hypoténuse

Un triangle ABC est rectangle en B. Quel côté est l'hypoténuse ? Quels sont les deux côtés de l'angle droit ?



L'angle droit est en B : l'hypoténuse [AC] est le côté qui lui fait face.

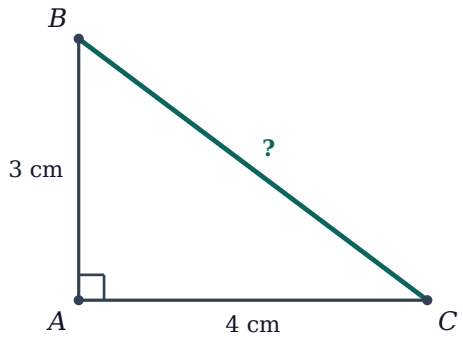
Exercice 2 – Écrire l'égalité de Pythagore

Un triangle RST est rectangle en S. Écris l'égalité de Pythagore correspondante.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 3 – Calculer l’hypoténuse

Un triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 3$ cm et $AC = 4$ cm. Calcule BC.



Rectangle en A : BC est l'hypoténuse à calculer.

Exercice 4 – Hypoténuse non entière

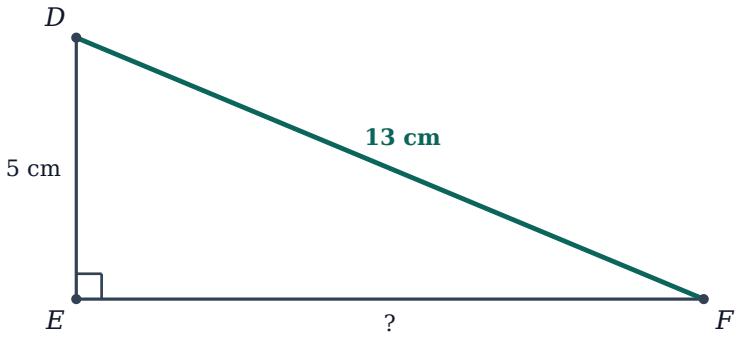
Un triangle est rectangle avec des côtés de l’angle droit de 5 cm et 7 cm. Calcule l’hypoténuse, arrondie au dixième.

Exercice 5 – Vérifier avant de calculer

Peut-on appliquer le théorème de Pythagore dans un triangle dont les angles mesurent 50°, 60° et 70° ? Justifie.

Exercice 6 – Calculer un côté de l’angle droit

Un triangle DEF est rectangle en E, avec $DF = 13$ cm et $DE = 5$ cm. Calcule EF.



Rectangle en E : l'hypoténuse [DF] est connue, on cherche [EF].

Exercice 7 – Côté non entier

Un triangle rectangle a une hypoténuse de 10 cm et un côté de l’angle droit de 6,5 cm. Calcule l’autre côté, arrondi au dixième.

Exercice 8 – La diagonale du rectangle

Un rectangle mesure 12 cm sur 9 cm. Calcule la longueur de sa diagonale.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – L'échelle contre le mur

Une échelle de 5 m est posée contre un mur vertical. Son pied est à 1,5 m du mur. À quelle hauteur touche-t-elle le mur, au centimètre près ?

Exercice 10 – Réciproque : le principe

Un triangle a pour côtés 6 cm, 8 cm et 10 cm. Est-il rectangle ? Justifie.

Exercice 11 – Réciproque : cas négatif

Un triangle a pour côtés 5 cm, 7 cm et 9 cm. Est-il rectangle ?

Exercice 12 – Rédiger une démonstration

Un triangle MNP vérifie $MN = 9$ cm, $NP = 40$ cm et $MP = 41$ cm. Rédige entièrement la démonstration montrant qu'il est rectangle, et précise en quel sommet.

Exercice 13 – Distance sur un quadrillage

Dans un repère, A a pour coordonnées $(1\,;2)$ et B $(5\,;5)$. Calcule la distance AB.

Exercice 14 – Le triangle dans le cercle

Un cercle a pour diamètre $[AB]$ avec $AB = 10$ cm. Un point C du cercle vérifie $AC = 6$ cm. Calcule BC.

Exercice 15 – Deux étapes

Un triangle ABC est rectangle en A avec $AB = 8$ cm et $AC = 6$ cm. Le point H est le pied de la hauteur issue de A. Calcule d'abord BC, puis l'aire du triangle de deux façons pour en déduire AH.

Exercice 16 – Le mât et les haubans

Un mât vertical de 12 m est maintenu par des câbles fixés au sommet et au sol, à 5 m du pied du mât.

1. Quelle est la longueur d'un câble ?

2. Si l'on veut des câbles de 15 m, à quelle distance du pied faut-il les fixer, au centimètre près ?

Exercice 17 – Le triangle isocèle

Un triangle isocèle a une base de 10 cm et deux côtés égaux de 13 cm. Calcule sa hauteur, puis son aire.

Exercice 18 – Encadrer une longueur

Un triangle est rectangle avec des côtés de l'angle droit de 4 cm et 6 cm. Sans calculatrice, donne un encadrement de l'hypoténuse par deux entiers consécutifs.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 19 – Le rectangle et sa diagonale

Un rectangle a une diagonale de 25 cm et une longueur de 24 cm.

1. Calcule sa largeur.

2. Calcule son périmètre et son aire.

Exercice 20 – Le trajet le plus court

Un parc rectangulaire mesure 60 m sur 80 m. Julie va d’un coin au coin opposé.

1. Quelle distance parcourt-elle en longeant deux côtés ?

2. Quelle distance en traversant en diagonale ?

3. Combien de mètres économise-t-elle ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Identifier l'hypoténuse

L'hypoténuse est toujours le côté OPPOSÉ à l'angle droit.

L'angle droit est en B, donc l'hypoténuse est le côté qui ne touche pas B : c'est $[AC]$.

Les deux côtés de l'angle droit sont ceux qui partent de B : $[BA]$ et $[BC]$.

Retenir : l'hypoténuse est aussi le plus long des trois côtés.

Réponse. Hypoténuse : $[AC]$ · côtés de l'angle droit : $[BA]$ et $[BC]$.

Rappel de cours. Hypoténuse = côté opposé à l'angle droit = le plus long côté.

Erreur fréquente. Choisir l'hypoténuse au hasard : elle dépend du sommet où se trouve l'angle droit.

Correction de l'exercice 2 – Écrire l'égalité de Pythagore

L'angle droit est en S : l'hypoténuse est le côté opposé, c'est-à-dire $[RT]$.

Le théorème dit : le carré de l'hypoténuse égale la somme des carrés des deux autres côtés.

Les deux autres côtés sont $[SR]$ et $[ST]$.

L'égalité s'écrit donc $RT^2 = SR^2 + ST^2$.

Réponse. $RT^2 = SR^2 + ST^2$

Rappel de cours. C'est toujours le carré de l'HYPOTÉNUSE qui est seul d'un côté du signe =.

Erreur fréquente. Écrire $SR^2 = RT^2 + ST^2$: on mettrait un côté de l'angle droit à la place de l'hypoténuse.

Correction de l'exercice 3 – Calculer l'hypoténuse

L'angle droit est en A, donc l'hypoténuse est $[BC]$.

D'après le théorème de Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

$BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.

On cherche le nombre positif dont le carré vaut 25 : c'est 5.

Donc $BC = 5$ cm.

Réponse. $BC = 5$ cm

Rappel de cours. Le triplet $(3; 4; 5)$ est le plus célèbre : il revient très souvent.

Erreur fréquente. Répondre $BC = 25$: 25 est le CARRÉ de la longueur, pas la longueur.

Correction de l'exercice 4 – Hypoténuse non entière

On note h l'hypoténuse. D'après Pythagore : $h^2 = 5^2 + 7^2$.

$h^2 = 25 + 49 = 74$.

74 n'est pas un carré parfait : $8^2 = 64$ et $9^2 = 81$, donc h est compris entre 8 et 9.

À la calculatrice : $h = \sqrt{74} \approx 8{,}602$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Arrondi au dixième : $h \approx 8{,}6$ cm.

Réponse. $h \approx 8{,}6$ cm

Rappel de cours. On garde la valeur exacte $\sqrt{74}$ le plus longtemps possible, on arrondit à la fin.

Erreur fréquente. Écrire $h = 8{,}6$ avec un signe = : la valeur est approchée, on utilise ≈.

Correction de l’exercice 5 – Vérifier avant de calculer

Le théorème de Pythagore ne s’applique QUE dans un triangle rectangle.

On vérifie si l’un des angles vaut 90°.

Ici les trois angles valent 50°, 60° et 70° : aucun n’est droit.

On peut d’ailleurs contrôler la somme : $50 + 60 + 70 = 180°$, le triangle existe bien, mais il n’est pas rectangle.

On ne peut donc PAS appliquer le théorème.

Réponse. Non : aucun angle ne mesure 90°, le triangle n’est pas rectangle.

Rappel de cours. Avant toute application, on vérifie que le triangle est bien rectangle.

Erreur fréquente. Appliquer le théorème par habitude sans vérifier l’hypothèse.

Correction de l’exercice 6 – Calculer un côté de l’angle droit

L’angle droit est en E, donc l’hypoténuse est $[DF]$, qui mesure 13 cm.

Égalité de Pythagore : $DF^2 = DE^2 + EF^2$.

$13^2 = 5^2 + EF^2$, soit $169 = 25 + EF^2$.

On isole : $EF^2 = 169 - 25 = 144$.

$EF = \sqrt{144} = 12$ cm.

Vérification : $25 + 144 = 169$. ✔

Réponse. $EF = 12$ cm

Rappel de cours. Pour un côté de l’angle droit, on SOUSTRAIT : $c^2 = h^2 - a^2$.

Erreur fréquente. Additionner $169 + 25$: on cherche un côté plus court que l’hypoténuse.

Correction de l’exercice 7 – Côté non entier

On note c le côté cherché. Pythagore donne $10^2 = 6{,}5^2 + c^2$.

$100 = 42{,}25 + c^2$.

$c^2 = 100 - 42{,}25 = 57{,}75$.

$c = \sqrt{57{,}75} \approx 7{,}5993$.

Arrondi au dixième : $c \approx 7{,}6$ cm.

Cohérence : c doit être inférieur à l’hypoténuse 10 cm. ✔

Réponse. $c \approx 7{,}6$ cm

Rappel de cours. Contrôle systématique : chaque côté de l’angle droit est plus court que l’hypoténuse.

Erreur fréquente. Calculer $6{,}5^2 = 13$: c’est $6{,}5 \times 6{,}5 = 42{,}25$, pas $6{,}5 \times 2$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 8 – La diagonale du rectangle

Une diagonale partage le rectangle en deux triangles rectangles.

Dans l’un d’eux, les côtés de l’angle droit sont la longueur et la largeur, et la diagonale est l’hypoténuse.

$d^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$.

$d = \sqrt{225} = 15$ cm.

Remarque : $(9; 12; 15)$ est le triplet $(3; 4; 5)$ multiplié par 3.

Réponse. La diagonale mesure 15 cm.

Rappel de cours. Dans un rectangle, la diagonale est l’hypoténuse d’un triangle rectangle formé par la longueur et la largeur.

Erreur fréquente. Additionner longueur et largeur : la diagonale mesure moins que $12 + 9 = 21$ cm.

Correction de l’exercice 9 – L’échelle contre le mur

Le mur est vertical et le sol horizontal : ils forment un angle droit.

L’échelle est l’hypoténuse du triangle rectangle, de longueur 5 m.

On note h la hauteur atteinte. Pythagore : $5^2 = 1{,}5^2 + h^2$.

$25 = 2{,}25 + h^2$, donc $h^2 = 22{,}75$.

$h = \sqrt{22{,}75} \approx 4{,}7697$ m.

Au centimètre près : $h \approx 4{,}77$ m.

Réponse. L’échelle atteint environ 4,77 m de hauteur.

Rappel de cours. L’échelle est toujours l’hypoténuse : elle est plus longue que la hauteur atteinte.

Erreur fréquente. Prendre l’échelle pour un côté de l’angle droit : le résultat dépasserait 5 m, ce qui est absurde.

Correction de l’exercice 10 – Réciproque : le principe

On identifie d’abord le plus grand côté : 10 cm. S’il y a un angle droit, ce côté est l’hypoténuse.

On calcule séparément les deux membres de l’égalité de Pythagore.

D’un côté : $10^2 = 100$.

De l’autre : $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$.

Les deux résultats sont ÉGAUX.

D’après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle — et l’angle droit est opposé au côté de 10 cm.

Réponse. Oui : $10^2 = 100$ et $6^2 + 8^2 = 100$, donc le triangle est rectangle.

Rappel de cours. Réciproque : si $a^2 = b^2 + c^2$ (avec a le plus grand côté), alors le triangle est rectangle.

Erreur fréquente. Comparer les deux membres « à la louche » : il faut vraiment calculer les deux et les comparer.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 11 – Réciproque : cas négatif

Le plus grand côté mesure 9 cm : ce serait l’hypoténuse s’il y avait un angle droit.

Premier membre : $9^2 = 81$.

Second membre : $5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$.

$81 \neq 74$: l’égalité de Pythagore n’est PAS vérifiée.

Le triangle n’est donc pas rectangle.

Comme $81 > 74$, l’angle opposé au plus grand côté est même légèrement obtus.

Réponse. Non : $81 \neq 74$, l’égalité n’est pas vérifiée.

Rappel de cours. Si l’égalité est fausse, on conclut que le triangle N’EST PAS rectangle — c’est la contraposée.

Erreur fréquente. Conclure « presque rectangle » : en mathématiques, l’égalité est vérifiée ou elle ne l’est pas.

Correction de l’exercice 12 – Rédiger une démonstration

Le plus grand côté est $[MP]$, avec 41 cm.

Je calcule d’une part : $MP^2 = 41^2 = 1681$.

Je calcule d’autre part : $MN^2 + NP^2 = 9^2 + 40^2 = 81 + 1600 = 1681$.

Je constate que $MP^2 = MN^2 + NP^2$.

Donc, d’après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle.

L’angle droit est opposé à l’hypoténuse $[MP]$: il se situe donc au sommet N.

Réponse. $MP^2 = 1681$ et $MN^2 + NP^2 = 1681$: d’après la réciproque, MNP est rectangle en N.

Rappel de cours. Rédaction attendue : « je calcule d’une part… d’autre part… je constate… donc d’après la réciproque… ».

Erreur fréquente. Oublier de préciser le sommet de l’angle droit : la question le demande explicitement.

Correction de l’exercice 13 – Distance sur un quadrillage

On construit le triangle rectangle dont $[AB]$ est l’hypoténuse, avec un côté horizontal et un côté vertical.

Déplacement horizontal : $5 - 1 = 4$ unités.

Déplacement vertical : $5 - 2 = 3$ unités.

D’après Pythagore : $AB^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$.

$AB = \sqrt{25} = 5$ unités.

Réponse. $AB = 5$ unités.

Rappel de cours. Dans un repère, tout segment oblique est l’hypoténuse d’un triangle rectangle « horizontal-vertical ».

Erreur fréquente. Additionner les déplacements ($4 + 3 = 7$) : ce serait le trajet en escalier, pas la distance directe.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 14 – Le triangle dans le cercle

Propriété du cours : si un triangle a pour côté un diamètre du cercle et son troisième sommet sur le cercle, alors il est rectangle en ce sommet.

Le triangle ABC est donc rectangle en C, et $[AB]$ est son hypoténuse.

Pythagore : $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

$10^2 = 6^2 + BC^2$, soit $100 = 36 + BC^2$.

$BC^2 = 64$, donc $BC = 8$ cm.

On retrouve le triplet $(6; 8; 10)$, double de $(3; 4; 5)$.

Réponse. $BC = 8$ cm

Rappel de cours. Triangle inscrit dans un demi-cercle → triangle rectangle au sommet opposé au diamètre.

Erreur fréquente. Ne pas voir l’angle droit : sans cette propriété, on ne peut pas appliquer Pythagore.

Correction de l’exercice 15 – Deux étapes

Calcul de BC : $BC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$, donc $BC = 10$ cm.

Première façon de calculer l’aire : les côtés de l’angle droit servent de base et de hauteur.

$A = \dfrac{8 \times 6}{2} = 24$ cm².

Seconde façon : en prenant $[BC]$ comme base, la hauteur associée est $[AH]$.

$A = \dfrac{BC \times AH}{2} = \dfrac{10 \times AH}{2} = 5 \times AH$.

Les deux expressions désignent la même aire : $5 \times AH = 24$, donc $AH = 4{,}8$ cm.

Réponse. $BC = 10$ cm, aire $= 24$ cm², donc $AH = 4{,}8$ cm.

Rappel de cours. Calculer une même aire de deux façons est une technique très puissante.

Erreur fréquente. Croire que AH se calcule directement par Pythagore : il faut passer par l’aire.

Correction de l’exercice 16 – Le mât et les haubans

Le mât est vertical et le sol horizontal : ils forment un angle droit. Le câble est l’hypoténuse.

$L^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$, donc $L = 13$ m.

Pour la seconde question, l’hypoténuse vaut maintenant 15 m et la hauteur reste 12 m.

$15^2 = 12^2 + d^2$, soit $225 = 144 + d^2$.

$d^2 = 81$, donc $d = 9$ m exactement.

On retrouve le triplet $(9; 12; 15)$.

Réponse. Câble de 13 m ; pour des câbles de 15 m, il faut les fixer à 9 m du pied.

Rappel de cours. Le câble, en diagonale, est toujours l’hypoténuse : plus long que le mât comme que la distance au sol.

Erreur fréquente. Additionner $12 + 5 = 17$ m : le câble est plus court que le trajet en

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

deux temps.

Correction de l’exercice 17 – Le triangle isocèle

La hauteur issue du sommet principal coupe la base en son MILIEU (propriété du triangle isocèle).

Elle partage donc le triangle en deux triangles rectangles identiques.

Dans l’un d’eux : l’hypoténuse vaut 13 cm, et un côté de l’angle droit vaut la moitié de la base, soit 5 cm.

Pythagore : $13^2 = 5^2 + h^2$, soit $169 = 25 + h^2$.

$h^2 = 144$, donc $h = 12$ cm.

Aire du triangle : $\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{10 \times 12}{2} = 60$ cm².

Réponse. Hauteur = 12 cm et aire = 60 cm².

Rappel de cours. Dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principal est aussi médiane : elle coupe la base en deux.

Erreur fréquente. Utiliser la base entière (10 cm) dans Pythagore : c’est la MOITIÉ qu’il faut prendre.

Correction de l’exercice 18 – Encadrer une longueur

Pythagore : $h^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$.

On cherche entre quels carrés parfaits se situe 52.

$7^2 = 49$ et $8^2 = 64$.

Comme $49 < 52 < 64$, on en déduit $7 < h < 8$.

L’hypoténuse mesure donc entre 7 et 8 cm.

Affinage : 52 est plus proche de 49 que de 64, donc h est plutôt proche de 7. En réalité $h \approx 7{,}2$.

Réponse. $7 < h < 8$: l’hypoténuse mesure entre 7 et 8 cm.

Rappel de cours. Connaître les carrés parfaits jusqu’à $15^2 = 225$ permet d’encadrer sans calculatrice.

Erreur fréquente. Encadrer 52 au lieu de h : c’est le CARRÉ de l’hypoténuse qui vaut 52.

Correction de l’exercice 19 – Le rectangle et sa diagonale

La diagonale est l’hypoténuse d’un triangle rectangle formé par la longueur et la largeur.

$25^2 = 24^2 + l^2$, soit $625 = 576 + l^2$.

$l^2 = 49$, donc $l = 7$ cm.

Périmètre : $2 \times (24 + 7) = 2 \times 31 = 62$ cm.

Aire : $24 \times 7 = 168$ cm².

Vérification : $(7; 24; 25)$ est bien un triplet pythagoricien, car $49 + 576 = 625$. ✔

Réponse. Largeur = 7 cm · périmètre = 62 cm · aire = 168 cm².

Rappel de cours. Triplets pythagoriciens utiles : $(3; 4; 5)$, $(5; 12; 13)$, $(8; 15; 17)$, $(7; 24; 25)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Erreur fréquente. Soustraire $25 - 24 = 1$: ce sont les CARRÉS qu'il faut soustraire.

Correction de l'exercice 20 – Le trajet le plus court

En longeant deux côtés : $60 + 80 = 140$ m.

En diagonale, elle parcourt l'hypoténuse du triangle rectangle formé par les deux côtés.

$d^2 = 60^2 + 80^2 = 3600 + 6400 = 10\,000$.

$d = \sqrt{10\,000} = 100$ m.

Économie : $140 - 100 = 40$ m.

Remarque : $(60; 80; 100)$ est le triplet $(3; 4; 5)$ multiplié par 20.

Réponse. 140 m par les côtés, 100 m en diagonale : elle économise 40 m.

Rappel de cours. La ligne droite est toujours le plus court chemin : l'hypoténuse est plus courte que la somme des deux autres côtés.

Erreur fréquente. Croire que la diagonale mesure 70 m (la moyenne) : seul Pythagore donne la valeur exacte.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).