Distance et milieu — Seconde

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Dans un repère orthonormé, la distance entre deux points est $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$, et le milieu de $[AB]$ a pour coordonnées la moyenne de celles de A et B. Ces exercices corrigés couvrent calcul de longueurs, milieux, nature de triangles et cercles. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/seconde/distance-milieu

Exercice 1 – Calculer une distance

Soit $A(1\,;2)$ et $B(4\,;6)$. Calculer AB.

Exercice 2 – Coordonnées d'un milieu

Soit $A(2\,;3)$ et $B(8\,;5)$. Déterminer le milieu I de $[AB]$.

Exercice 3 – Distance à l'origine

Dans un repère orthonormé, calculer la distance OM avec $M(-6\,;8)$.

Exercice 4 – Distance avec négatifs

Soit $A(-1\,;2)$ et $B(2\,;-2)$. Calculer AB.

Exercice 5 – Milieu avec négatifs

Soit $A(-3\,;4)$ et $B(5\,;-2)$. Déterminer le milieu de $[AB]$.

Exercice 6 – Distance non entière

Soit $A(1\,;1)$ et $B(3\,;4)$. Calculer AB (valeur exacte).

Exercice 7 – Retrouver une extrémité

$I(2\,;-1)$ est le milieu de $[AB]$, avec $A(-3\,;4)$. Déterminer les coordonnées de B.

Exercice 8 – Sur le cercle, dedans ou dehors ?

Le cercle C a pour centre $\Omega(1\,;-2)$ et pour rayon 5. Les points $P(4\,;2)$ et $Q(-2\,;3)$ sont-ils sur C, à l'intérieur ou à l'extérieur ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Triangle isocèle

Soit $A(0\,;0)$, $B(4\,;0)$, $C(2\,;3)$. Montrer que le triangle ABC est isocèle en C.

Exercice 10 – Triangle rectangle (Pythagore)

Soit $A(0\,;0)$, $B(3\,;0)$, $C(0\,;4)$. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

Exercice 11 – Centre et rayon d'un cercle

Un cercle a pour diamètre $[AB]$ avec $A(1\,;2)$ et $B(7\,;10)$. Déterminer son centre et son rayon.

Exercice 12 – Parallélogramme par les milieux

Soit $A(1\,;1)$, $B(5\,;2)$, $C(6\,;5)$, $D(2\,;4)$. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme (diagonales).

Exercice 13 – Triangle rectangle isocèle

Soient $A(1\,;1)$, $B(5\,;3)$ et $C(3\,;7)$. Déterminer la nature du triangle ABC.

Exercice 14 – Point équidistant

Déterminer l'abscisse x du point $M(x\,;0)$ de l'axe des abscisses équidistant de $A(1\,;2)$ et $B(5\,;4)$.

Exercice 15 – Nature d'un quadrilatère

Soit $A(0\,;0)$, $B(4\,;0)$, $C(4\,;4)$, $D(0\,;4)$. Montrer que $ABCD$ est un carré.

Exercice 16 – Symétrique d'un point

Déterminer le symétrique A' de $A(1\,;3)$ par rapport au point $I(4\,;5)$.

Exercice 17 – Médiatrice

Soit $A(0\,;0)$ et $B(4\,;2)$. Le point $M(3\,;-1)$ est-il sur la médiatrice de $[AB]$?

Exercice 18 – Périmètre d'un triangle

Calculer le périmètre du triangle ABC avec $A(0\,;0)$, $B(3\,;0)$, $C(3\,;4)$.

Exercice 19 – Losange ou carré ?

Soient $A(0\,;2)$, $B(3\,;0)$, $C(6\,;2)$ et $D(3\,;4)$. Démontrer que $ABCD$ est un losange. Est-ce un carré ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 20 – Cercle circonscrit à un triangle rectangle

Soient $A(1\,;1)$, $B(7\,;1)$ et $C(1\,;9)$.

1. Justifier que ABC est rectangle en A.

2. Déterminer le centre et le rayon de son cercle circonscrit.

3. Vérifier que A est bien sur ce cercle.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Calculer une distance

$AB = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$.

Réponse. $AB = 5$.

Rappel de cours. Distance : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ (Pythagore dans le repère).

Correction de l'exercice 2 – Coordonnées d'un milieu

$I\left(\frac{2+8}{2} ; \frac{3+5}{2}\right) = I(5\,;4)$.

Réponse. $I(5\,;4)$.

Rappel de cours. Milieu : moyenne des coordonnées, $I\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Correction de l'exercice 3 – Distance à l'origine

$OM = \sqrt{(x_M - 0)^2 + (y_M - 0)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$.

Réponse. $OM = 10$.

Rappel de cours. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$, valable dans un repère orthonormé.

Erreur fréquente. $(-6)^2 = 36$: un carré est positif.

Correction de l'exercice 4 – Distance avec négatifs

$AB = \sqrt{(2-(-1))^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = 5$.

Réponse. $AB = 5$.

Rappel de cours. Les carrés rendent le signe sans importance, mais soigner $(2-(-1)) = 3$.

Correction de l'exercice 5 – Milieu avec négatifs

$I\left(\frac{-3+5}{2} ; \frac{4+(-2)}{2}\right) = I(1\,;1)$.

Réponse. $I(1\,;1)$.

Rappel de cours. Moyenne des coordonnées, même avec des négatifs.

Correction de l'exercice 6 – Distance non entière

$AB = \sqrt{(3-1)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$.

Réponse. $AB = \sqrt{13} \approx 3{,}61$.

Rappel de cours. La distance peut être une racine non simplifiable : on laisse $\sqrt{13}$.

Correction de l'exercice 7 – Retrouver une extrémité

$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$, donc $x_B = 2x_I - x_A = 4 - (-3) = 7$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$y_B = 2y_I - y_A = -2 - 4 = -6$.

Vérification : $\left(\frac{-3+7}{2} ; \frac{4-6}{2}\right) = (2 ; -1)$.

Réponse. $B(7 ; -6)$.

Rappel de cours. B est le symétrique de A par rapport à I : $x_B = 2x_I - x_A$, $y_B = 2y_I - y_A$.

Correction de l'exercice 8 – Sur le cercle, dedans ou dehors ?

$\Omega P = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$: P est sur le cercle.

$\Omega Q = \sqrt{(-3)^2 + 5^2} = \sqrt{34} \approx 5{,}83 > 5$: Q est à l'extérieur.

Réponse. P est sur C, Q est à l'extérieur.

Rappel de cours. On compare la distance au centre avec le rayon. Pour éviter les racines, on peut comparer les carrés ($34 > 25$).

Correction de l'exercice 9 – Triangle isocèle

$CA = \sqrt{(0-2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$.

$CB = \sqrt{(4-2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$.

$CA = CB$: le triangle est isocèle en C.

Réponse. $CA = CB = \sqrt{13}$: isocèle en C.

Rappel de cours. Isocèle en $C \Leftrightarrow CA = CB$: on calcule et compare les deux longueurs.

Correction de l'exercice 10 – Triangle rectangle (Pythagore)

$AB = 3$, $AC = 4$, $BC = \sqrt{(3-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{9+16} = 5$.

On teste Pythagore : $AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25 = BC^2$.

L'égalité de Pythagore est vérifiée : le triangle est rectangle en A.

Réponse. $AB^2 + AC^2 = BC^2$: rectangle en A.

Rappel de cours. On calcule les trois longueurs, puis on teste la réciproque de Pythagore.

Correction de l'exercice 11 – Centre et rayon d'un cercle

Centre = milieu de $[AB]$: $\Omega\left(\frac{1+7}{2} ; \frac{2+10}{2}\right) = \Omega(4 ; 6)$.

Rayon = moitié du diamètre. $AB = \sqrt{(7-1)^2 + (10-2)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$, donc $r = 5$.

Réponse. Centre $\Omega(4 ; 6)$, rayon 5.

Rappel de cours. Le centre d'un cercle de diamètre $[AB]$ est le milieu de $[AB]$; le rayon vaut $\frac{AB}{2}$.

Correction de l'exercice 12 – Parallélogramme par les milieux

Milieu de $[AC]$: $\left(\frac{1+6}{2} ; \frac{1+5}{2}\right) = (3{,}5 ; 3)$.

Milieu de $[BD]$: $\left(\frac{5+2}{2} ; \frac{2+4}{2}\right) = (3{,}5 ; 3)$.

Les diagonales ont le même milieu : $ABCD$ est un parallélogramme.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. Mêmes milieux des diagonales : $ABCD$ est un parallélogramme.

Rappel de cours. Un quadrilatère est un parallélogramme ⇔ ses diagonales se coupent en leur milieu.

Correction de l'exercice 13 – Triangle rectangle isocèle

On calcule les carrés des longueurs : $AB^2 = 4^2 + 2^2 = 20$, $BC^2 = (-2)^2 + 4^2 = 20$, $AC^2 = 2^2 + 6^2 = 40$.

$AB = BC$: le triangle est isocèle en B.

$AB^2 + BC^2 = 40 = AC^2$: d'après la réciproque de Pythagore, il est rectangle en B.

Réponse. ABC est rectangle isocèle en B.

Rappel de cours. Travailler avec les carrés des distances évite les racines et rend la réciproque de Pythagore immédiate.

Correction de l'exercice 14 – Point équidistant

On veut $MA = MB$, donc $MA^2 = MB^2$.

$(x-1)^2 + (0-2)^2 = (x-5)^2 + (0-4)^2$, soit $x^2 - 2x + 1 + 4 = x^2 - 10x + 25 + 16$.

$-2x + 5 = -10x + 41$, donc $8x = 36$ et $x = 4{,}5$.

Réponse. $M(4{,}5\,;\,0)$.

Rappel de cours. Équidistant : $MA = MB$, qu'on traduit par $MA^2 = MB^2$ (les carrés évitent les racines).

Correction de l'exercice 15 – Nature d'un quadrilatère

Côtés : $AB = 4$, $BC = 4$, $CD = 4$, $DA = 4$: tous égaux (losange).

Diagonales : $AC = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32}$ et $BD = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32}$: diagonales égales.

Quatre côtés égaux + diagonales égales ⇒ carré.

Réponse. Côtés égaux et diagonales égales : $ABCD$ est un carré.

Rappel de cours. Carré : 4 côtés égaux (losange) ET diagonales de même longueur (rectangle).

Correction de l'exercice 16 – Symétrique d'un point

I est le milieu de $[AA']$: $\left(\dfrac{1 + x_{A'}}{2}\,;\,\dfrac{3 + y_{A'}}{2}\right) = (4\,;5)$.

$\dfrac{1 + x_{A'}}{2} = 4 \Rightarrow x_{A'} = 7$; $\dfrac{3 + y_{A'}}{2} = 5 \Rightarrow y_{A'} = 7$.

Réponse. $A'(7\,;\,7)$.

Rappel de cours. Le symétrique de A par rapport à I vérifie : I milieu de $[AA']$.

Correction de l'exercice 17 – Médiatrice

La médiatrice est l'ensemble des points équidistants de A et B. On compare MA et MB.

$MA = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$; $MB = \sqrt{(3-4)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$.

$MA = MB$: M est sur la médiatrice de $[AB]$.

Réponse. Oui, $MA = MB = \sqrt{10}$: M est sur la médiatrice.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. La médiatrice de $[AB]$ est l'ensemble des points équidistants de A et B.

Correction de l'exercice 18 – Périmètre d'un triangle

$AB = 3$; $BC = \sqrt{0+16} = 4$; $CA = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$.

Périmètre : $AB + BC + CA = 3 + 4 + 5 = 12$.

Réponse. Périmètre = 12.

Rappel de cours. Le périmètre est la somme des trois longueurs des côtés.

Correction de l'exercice 19 – Losange ou carré ?

Milieu de $[AC]$: $(3\,;2)$. Milieu de $[BD]$: $(3\,;2)$. Les diagonales ont le même milieu : $ABCD$ est un parallélogramme.

$AB^2 = 9 + 4 = 13$ et $AD^2 = 9 + 4 = 13$: deux côtés consécutifs sont égaux, c'est donc un losange.

Diagonales : $AC = 6$ et $BD = 4$. Un carré a des diagonales de même longueur ; ici $6 \neq 4$, ce n'est pas un carré.

Réponse. $ABCD$ est un losange, mais pas un carré.

Rappel de cours. Un parallélogramme est un losange s'il a deux côtés consécutifs égaux, un rectangle si ses diagonales sont égales, un carré s'il est les deux.

Correction de l'exercice 20 – Cercle circonscrit à un triangle rectangle

1) $[AB]$ est horizontal (même ordonnée) et $[AC]$ vertical (même abscisse) : dans un repère orthonormé, ils sont perpendiculaires. (Ou : $AB^2 + AC^2 = 36 + 64 = 100 = BC^2$.)

2) Le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour diamètre l'hypoténuse. Centre : milieu de $[BC]$, $K(4\,;5)$. Rayon : $\frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5$.

3) $KA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$: A est bien sur le cercle.

Réponse. Centre $K(4\,;5)$, rayon 5.

Rappel de cours. Un triangle inscrit dans un cercle et dont un côté est un diamètre est rectangle, et réciproquement.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).