Translations et rotations — Quatrième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Après la symétrie axiale (6e) et la symétrie centrale (5e), la 4e complète la famille des transformations avec la translation — un glissement — et la rotation — un pivotement autour d'un point. Ces 20 exercices installent les définitions, les propriétés conservées, la construction d'images, et surtout la comparaison des quatre transformations : savoir laquelle retourne la figure, laquelle conserve les directions, laquelle admet des points fixes.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/quatrieme/translations-et-rotations

Exercice 1 – Définition d'une translation

Qu'est-ce qu'une translation ? Quelles informations faut-il pour la définir ?

Exercice 2 – Définition d'une rotation

Qu'est-ce qu'une rotation ? Quelles informations faut-il pour la définir ?

Exercice 3 – Propriétés conservées

Un triangle a des côtés de 3, 4 et 5 cm, et une aire de 6 cm². Que deviennent ces mesures après une translation ? Après une rotation ?

Exercice 4 – Rotation d'un demi-tour

Une rotation de centre O et d'angle 180° correspond à quelle transformation déjà connue ?

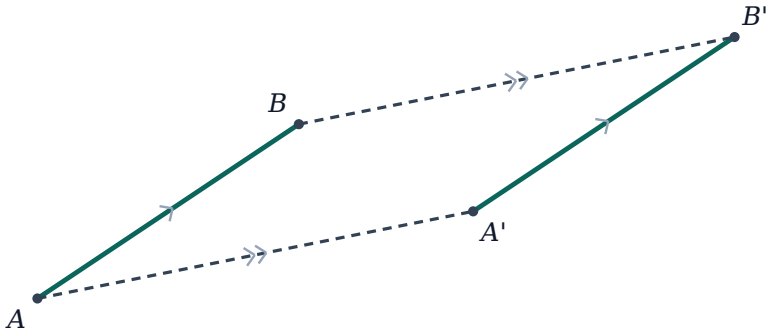
Exercice 5 – Points invariants

Combien de points invariants (qui ne bougent pas) possèdent : a) une translation ; b) une rotation ; c) une symétrie axiale ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 6 – Image d’un segment par translation

Un segment $[AB]$ mesure 7 cm. Quelle est la longueur de son image $[A'B']$ par une translation ? Que peut-on dire de la direction de $[A'B']$?



Tous les points glissent du même mouvement : [A'B'] est parallèle à [AB] et de même longueur.

Exercice 7 – Image d’une droite par rotation

Quelle est l’image d’une droite par une rotation de 90° ? Que peut-on dire des deux droites ?

Exercice 8 – Reconnaître la transformation

Pour chaque situation, indique de quelle transformation il s’agit : a) une frise où le motif se répète en glissant ; b) les rayons d’une roue de vélo ; c) un papillon aux ailes identiques ; d) les pales d’une éolienne à trois branches.

Exercice 9 – Translation dans un repère

Dans un repère, une translation transforme $A(1;2)$ en $A'(5;4)$. Quelle est l’image de $B(3;0)$?

Exercice 10 – Rotation d’un quart de tour

Un carré $ABCD$ a pour centre O. Quelle est l’image de A par la rotation de centre O et d’angle 90° dans le sens antihoraire ?

Exercice 11 – Construire l’image d’un point

Explique comment construire l’image M' d’un point M par la rotation de centre O et d’angle 60° dans le sens horaire.

Exercice 12 – Enchaîner deux translations

On applique à une figure une translation de 3 cm vers la droite, puis une translation de 4 cm vers la droite. Quelle transformation unique donne le même résultat ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 13 – Enchaîner deux rotations

On applique à une figure une rotation de 50° puis une rotation de 70°, toutes deux de même centre O et de même sens. Quelle transformation unique donne le même résultat ?

Exercice 14 – Rotation et figure régulière

Quel est le plus petit angle de rotation (autour de son centre) qui laisse un hexagone régulier globalement inchangé ? Et pour un pentagone régulier ?

Exercice 15 – Comparer les quatre transformations

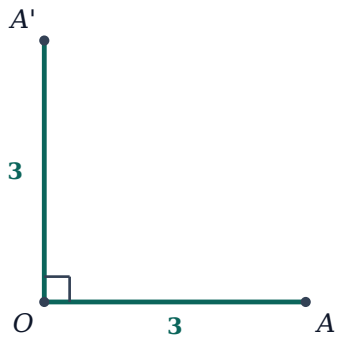
Parmi la translation, la rotation, la symétrie axiale et la symétrie centrale, laquelle (ou lesquelles) retourne(nt) la figure comme dans un miroir ?

Exercice 16 – Translation et parallélogramme

Une translation transforme A en A' et B en B'. Démontre que $ABB'A'$ est un parallélogramme.

Exercice 17 – Rotation dans un repère

Dans un repère, quelle est l'image du point $A(3;0)$ par la rotation de centre $O(0;0)$ et d'angle 90° dans le sens antihoraire ?



Rotation de 90° autour de O : la distance au centre est conservée, la direction pivote d'un quart de tour.

Exercice 18 – Composer deux symétries axiales

On applique successivement deux symétries axiales d'axes PARALLÈLES, distants de 4 cm. Quelle transformation unique obtient-on ?

Exercice 19 – Identifier une transformation

Une figure et son image ont la même orientation (la figure n'est pas retournée), et un seul point n'a pas bougé. De quelle transformation s'agit-il ? Justifie en éliminant les autres.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 20 – Vrai ou faux justifié

Vrai ou faux, en justifiant : a) « Une translation peut avoir un point invariant. » b) « Une rotation de 360° ne change rien. » c) « L’image d’un cercle par une rotation est un cercle de même rayon. »

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Définition d'une translation

Une translation est un glissement : tous les points de la figure se déplacent de la même façon.

Pour la définir, il faut trois informations : une DIRECTION, un SENS et une LONGUEUR.

On les résume souvent par une flèche, qui indique à la fois la direction, le sens et la distance du glissement.

Concrètement, si M' est l'image de M, alors tous les points se déplacent exactement comme M vers M'.

Image mentale : faire glisser une figure sur une table sans jamais la tourner ni la retourner.

Réponse. Un glissement défini par une direction, un sens et une longueur (résumés par une flèche).

Rappel de cours. Dans une translation, TOUS les points se déplacent du même mouvement.

Erreur fréquente. Oublier le sens : glisser de 5 cm vers la droite n'est pas la même chose que vers la gauche.

Correction de l'exercice 2 – Définition d'une rotation

Une rotation fait pivoter la figure autour d'un point fixe.

Pour la définir, il faut trois informations : le CENTRE, l'ANGLE et le SENS de rotation.

Le sens se précise par « sens horaire » (comme les aiguilles d'une montre) ou « sens antihoraire » (le sens inverse).

Le centre est le seul point qui ne bouge pas : il est invariant.

Image mentale : planter une punaise (le centre) et faire tourner la feuille autour.

Réponse. Un pivotement défini par un centre, un angle et un sens.

Rappel de cours. Le centre de rotation est le seul point invariant.

Erreur fréquente. Oublier de préciser le sens : une rotation de 90° à droite et à gauche donnent deux figures différentes.

Correction de l'exercice 3 – Propriétés conservées

Les deux transformations conservent les longueurs : les côtés mesurent toujours 3, 4 et 5 cm.

Elles conservent aussi les aires : l'aire reste 6 cm².

Elles conservent également les mesures d'angles, l'alignement et les milieux.

En résumé, la figure image est superposable à la figure de départ.

Seule sa POSITION change (translation) ou sa position et son orientation (rotation).

Réponse. Tout est conservé : côtés 3, 4, 5 cm et aire 6 cm², dans les deux cas.

Rappel de cours. Translation et rotation sont des isométries : elles conservent toutes les mesures.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Erreur fréquente. Croire qu'une rotation déforme la figure : elle la fait seulement pivoter.

Correction de l'exercice 4 – Rotation d'un demi-tour

Un angle de 180° correspond à un demi-tour complet.

Or la symétrie centrale de centre O est justement définie comme un demi-tour autour de O.

Les deux transformations donnent donc exactement la même image.

Particularité : pour 180°, le sens (horaire ou antihoraire) n'a aucune importance, le résultat est identique.

La symétrie centrale est donc un cas particulier de rotation.

Réponse. C'est la symétrie centrale de centre O.

Rappel de cours. Rotation de 180° = symétrie centrale : le sens n'intervient plus.

Erreur fréquente. Confondre avec la symétrie axiale, qui retourne la figure comme un miroir.

Correction de l'exercice 5 – Points invariants

a) Dans une translation, tous les points se déplacent de la même longueur non nulle : aucun point n'est invariant.

b) Dans une rotation, seul le centre reste fixe : il y a exactement UN point invariant.

c) Dans une symétrie axiale, tous les points de l'axe sont invariants : il y en a une INFINITÉ.

Ce critère permet souvent d'identifier rapidement de quelle transformation il s'agit.

Réponse. a) aucun · b) un seul (le centre) · c) une infinité (toute la droite).

Rappel de cours. Le nombre de points fixes est une signature de la transformation.

Erreur fréquente. Croire que le centre d'une translation existe : une translation n'a pas de centre.

Correction de l'exercice 6 – Image d'un segment par translation

La translation conserve les longueurs : $A'B' = AB = 7$ cm.

Elle conserve aussi les directions : tous les points glissent de la même façon.

Le segment $[A'B']$ est donc PARALLÈLE à $[AB]$ — et même de même sens.

De plus, $ABB'A'$ forme un parallélogramme, puisque $[AA']$ et $[BB']$ sont parallèles et de même longueur.

Réponse. $A'B' = 7$ cm, et $[A'B']$ est parallèle à $[AB]$.

Rappel de cours. La translation conserve les directions : elle ne fait jamais tourner la figure.

Erreur fréquente. Croire que le segment change d'inclinaison : seule sa position change.

Correction de l'exercice 7 – Image d'une droite par rotation

Une rotation transforme une droite en une droite : elle conserve l'alignement.

Contrairement à la translation, la rotation ne conserve PAS les directions : la droite pivote.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Pour une rotation de 90° précisément, la droite image est perpendiculaire à la droite de départ.

En effet, chaque direction tourne de 90°, c'est-à-dire d'un quart de tour.

Remarque : pour une rotation de 180°, la droite image serait parallèle à la droite de départ.

Réponse. Une droite, perpendiculaire à la droite de départ.

Rappel de cours. La rotation fait tourner les directions de l'angle de rotation.

Erreur fréquente. Croire que l'image est parallèle : cela n'arrive que pour un angle de 0° ou de 180°.

Correction de l'exercice 8 – Reconnaître la transformation

a) Le motif glisse toujours de la même façon, sans tourner ni se retourner : c'est une TRANSLATION.

b) Les rayons se déduisent les uns des autres en pivotant autour du moyeu : c'est une ROTATION.

c) Les deux ailes se correspondent par pliage le long du corps : c'est une SYMÉTRIE AXIALE.

d) Chaque pale se déduit de la précédente par une rotation de $360 \div 3 = 120°$ autour de l'axe : c'est une ROTATION.

Réponse. a) translation · b) rotation · c) symétrie axiale · d) rotation de 120°.

Rappel de cours. Glissement → translation · pivotement → rotation · pliage → symétrie axiale · demi-tour → symétrie centrale.

Erreur fréquente. Confondre symétrie axiale et rotation : seule la symétrie axiale RETOURNE la figure.

Correction de l'exercice 9 – Translation dans un repère

On détermine d'abord le déplacement, en observant le passage de A à A'.

En abscisse : $5 - 1 = +4$.

En ordonnée : $4 - 2 = +2$.

Tous les points subissent EXACTEMENT le même déplacement : $+4$ en x et $+2$ en y.

Pour $B(3\,;0)$: abscisse $3 + 4 = 7$, ordonnée $0 + 2 = 2$.

Donc $B'(7\,;2)$.

Réponse. $B'(7\,;2)$

Rappel de cours. Une translation se traduit par « on ajoute la même chose à chaque coordonnée de chaque point ».

Erreur fréquente. Multiplier les coordonnées : la translation est une addition, pas un agrandissement.

Correction de l'exercice 10 – Rotation d'un quart de tour

Le centre du carré est équidistant des quatre sommets.

Une rotation de 90° autour de O envoie donc chaque sommet sur le sommet suivant.

Dans le sens antihoraire, en suivant l'ordre A, B, C, D écrit dans ce sens, l'image de A est B.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Remarque : ce carré est donc « invariant » par cette rotation — la figure globale se superpose à elle-même, même si chaque sommet a bougé.

Un carré admet quatre rotations qui le laissent globalement inchangé : 90°, 180°, 270° et 360°.

Réponse. L'image de A est B (le sommet suivant dans le sens antihoraire).

Rappel de cours. Une figure peut être globalement invariante alors que chacun de ses points a bougé.

Erreur fréquente. Croire que le carré « ne bouge pas » : ce sont ses sommets qui permutent.

Correction de l'exercice 11 – Construire l'image d'un point

Étape 1 : tracer le segment $[OM]$ et mesurer sa longueur.

Étape 2 : avec le rapporteur placé en O, construire un angle de 60° à partir de la demi-droite $[OM)$, en tournant dans le sens horaire.

Étape 3 : sur la nouvelle demi-droite ainsi obtenue, reporter la longueur OM à partir de O.

Le point obtenu est M'.

Contrôle : on doit avoir $OM' = OM$, car une rotation conserve les distances au centre.

Remarque : le triangle OMM' est isocèle en O, puisque $OM = OM'$.

Réponse. Tracer $[OM]$, construire un angle de 60° en O dans le bon sens, puis reporter la longueur OM.

Rappel de cours. Une rotation conserve la distance au centre : $OM' = OM$ toujours.

Erreur fréquente. Oublier de reporter la longueur : le point doit rester à la même distance de O.

Correction de l'exercice 12 – Enchaîner deux translations

La première translation déplace chaque point de 3 cm vers la droite.

La seconde ajoute 4 cm vers la droite, dans la même direction et le même sens.

Au total, chaque point s'est déplacé de $3 + 4 = 7$ cm vers la droite.

Une seule translation de 7 cm vers la droite produit donc exactement le même résultat.

Règle générale : l'enchaînement de deux translations est toujours une translation.

Si les deux translations avaient été de sens opposés, on aurait soustrait les longueurs.

Réponse. Une translation unique de 7 cm vers la droite.

Rappel de cours. Deux translations de même direction et même sens s'additionnent.

Erreur fréquente. Croire que le résultat serait une rotation : aucune des deux transformations ne fait tourner la figure.

Correction de l'exercice 13 – Enchaîner deux rotations

Les deux rotations ont le même centre : les pivotements s'enchaînent autour du même point.

Étant de même sens, les angles s'additionnent.

$50 + 70 = 120°$.

Une seule rotation de centre O et d'angle 120°, dans le même sens, donne le même

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

résultat.

Attention : cela ne fonctionne que si les deux rotations partagent le MÊME centre.

Réponse. Une rotation de centre O et d'angle 120°, dans le même sens.

Rappel de cours. Rotations de même centre et même sens : les angles s'additionnent.

Erreur fréquente. Appliquer la règle à des centres différents : le résultat n'est alors plus forcément une rotation.

Correction de l'exercice 14 – Rotation et figure régulière

Un hexagone régulier a 6 sommets répartis régulièrement autour de son centre.

Pour qu'il se superpose à lui-même, il faut envoyer chaque sommet sur le suivant.

L'angle correspondant vaut $360 \div 6 = 60°$.

Pour un pentagone régulier, qui a 5 sommets : $360 \div 5 = 72°$.

Règle générale : pour un polygone régulier à n côtés, le plus petit angle vaut $\frac{360°}{n}$.

Réponse. 60° pour l'hexagone et 72° pour le pentagone.

Rappel de cours. Polygone régulier à n côtés : angle de rotation = $\frac{360°}{n}$.

Erreur fréquente. Confondre avec l'angle intérieur du polygone (120° pour l'hexagone) : ce n'est pas la même chose.

Correction de l'exercice 15 – Comparer les quatre transformations

La translation fait glisser la figure : elle conserve son orientation, la figure n'est pas retournée.

La rotation la fait pivoter : là non plus, la figure n'est pas retournée.

La symétrie centrale est une rotation de 180° : elle ne retourne donc pas non plus la figure.

La symétrie AXIALE, en revanche, correspond à un pliage : la figure est bien retournée, comme dans un miroir.

Test concret : la lettre « R » devient « Я » par symétrie axiale, mais reste un « R » (éventuellement penché) par les trois autres.

Réponse. Seule la symétrie axiale retourne la figure.

Rappel de cours. Translation, rotation et symétrie centrale conservent le sens de parcours ; la symétrie axiale l'inverse.

Erreur fréquente. Croire que la symétrie centrale retourne la figure : elle la fait seulement pivoter d'un demi-tour.

Correction de l'exercice 16 – Translation et parallélogramme

Par définition d'une translation, tous les points se déplacent de la même façon.

Le déplacement de A vers A' est donc identique au déplacement de B vers B'.

Les segments $[AA']$ et $[BB']$ ont par conséquent la même longueur ET la même direction : ils sont parallèles et égaux.

Or, un quadrilatère dont deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur est un parallélogramme.

Dans $ABB'A'$, les côtés $[AA']$ et $[BB']$ sont bien opposés.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Donc $ABB'A'$ est un parallélogramme.

Réponse. $[AA']$ et $[BB']$ sont parallèles et de même longueur : $ABB'A'$ est un parallélogramme.

Rappel de cours. « Deux côtés opposés parallèles ET de même longueur » suffit à prouver qu'un quadrilatère est un parallélogramme.

Erreur fréquente. Attention à l'ordre des lettres : dans $ABB'A'$, $[AA']$ et $[BB']$ sont bien des côtés opposés.

Correction de l'exercice 17 – Rotation dans un repère

Le point A est situé sur l'axe des abscisses, à 3 unités à droite de l'origine.

Une rotation de 90° dans le sens antihoraire fait passer de la direction « vers la droite » à la direction « vers le haut ».

La distance au centre est conservée : l'image reste à 3 unités de O.

L'image se trouve donc à 3 unités au-dessus de l'origine, sur l'axe des ordonnées.

Ses coordonnées sont $(0\,;3)$.

Contrôle : $OA = 3$ et $OA' = 3$. ✔

Réponse. $A'(0\,;3)$

Rappel de cours. Une rotation de 90° antihoraire autour de l'origine transforme $(x\,;y)$ en $(-y\,;x)$.

Erreur fréquente. Se tromper de sens : dans le sens horaire, l'image serait $(0\,;-3)$.

Correction de l'exercice 18 – Composer deux symétries axiales

La première symétrie retourne la figure ; la seconde la retourne à nouveau.

Deux retournements ramènent la figure dans son orientation initiale : le résultat ne peut donc pas être une symétrie axiale.

Suivons un point situé à la distance d du premier axe : après la première symétrie, il se retrouve de l'autre côté, toujours à la distance d.

En appliquant la seconde symétrie, on constate que le point a globalement glissé perpendiculairement aux axes.

Ce glissement vaut le DOUBLE de la distance entre les axes, soit $2 \times 4 = 8$ cm.

Le résultat est donc une TRANSLATION de 8 cm, perpendiculaire aux axes.

Réponse. Une translation de 8 cm (le double de la distance entre les axes), perpendiculaire aux axes.

Rappel de cours. Deux symétries d'axes parallèles composent une translation ; d'axes sécants, une rotation.

Erreur fréquente. Répondre « une translation de 4 cm » : c'est bien le DOUBLE de l'écart entre les axes.

Correction de l'exercice 19 – Identifier une transformation

La figure n'est pas retournée : ce n'est donc pas une symétrie axiale, qui inverse toujours l'orientation.

Il existe un point invariant : ce n'est donc pas une translation, qui n'en a aucun (sauf translation nulle).

Il n'y a qu'UN seul point invariant : ce n'est pas non plus l'identité, qui les laisserait tous

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

fixes.

Il reste la rotation, qui conserve l’orientation et admet exactement un point fixe : son centre.

La symétrie centrale, cas particulier de rotation avec un angle de 180°, reste possible.

Conclusion : c’est une rotation, dont le centre est précisément le point invariant.

Réponse. Une rotation, dont le centre est le point invariant (éventuellement une symétrie centrale si l’angle vaut 180°).

Rappel de cours. Deux critères suffisent souvent : l’orientation est-elle conservée ? combien de points fixes ?

Erreur fréquente. Oublier que la symétrie centrale est un cas particulier de rotation.

Correction de l’exercice 20 – Vrai ou faux justifié

a) Dans une translation non nulle, chaque point se déplace de la même longueur, strictement positive : aucun point ne reste fixe.

a) Le seul cas où un point serait invariant est la translation nulle, qui ne déplace rien. L’affirmation est donc FAUSSE (pour une vraie translation).

b) Un angle de 360° correspond à un tour complet : chaque point revient exactement à sa position de départ. VRAI.

c) Une rotation conserve les longueurs, donc le rayon est inchangé, et elle transforme un cercle en cercle.

c) Le centre du cercle image est l’image du centre du cercle de départ. L’affirmation est VRAIE.

Réponse. a) Faux · b) Vrai · c) Vrai.

Rappel de cours. Pour l’image d’un cercle, il suffit de transformer son CENTRE : le rayon ne change pas.

Erreur fréquente. Vouloir construire l’image de tous les points du cercle : seul le centre compte.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).