Coordonnées de vecteurs — Seconde

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Dans un repère, un vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A\,;\, y_B - y_A)$. On additionne les vecteurs coordonnée par coordonnée, et deux vecteurs sont colinéaires quand leur « déterminant » $xy' - yx'$ est nul. Ces exercices corrigés couvrent coordonnées, opérations, colinéarité et alignement. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/seconde/coordonnees-vecteurs

Exercice 1 – Coordonnées d'un vecteur

Soit $A(1\,;2)$ et $B(5\,;7)$. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.

Exercice 2 – Coordonnées avec négatifs

Soit $A(-2\,;3)$ et $B(1\,;-1)$. Déterminer $\overrightarrow{AB}$.

Exercice 3 – Image d'un point par une translation

Soit $A(2\,;-1)$ et $\vec{u}(3\,;4)$. Déterminer les coordonnées de l'image B de A par la translation de vecteur $\vec{u}$.

Exercice 4 – Norme d'un vecteur

Calculer la norme du vecteur $\vec{u}(3\,;-4)$.

Exercice 5 – Somme de vecteurs

Soit $\vec{u}(2\,;3)$ et $\vec{v}(-1\,;4)$. Calculer les coordonnées de $\vec{u}+\vec{v}$.

Exercice 6 – Produit par un réel

Soit $\vec{u}(3\,;-2)$. Calculer $2\vec{u}$ et $-\vec{u}$.

Exercice 7 – Égalité de vecteurs

Soit $A(1\,;1)$, $B(4\,;3)$, $C(0\,;0)$. Déterminer D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Exercice 8 – Colinéarité par le déterminant

Les vecteurs $\vec{u}(3\,;-2)$ et $\vec{v}(-6\,;4)$ sont-ils colinéaires ? Si oui, exprimer $\vec{v}$ en fonction de $\vec{u}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Vecteur de norme 1

Soit $\vec{u}(6\,;8)$. Calculer $\|\vec{u}\|$, puis donner les coordonnées d'un vecteur de même direction et de même sens que $\vec{u}$ et de norme 1.

Exercice 10 – Tester la colinéarité

Les vecteurs $\vec{u}(2\,;3)$ et $\vec{v}(4\,;6)$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 11 – Colinéarité (cas négatif)

Les vecteurs $\vec{u}(1\,;2)$ et $\vec{v}(3\,;5)$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 12 – Alignement de points

Les points $A(1\,;1)$, $B(3\,;4)$, $C(7\,;10)$ sont-ils alignés ?

Exercice 13 – Coordonnées d'une combinaison

Soit $\vec{u}(1\,;2)$ et $\vec{v}(3\,;-1)$. Calculer les coordonnées de $2\vec{u}-\vec{v}$.

Exercice 14 – Droites parallèles ou points alignés ?

Soient $A(1\,;2)$, $B(3\,;5)$, $C(0\,;-1)$ et $D(4\,;5)$. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Sont-elles confondues ?

Exercice 15 – Point défini par une égalité vectorielle

Soient $A(1\,;3)$ et $B(4\,;0)$. Déterminer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

Exercice 16 – Quatrième sommet d'un parallélogramme

Soit $A(1\,;2)$, $B(4\,;3)$, $C(6\,;7)$. Déterminer D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 17 – Déterminer un point aligné

Soit $A(1\,;2)$ et $B(3\,;6)$. Déterminer k pour que $C(5\,;k)$ soit aligné avec A et B.

Exercice 18 – Colinéarité avec paramètre

Pour quelle valeur de m les vecteurs $\vec{u}(2\,;m)$ et $\vec{v}(3\,;6)$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 19 – Milieu et vecteurs

Soit $A(2\,;1)$ et $B(6\,;5)$. Déterminer les coordonnées du milieu I de $[AB]$, puis vérifier que $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 20 – Décomposer un vecteur

Soient $\vec{u}(1\,;2)$, $\vec{v}(3\,;-1)$ et $\vec{w}(7\,;0)$. Déterminer les réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Coordonnées d'un vecteur

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;\,y_B - y_A) = (5-1\,;\,7-2) = (4\,;\,5)$.

Réponse. $\overrightarrow{AB}(4\,;\,5)$.

Rappel de cours. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A\,;\,y_B - y_A)$: arrivée moins départ sur chaque axe.

Correction de l'exercice 2 – Coordonnées avec négatifs

$\overrightarrow{AB}(1-(-2)\,;\,-1-3) = (3\,;\,-4)$.

Réponse. $\overrightarrow{AB}(3\,;\,-4)$.

Rappel de cours. $1-(-2) = 3$: soustraire un négatif revient à ajouter.

Correction de l'exercice 3 – Image d'un point par une translation

B est défini par $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, soit $(x_B - 2\,;\,y_B + 1) = (3\,;\,4)$.

$x_B = 2 + 3 = 5$ et $y_B = -1 + 4 = 3$.

Réponse. $B(5\,;\,3)$.

Rappel de cours. Translater un point de vecteur $\vec{u}(a\,;\,b)$: on ajoute a à l'abscisse et b à l'ordonnée.

Correction de l'exercice 4 – Norme d'un vecteur

$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$.

Réponse. $\|\vec{u}\| = 5$.

Rappel de cours. Norme : $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ (longueur du vecteur).

Correction de l'exercice 5 – Somme de vecteurs

On additionne coordonnée par coordonnée : $\vec{u} + \vec{v}(2 + (-1)\,;\,3 + 4) = (1\,;\,7)$.

Réponse. $\vec{u} + \vec{v}(1\,;\,7)$.

Rappel de cours. Somme de vecteurs : on additionne les abscisses entre elles et les ordonnées entre elles.

Correction de l'exercice 6 – Produit par un réel

$2\vec{u}(2 \times 3\,;\,2 \times (-2)) = (6\,;\,-4)$.

$-\vec{u}(-3\,;\,2)$.

Réponse. $2\vec{u}(6\,;\,-4)$; $-\vec{u}(-3\,;\,2)$.

Rappel de cours. $k\vec{u}(kx\,;\,ky)$: on multiplie chaque coordonnée par k.

Correction de l'exercice 7 – Égalité de vecteurs

$\overrightarrow{AB}(3\,;\,2)$. On veut $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$, avec $\overrightarrow{CD}(x_D - 0\,;\,y_D - 0) = (x_D\,;\,y_D)$.

Donc $x_D = 3$ et $y_D = 2$: $D(3\,;\,2)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. $D(3\,;2)$.

Rappel de cours. Deux vecteurs sont égaux $\Leftrightarrow$ mêmes coordonnées.

Correction de l'exercice 8 – Colinéarité par le déterminant

Déterminant : $\det(\vec{u},\vec{v}) = 3\times 4 - (-2)\times(-6) = 12 - 12 = 0$.

Le déterminant est nul : les vecteurs sont colinéaires.

$-6 = -2\times 3$ et $4 = -2\times(-2)$, donc $\vec{v} = -2\vec{u}$ (même direction, sens contraire).

Réponse. Oui : $\vec{v} = -2\vec{u}$.

Rappel de cours. $\vec{u}(x\,;y)$ et $\vec{v}(x'\,;y')$ sont colinéaires $\Leftrightarrow xy' - yx' = 0$.

Correction de l'exercice 9 – Vecteur de norme 1

$\|\vec{u}\| = \sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{100} = 10$.

Diviser un vecteur par sa norme donne un vecteur de norme 1 : $\vec{w} = \frac{1}{10}\vec{u} = (0{,}6\,;0{,}8)$.

Vérification : $\sqrt{0{,}36+0{,}64} = \sqrt{1} = 1$.

Réponse. $\|\vec{u}\| = 10$ et $\vec{w}(0{,}6\,;0{,}8)$.

Rappel de cours. $\|k\vec{u}\| = |k|\times\|\vec{u}\|$.

Correction de l'exercice 10 – Tester la colinéarité

Critère : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow xy' - yx' = 0$.

$2\times 6 - 3\times 4 = 12 - 12 = 0$: ils sont colinéaires.

Réponse. Oui, colinéaires ($xy' - yx' = 0$).

Rappel de cours. Colinéarité : $xy' - yx' = 0$ (le « déterminant »). Ici $\vec{v} = 2\vec{u}$.

Correction de l'exercice 11 – Colinéarité (cas négatif)

$xy' - yx' = 1\times 5 - 2\times 3 = 5 - 6 = -1 \neq 0$.

Le déterminant n'est pas nul : ils ne sont pas colinéaires.

Réponse. Non, non colinéaires ($xy' - yx' = -1$).

Rappel de cours. Si $xy' - yx' \neq 0$, les vecteurs ne sont pas colinéaires (directions différentes).

Correction de l'exercice 12 – Alignement de points

$\overrightarrow{AB}(2\,;3)$ et $\overrightarrow{AC}(6\,;9)$.

Colinéarité : $2\times 9 - 3\times 6 = 18 - 18 = 0$. Les vecteurs sont colinéaires, donc A, B, C sont alignés.

Réponse. Oui, alignés ($\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires).

Rappel de cours. Alignement de A, B, $C \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires.

Correction de l'exercice 13 – Coordonnées d'une combinaison

$2\vec{u}(2\,;4)$ et $-\vec{v}(-3\,;1)$.

$2\vec{u} - \vec{v}(2-3\,;4+1) = (-1\,;5)$.

Réponse. $2\vec{u} - \vec{v}(-1\,;5)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. On calcule chaque vecteur séparément, puis on additionne coordonnée par coordonnée.

Correction de l'exercice 14 – Droites parallèles ou points alignés ?

$\overrightarrow{AB}(2\,;3)$ et $\overrightarrow{CD}(4\,;6)$. $\det = 2\times 6 - 3\times 4 = 0$: vecteurs colinéaires, donc $(AB)\parallel(CD)$.

Pour savoir si elles sont confondues, on teste si $C\in(AB)$: $\overrightarrow{AC}(-1\,;-3)$,
$\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = 2\times(-3) - 3\times(-1) = -3 \neq 0$.

C n'est pas sur (AB) : les droites sont strictement parallèles ($ABDC$ est un trapèze).

Réponse. Parallèles mais pas confondues.

Rappel de cours. Deux droites parallèles sont confondues si et seulement si elles ont un point commun.

Correction de l'exercice 15 – Point défini par une égalité vectorielle

On note $M(x\,;y)$. $\overrightarrow{MA}(1-x\,;3-y)$ et $\overrightarrow{MB}(4-x\,;-y)$.

Abscisses : $(1-x)+2(4-x)=0 \Leftrightarrow 9-3x=0 \Leftrightarrow x=3$.

Ordonnées : $(3-y)+2(-y)=0 \Leftrightarrow 3-3y=0 \Leftrightarrow y=1$.

Contrôle : $\overrightarrow{MA}(-2\,;2)$, $\overrightarrow{MB}(1\,;-1)$, et $(-2\,;2)+2(1\,;-1)=(0\,;0)$.

Réponse. $M(3\,;1)$.

Rappel de cours. Une égalité de vecteurs équivaut à deux égalités : une sur les abscisses, une sur les ordonnées.

Correction de l'exercice 16 – Quatrième sommet d'un parallélogramme

$ABCD$ parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. $\overrightarrow{AB}(3\,;1)$.

$\overrightarrow{DC}(6-x_D\,;7-y_D)=(3\,;1)$, donc $6-x_D=3$ et $7-y_D=1$, soit $x_D=3$, $y_D=6$.

Réponse. $D(3\,;6)$.

Rappel de cours. $ABCD$ parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$: on résout l'égalité des coordonnées.

Erreur fréquente. L'ordre des sommets impose $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ (et non $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$).

Correction de l'exercice 17 – Déterminer un point aligné

$\overrightarrow{AB}(2\,;4)$ et $\overrightarrow{AC}(4\,;k-2)$. Alignement $\Leftrightarrow$ colinéaires $\Leftrightarrow 2(k-2)-4\times 4=0$.

$2(k-2)=16$, soit $k-2=8$, donc $k=10$.

Réponse. $k=10$.

Rappel de cours. Alignement avec un point inconnu : on écrit le déterminant nul, ce qui donne une équation en l'inconnue.

Correction de l'exercice 18 – Colinéarité avec paramètre

Colinéarité : $xy'-yx'=0$, soit $2\times 6 - m\times 3=0$.

$12-3m=0$, donc $m=4$.

Réponse. $m=4$.

Rappel de cours. On pose le déterminant $xy'-yx'=0$ et on résout en le paramètre.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 19 – Milieu et vecteurs

Milieu : $I\left(\frac{2+6}{2}\,;\frac{1+5}{2}\right) = I(4\,;3)$.

$\overrightarrow{AI}(4-2\,;3-1) = (2\,;2)$ et $\overrightarrow{IB}(6-4\,;5-3) = (2\,;2)$: on a bien $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.

Réponse. $I(4\,;3)$; $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB} = (2\,;2)$.

Rappel de cours. Le milieu a pour coordonnées la moyenne de celles de A et B ; il vérifie $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.

Correction de l’exercice 20 – Décomposer un vecteur

$a\vec{u} + b\vec{v}$ a pour coordonnées $(a + 3b\,;2a - b)$. On veut $(7\,;0)$.

Deux égalités, une par coordonnée : $a + 3b = 7$ et $2a - b = 0$.

La seconde équation donne $b = 2a$. Dans la première : $a + 6a = 7$, donc $a = 1$ et $b = 2$.

Vérification : $\vec{u} + 2\vec{v} = (1 + 6\,;2 - 2) = (7\,;0)$.

Réponse. $\vec{w} = \vec{u} + 2\vec{v}$.

Rappel de cours. Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires ($\det = 1 \times (-1) - 2 \times 3 = -7 \neq 0$), tout vecteur du plan s’écrit de façon unique $a\vec{u} + b\vec{v}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).