Fonctions affines — Seconde

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Une fonction affine s'écrit $f(x) = mx + p$: m est le coefficient directeur (la « pente ») et p l'ordonnée à l'origine. Sa représentation graphique est une droite. Ces exercices corrigés couvrent tout le programme de Seconde : calcul d'images et d'antécédents, sens de variation, détermination d'une expression, équation de droite, signe, intersection et problèmes concrets. Difficulté croissante, correction détaillée d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/seconde/fonctions-affines

Exercice 1 – Calculer des images

Soit $f(x) = 3x - 2$. Calculer $f(0)$, $f(1)$ et $f(-2)$.

Exercice 2 – Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

Pour la fonction $f(x) = -2x + 5$, donner le coefficient directeur m et l'ordonnée à l'origine p.

Exercice 3 – Sens de variation

La fonction $f(x) = -4x + 1$ est-elle croissante ou décroissante ? Justifier.

Exercice 4 – Reconnaître une fonction affine

Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont affines ? Préciser m et p. $f(x) = 5$; $g(x) = -\frac{x}{3}$; $h(x) = 2(x - 1) + 3$; $k(x) = x^2 + 1$.

Exercice 5 – Déterminer l'expression (image connue)

Une fonction affine f vérifie $f(0) = 3$ et $f(2) = 7$. Déterminer son expression.

Exercice 6 – Coefficient directeur entre deux points

Calculer le coefficient directeur de la droite passant par $A(1\,;2)$ et $B(4\,;11)$.

Exercice 7 – Équation d'une droite

Déterminer l'équation de la droite passant par $A(1\,;2)$ et $B(4\,;11)$.

Exercice 8 – Antécédent de 0

Soit $f(x) = 2x - 6$. Résoudre $f(x) = 0$: on cherche l'antécédent de 0.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Tableau de signe

Étudier le signe de $f(x) = -3x + 6$ selon x.

Exercice 10 – Intérêts simples

On place 2 000 € à intérêts simples de 3 % par an : chaque année, on gagne 3 % du capital de départ. On note $C(n)$ le capital après n années. Exprimer $C(n)$, puis déterminer après combien d'années le capital atteint 2 600 €.

Exercice 11 – Variations proportionnelles

Soit $f(x) = -1{,}5x + 4$. Calculer $f(6) - f(2)$ sans calculer $f(6)$ ni $f(2)$ séparément. Que remarque-t-on ?

Exercice 12 – Intersection de deux droites

Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites $y = 2x - 1$ et $y = -x + 5$.

Exercice 13 – Points alignés ?

Les points $A(0\,;1)$, $B(2\,;5)$ et $C(3\,;7)$ sont-ils alignés ?

Exercice 14 – Inéquation affine

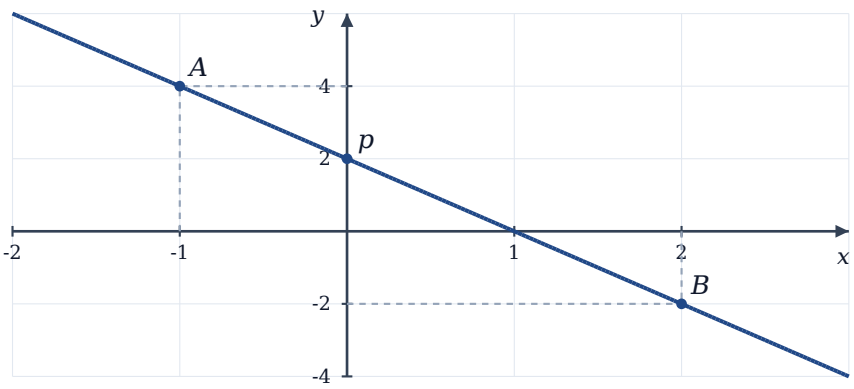
Résoudre l'inéquation $2x - 1 \leq -x + 5$.

Exercice 15 – Comparer deux tarifs

Une salle de sport propose : Offre A à 5 € par séance ; Offre B à 20 € d'abonnement + 3 € par séance. On note x le nombre de séances. À partir de combien de séances l'offre B est-elle plus avantageuse ?

Exercice 16 – Lecture graphique d'une expression

La droite ci-dessous passe par les points $A(-1\,;4)$ et $B(2\,;-2)$. Déterminer par lecture et calcul son expression $f(x) = mx + p$, puis calculer $f(5)$.



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 17 – Signe d'un produit de facteurs affines

Étudier le signe de $P(x) = (2x - 4)(-x + 3)$, puis résoudre $P(x) > 0$.

Exercice 18 – Type problème : production et seuil de rentabilité

Une entreprise vend des objets à 8 € l'unité. Ses coûts sont $C(x) = 2x + 120$ (en €) pour x objets produits. 1) Exprimer la recette $R(x)$. 2) À partir de combien d'objets vendus l'entreprise est-elle bénéficiaire (recette ≥ coût) ?

Exercice 19 – Type problème : conversion de températures

La conversion des degrés Celsius c en degrés Fahrenheit f est affine : $0\,°C$ correspond à $32\,°F$, et $100\,°C$ à $212\,°F$. 1) Déterminer f en fonction de c. 2) Existe-t-il une température identique dans les deux échelles ?

Exercice 20 – Valeur absolue et fonction affine par morceaux

Soit $f(x) = |x - 2|$.

1. Écrire $f(x)$ sans valeur absolue, selon que $x \geq 2$ ou $x < 2$.

2. Décrire la courbe de f et donner son minimum.

3. Résoudre $f(x) = 3$, puis $f(x) \leq 3$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Calculer des images

$f(0) = 3 \times 0 - 2 = -2$.

$f(1) = 3 \times 1 - 2 = 1$.

$f(-2) = 3 \times (-2) - 2 = -6 - 2 = -8$.

Réponse. $f(0) = -2$, $f(1) = 1$, $f(-2) = -8$.

Rappel de cours. Calculer une image, c'est remplacer x par la valeur donnée dans $f(x) = mx + p$.

Erreur fréquente. $3 \times (-2) = -6$: un signe × entre un positif et un négatif donne un négatif. Soigne les parenthèses.

Correction de l'exercice 2 – Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

Dans la forme $f(x) = mx + p$, le coefficient de x est $m = -2$.

Le terme constant est $p = 5$: c'est l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées.

Réponse. $m = -2$ et $p = 5$.

Rappel de cours. Dans $f(x) = mx + p$: m = pente, $p = f(0)$ = ordonnée à l'origine.

Correction de l'exercice 3 – Sens de variation

Le sens de variation d'une fonction affine dépend du signe du coefficient directeur m.

Ici $m = -4 < 0$, donc f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

Réponse. f est décroissante (car $m = -4 < 0$).

Rappel de cours. $m > 0$: croissante · $m < 0$: décroissante · $m = 0$: constante.

Correction de l'exercice 4 – Reconnaître une fonction affine

$f(x) = 0 \times x + 5$: affine (constante), $m = 0$, $p = 5$.

$g(x) = -\frac{1}{3}x$: affine (et linéaire), $m = -\frac{1}{3}$, $p = 0$.

$h(x) = 2x - 2 + 3 = 2x + 1$: affine, $m = 2$, $p = 1$.

k contient x^2 : elle n'est pas affine.

Réponse. f, g et h sont affines ; k ne l'est pas.

Rappel de cours. Affine : $f(x) = mx + p$. Les fonctions constantes ($m = 0$) et linéaires ($p = 0$) en sont des cas particuliers.

Correction de l'exercice 5 – Déterminer l'expression (image connue)

$f(x) = mx + p$. Comme $f(0) = p$, on a directement $p = 3$.

$f(2) = 2m + p = 7$, soit $2m + 3 = 7$, donc $2m = 4$ et $m = 2$.

Ainsi $f(x) = 2x + 3$.

Réponse. $f(x) = 2x + 3$.

Rappel de cours. $f(0)$ donne toujours p. Ensuite une seconde valeur permet de trouver

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

m.

Correction de l'exercice 6 – Coefficient directeur entre deux points

On utilise $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

$m = \dfrac{11 - 2}{4 - 1} = \dfrac{9}{3} = 3$.

Réponse. $m = 3$.

Rappel de cours. Coefficient directeur entre deux points : $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Erreur fréquente. Garder le même ordre en haut et en bas : si on met $y_B - y_A$ au numérateur, alors $x_B - x_A$ au dénominateur.

Correction de l'exercice 7 – Équation d'une droite

Le coefficient directeur a été trouvé : $m = 3$. La droite a une équation $y = 3x + p$.

On utilise un point, par exemple $A(1\,;2)$: $2 = 3 \times 1 + p$, donc $p = 2 - 3 = -1$.

L'équation est $y = 3x - 1$. (Vérification avec B : $3 \times 4 - 1 = 11$. ✓)

Réponse. $y = 3x - 1$.

Rappel de cours. Méthode : trouver m avec les deux points, puis p en injectant les coordonnées d'un point dans $y = mx + p$.

Correction de l'exercice 8 – Antécédent de 0

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$.

Graphiquement, $x = 3$ est l'abscisse du point où la droite croise l'axe des abscisses.

Réponse. $x = 3$.

Rappel de cours. L'antécédent de 0 (ou « racine ») d'une fonction affine $mx + p$ est $x = -\dfrac{p}{m}$.

Correction de l'exercice 9 – Tableau de signe

f s'annule pour $-3x + 6 = 0$, soit $x = 2$.

$m = -3 < 0$: la fonction est décroissante, donc positive avant la racine et négative après.

Conclusion : $f(x) > 0$ pour $x < 2$, $f(x) = 0$ en $x = 2$, $f(x) < 0$ pour $x > 2$.

Réponse. $f > 0$ sur $]-\infty\,;2[$, $f < 0$ sur $]2\,;+\infty[$, $f(2) = 0$.

Rappel de cours. Une fonction affine change de signe en sa racine. L'ordre des signes dépend du signe de m.

Erreur fréquente. Avec $m < 0$, c'est « + puis − ». Beaucoup inversent : retenir que le signe après la racine est celui de m.

Correction de l'exercice 10 – Intérêts simples

Intérêts annuels : 3 % de 2 000, soit 60 €, toujours les mêmes. $C(n) = 2\,000 + 60n$ (fonction affine de n).

$2\,000 + 60n = 2\,600 \Leftrightarrow 60n = 600 \Leftrightarrow n = 10$.

Réponse. $C(n) = 2\,000 + 60n$; 2 600 € au bout de 10 ans.

Rappel de cours. Une augmentation d'une quantité fixe à chaque étape se modélise par

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

une fonction affine.

Erreur fréquente. Avec des intérêts composés (3 % du capital de l'année), le modèle ne serait plus affine.

Correction de l'exercice 11 – Variations proportionnelles

$f(6) - f(2) = (-1{,}5 \times 6 + 4) - (-1{,}5 \times 2 + 4) = -1{,}5 \times (6 - 2)$, car les 4 s'annulent.

Donc $f(6) - f(2) = -1{,}5 \times 4 = -6$.

Pour une fonction affine, la variation de l'image est proportionnelle à la variation de x, et le coefficient est m.

Réponse. $f(6) - f(2) = -6 = m \times (6 - 2)$.

Rappel de cours. Pour $f(x) = mx + p$: $f(b) - f(a) = m(b - a)$, d'où $m = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Correction de l'exercice 12 – Intersection de deux droites

Au point d'intersection, les deux y sont égaux : $2x - 1 = -x + 5$.

$2x + x = 5 + 1$, soit $3x = 6$, donc $x = 2$.

On remplace dans l'une des équations : $y = 2 \times 2 - 1 = 3$.

Réponse. Point d'intersection $(2\,;3)$.

Rappel de cours. Pour l'intersection, on résout $m_1x + p_1 = m_2x + p_2$, puis on calcule y.

Correction de l'exercice 13 – Points alignés ?

Coefficient directeur de (AB) : $\dfrac{5-1}{2-0} = \dfrac{4}{2} = 2$.

Coefficient directeur de (AC) : $\dfrac{7-1}{3-0} = \dfrac{6}{3} = 2$.

Les deux coefficients sont égaux et les droites passent par A : les points sont alignés.

Réponse. Oui, les trois points sont alignés (même coefficient directeur 2 depuis A).

Rappel de cours. Trois points sont alignés si les coefficients directeurs entre deux couples partageant un point sont égaux.

Correction de l'exercice 14 – Inéquation affine

On regroupe les x à gauche : $2x + x \leq 5 + 1$, soit $3x \leq 6$.

On divise par $3 > 0$ (le sens de l'inégalité ne change pas) : $x \leq 2$.

Réponse. $S =]-\infty\,;2]$.

Erreur fréquente. Le sens de l'inégalité ne change QUE si on divise (ou multiplie) par un nombre négatif. Ici on divise par $3 > 0$: il ne change pas.

Correction de l'exercice 15 – Comparer deux tarifs

Coût A : $A(x) = 5x$. Coût B : $B(x) = 3x + 20$.

« B plus avantageuse » signifie $B(x) < A(x)$: $3x + 20 < 5x$.

$20 < 5x - 3x = 2x$, donc $x > 10$.

Comme x est un nombre entier de séances, B devient plus avantageuse à partir de 11 séances (à 10 séances, les deux coûtent 50 €).

Réponse. L'offre B est plus avantageuse à partir de 11 séances.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. Comparer deux tarifs = modéliser chaque tarif par une fonction affine, puis résoudre une inéquation.

Correction de l'exercice 16 – Lecture graphique d'une expression

Coefficient directeur (par les deux points) : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2-4}{2-(-1)} = \frac{-6}{3} = -2$.

L'ordonnée à l'origine se lit sur le graphique : la droite coupe l'axe des ordonnées en $p = 2$. On vérifie avec A : $4 = -2 \times (-1) + p = 2 + p$, donc $p = 2$. Ainsi $f(x) = -2x + 2$.

$f(5) = -2 \times 5 + 2 = -10 + 2 = -8$.

Réponse. $f(x) = -2x + 2$ et $f(5) = -8$.

Rappel de cours. Sur le graphique : m = pente (variation verticale pour +1 en abscisse), p = ordonnée du point où la droite croise l'axe des ordonnées.

Correction de l'exercice 17 – Signe d'un produit de facteurs affines

$2x - 4$ s'annule en 2 ; $m = 2 > 0$, donc négatif avant 2, positif après.

$-x + 3$ s'annule en 3 ; $m = -1 < 0$, donc positif avant 3, négatif après.

Règle des signes : sur $]-\infty\,;2[$, $(-) \times (+) = -$; sur $]2\,;3[$, $(+) \times (+) = +$; sur $]3\,;+\infty[$, $(+) \times (-) = -$.

$P(x) > 0$ sur $]2\,;3[$ (bornes exclues car P y est nul).

Réponse. $P(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]2\,;3[$.

Rappel de cours. Une fonction affine $mx + p$ a le signe de m à droite de sa racine $-\frac{p}{m}$, et le signe contraire à gauche.

Correction de l'exercice 18 – Type problème : production et seuil de rentabilité

Recette : $R(x) = 8x$.

L'entreprise est bénéficiaire quand $R(x) \geq C(x)$: $8x \geq 2x + 120$.

$8x - 2x \geq 120$, soit $6x \geq 120$, donc $x \geq 20$.

À $x = 20$, recette = 160 € et coût = 160 € : c'est le seuil de rentabilité. Au-delà, il y a bénéfice.

Réponse. $R(x) = 8x$; l'entreprise est bénéficiaire à partir de 20 objets vendus.

Rappel de cours. Le seuil de rentabilité est l'abscisse où recette et coût se croisent : on résout $R(x) = C(x)$.

Correction de l'exercice 19 – Type problème : conversion de températures

On cherche $f = mc + p$. Avec $c = 0$, $f = 32$: $p = 32$.

Avec $c = 100$, $f = 212$: $212 = 100m + 32$, donc $100m = 180$ et $m = 1{,}8$. Ainsi $f = 1{,}8\,c + 32$.

Température identique : on cherche $f = c$, soit $c = 1{,}8\,c + 32$, donc $-0{,}8\,c = 32$ et $c = -40$.

Vérification : $1{,}8 \times (-40) + 32 = -72 + 32 = -40$. ✓ $-40\,°C = -40\,°F$.

Réponse. $f = 1{,}8\,c + 32$; l'unique température identique est $-40°$ ($-40\,°C = -40\,°F$).

Rappel de cours. Deux points suffisent pour déterminer une fonction affine. « Même valeur dans les deux échelles » se traduit par l'équation $f(c) = c$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 20 – Valeur absolue et fonction affine par morceaux

1) Si $x \geq 2$, $x - 2 \geq 0$ et $f(x) = x - 2$. Si $x < 2$, $x - 2 < 0$ et $f(x) = -(x - 2) = -x + 2$.

2) La courbe est formée de deux demi-droites : de coefficient -1 à gauche de 2, de coefficient 1 à droite. Elle a la forme d’un « V » de sommet $(2\,;0)$: le minimum est 0, atteint en $x = 2$.

3) $|x - 2| = 3 \Leftrightarrow x - 2 = 3$ ou $x - 2 = -3 \Leftrightarrow x = 5$ ou $x = -1$.

$|x - 2| \leq 3$: la distance entre x et 2 est au plus 3, donc $x \in [-1\,;5]$.

Réponse. $f(x) = x - 2$ si $x \geq 2$, $-x + 2$ sinon ; minimum 0 en 2 ; $f(x) = 3 \Leftrightarrow x \in \{-1\,;5\}$; $f(x) \leq 3 \Leftrightarrow x \in [-1\,;5]$.

Rappel de cours. $|x - a|$ est la distance entre x et a sur la droite graduée.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).