Identités remarquables — Seconde

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Les trois identités remarquables sont $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ et $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$. Elles servent à développer rapidement et surtout à factoriser. Ces exercices corrigés couvrent développement, factorisation, calcul mental et applications. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/seconde/identites-remarquables

Exercice 1 – Développer (a+b)²

Développer $(x+5)^2$.

Exercice 2 – Développer (a−b)²

Développer $(x-3)^2$.

Exercice 3 – Développer (a+b)(a−b)

Développer $(x+4)(x-4)$.

Exercice 4 – Avec une fraction

Développer $\left(\frac{x}{2}+1\right)^2$.

Exercice 5 – Avec un coefficient

Développer $(2x+3)^2$.

Exercice 6 – Différence de carrés avec coefficient

Développer $(3x-2)(3x+2)$.

Exercice 7 – Calcul mental

Calculer 101^2 et 99×101 à l'aide des identités remarquables.

Exercice 8 – Somme de deux carrés

Développer et réduire $A = (x+2)^2 + (x-2)^2$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Reconnaître le carré d'une somme

Factoriser $25x^2 + 20x + 4$.

Exercice 10 – Factoriser a²−b²

Factoriser $x^2 - 25$ et $9x^2 - 16$.

Exercice 11 – Reconnaître un carré parfait

Factoriser $x^2 + 6x + 9$ et $x^2 - 10x + 25$.

Exercice 12 – Factoriser avec coefficient

Factoriser $4x^2 - 12x + 9$.

Exercice 13 – Factoriser une expression mixte

Factoriser $(x + 1)^2 - 9$.

Exercice 14 – Différences de carrés moins visibles

Factoriser $B = x^2 - \frac{1}{9}$ et $C = 16 - (x + 1)^2$.

Exercice 15 – Une formule et son application

Démontrer que pour tous réels a et b : $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$. En déduire, sans calculatrice, $1\,001^2 - 999^2$.

Exercice 16 – Factoriser pour résoudre

Résoudre $x^2 - 49 = 0$ en factorisant.

Exercice 17 – Équation par identité

Résoudre $x^2 + 4x + 4 = 0$.

Exercice 18 – Double factorisation

Factoriser $(2x - 1)^2 - (x + 3)^2$.

Exercice 19 – Forme canonique par identité

Mettre $x^2 + 6x + 5$ sous la forme $(x + a)^2 + b$ en complétant le carré.

Exercice 20 – Tout nombre impair est différence de deux carrés

Montrer que pour tout entier n, $(n + 1)^2 - n^2 = 2n + 1$. En déduire que tout nombre impair positif est la différence des carrés de deux entiers consécutifs, et écrire $2\,027$ de cette façon.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Développer (a+b)²

Identité $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = x$, $b = 5$.

$(x+5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$.

Réponse. $x^2 + 10x + 25$.

Rappel de cours. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$: ne pas oublier le « double produit » $2ab$.

Erreur fréquente. $(x+5)^2 \neq x^2 + 25$: il manquerait le terme $10x$.

Correction de l'exercice 2 – Développer (a−b)²

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = x$, $b = 3$.

$(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$.

Réponse. $x^2 - 6x + 9$.

Rappel de cours. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$: le double produit est négatif, mais b^2 reste positif.

Correction de l'exercice 3 – Développer (a+b)(a−b)

Identité $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ avec $a = x$, $b = 4$.

$(x+4)(x-4) = x^2 - 16$.

Réponse. $x^2 - 16$.

Rappel de cours. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$: le résultat n'a pas de terme en x.

Correction de l'exercice 4 – Avec une fraction

On applique $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = \frac{x}{2}$ et $b = 1$.

$a^2 = \frac{x^2}{4}$, $2ab = 2 \times \frac{x}{2} \times 1 = x$, $b^2 = 1$.

Réponse. $\left(\frac{x}{2} + 1\right)^2 = \frac{x^2}{4} + x + 1$.

Rappel de cours. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$: le double produit $2ab$ ne disparaît jamais.

Erreur fréquente. $\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{4}$, pas $\frac{x^2}{2}$: le dénominateur est aussi élevé au carré.

Correction de l'exercice 5 – Avec un coefficient

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = 2x$, $b = 3$.

$(2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$.

Réponse. $4x^2 + 12x + 9$.

Rappel de cours. $(2x)^2 = 4x^2$: on élève le coefficient ET la variable au carré.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 6 – Différence de carrés avec coefficient

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ avec $a = 3x$, $b = 2$.

$(3x)^2 - 2^2 = 9x^2 - 4$.

Réponse. $9x^2 - 4$.

Rappel de cours. On reconnaît la forme $(a-b)(a+b)$ même si les facteurs sont écrits dans l’autre ordre.

Correction de l’exercice 7 – Calcul mental

$101^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 2 \times 100 + 1 = 10000 + 200 + 1 = 10201$.

$99 \times 101 = (100-1)(100+1) = 100^2 - 1 = 9999$.

Réponse. $101^2 = 10201$; $99 \times 101 = 9999$.

Rappel de cours. Les identités remarquables accélèrent les calculs mentaux en décomposant autour d’un nombre rond.

Correction de l’exercice 8 – Somme de deux carrés

$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ et $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$.

En additionnant, les doubles produits $+4x$ et $-4x$ s’annulent : $A = 2x^2 + 8$.

Réponse. $A = 2x^2 + 8$.

Rappel de cours. $(a+b)^2$ et $(a-b)^2$ ne diffèrent que par le signe du double produit.

Correction de l’exercice 9 – Reconnaître le carré d’une somme

Les termes extrêmes sont des carrés : $25x^2 = (5x)^2$ et $4 = 2^2$. On teste $a = 5x$, $b = 2$.

Double produit attendu : $2ab = 2 \times 5x \times 2 = 20x$. C’est bien le terme du milieu.

Donc $25x^2 + 20x + 4 = (5x+2)^2$.

Réponse. $25x^2 + 20x + 4 = (5x+2)^2$.

Rappel de cours. Pour reconnaître $a^2 + 2ab + b^2$, on identifie a et b avec les carrés, puis on vérifie le double produit.

Erreur fréquente. Sans vérifier le double produit, on se trompe : $25x^2 + 10x + 4$ n’est pas un carré.

Correction de l’exercice 10 – Factoriser a²−b²

$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x-5)(x+5)$.

$9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2 = (3x-4)(3x+4)$.

Réponse. $(x-5)(x+5)$; $(3x-4)(3x+4)$.

Rappel de cours. Une différence de carrés $a^2 - b^2$ se factorise en $(a-b)(a+b)$.

Correction de l’exercice 11 – Reconnaître un carré parfait

$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x+3)^2$.

$x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x-5)^2$.

Réponse. $(x+3)^2$; $(x-5)^2$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. Un trinôme $a^2 \pm 2ab + b^2$ est le carré $(a \pm b)^2$. Vérifier que le terme du milieu est bien le double produit.

Correction de l'exercice 12 – Factoriser avec coefficient

On teste un carré : $4x^2 = (2x)^2$, $9 = 3^2$, et le double produit serait $2 \times 2x \times 3 = 12x$.

Le terme du milieu est $-12x$, donc $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$.

Réponse. $(2x - 3)^2$.

Rappel de cours. Pour reconnaître un carré, on identifie a^2 et b^2, puis on vérifie que le terme central vaut $2ab$.

Correction de l'exercice 13 – Factoriser une expression mixte

On reconnaît une différence de carrés : $(x + 1)^2 - 3^2$.

$(x + 1 - 3)(x + 1 + 3) = (x - 2)(x + 4)$.

Réponse. $(x - 2)(x + 4)$.

Rappel de cours. $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ marche même si A est une parenthèse comme $(x + 1)$.

Correction de l'exercice 14 – Différences de carrés moins visibles

$B = x^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$.

$C = 4^2 - (x + 1)^2 = (4 - (x + 1))(4 + (x + 1))$.

On enlève les parenthèses intérieures : $4 - x - 1 = 3 - x$ et $4 + x + 1 = x + 5$.
$C = (3 - x)(x + 5)$.

Réponse. $B = \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$; $C = (3 - x)(x + 5)$.

Rappel de cours. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, même quand a ou b est une expression entière.

Erreur fréquente. Dans $4 - (x + 1)$, le moins porte sur tout : $4 - x - 1$, pas $4 - x + 1$.

Correction de l'exercice 15 – Une formule et son application

$(a + b)^2 - (a - b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2) = 4ab$.

On peut aussi factoriser directement : $((a + b) - (a - b))((a + b) + (a - b)) = 2b \times 2a = 4ab$.

Avec $a = 1\,000$ et $b = 1$: $1\,001^2 - 999^2 = 4 \times 1\,000 \times 1 = 4\,000$.

Réponse. $1\,001^2 - 999^2 = 4\,000$.

Rappel de cours. Une identité démontrée pour tous a, b s'applique à n'importe quelles valeurs particulières.

Correction de l'exercice 16 – Factoriser pour résoudre

$x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$.

$(x - 7)(x + 7) = 0$: produit nul, donc $x = 7$ ou $x = -7$.

Réponse. $S = \{-7\,;\,7\}$.

Rappel de cours. Factoriser une différence de carrés transforme l'équation en équation produit.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 17 – Équation par identité

$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$.

$(x + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Réponse. $S = \{-2\}$ (solution double).

Rappel de cours. Un carré parfait $(x + 2)^2 = 0$ n’a qu’une solution : $x = -2$.

Correction de l’exercice 18 – Double factorisation

Différence de carrés $A^2 - B^2$ avec $A = 2x - 1$, $B = x + 3$.

$(A - B)(A + B) = [(2x - 1) - (x + 3)][(2x - 1) + (x + 3)]$.

$= (2x - 1 - x - 3)(2x - 1 + x + 3) = (x - 4)(3x + 2)$.

Réponse. $(x - 4)(3x + 2)$.

Rappel de cours. Avec deux parenthèses au carré, on applique $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ puis on réduit chaque facteur.

Erreur fréquente. Distribuer le signe $-$ dans $A - B = (2x - 1) - (x + 3) = x - 4$ (et non $x + 2$).

Correction de l’exercice 19 – Forme canonique par identité

On veut faire apparaître $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$.

$x^2 + 6x + 5 = (x^2 + 6x + 9) - 9 + 5 = (x + 3)^2 - 4$.

Réponse. $(x + 3)^2 - 4$.

Rappel de cours. Compléter le carré : ajouter et retrancher le bon terme (9 ici) pour reconstituer un carré parfait.

Correction de l’exercice 20 – Tout nombre impair est différence de deux carrés

$(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$.

Un nombre impair positif s’écrit $2n + 1$ avec n entier naturel. D’après le calcul, il est égal à $(n + 1)^2 - n^2$.

$2\,027 = 2 \times 1\,013 + 1$, donc $n = 1\,013$ et $2\,027 = 1\,014^2 - 1\,013^2$.

Contrôle avec la différence de carrés : $(1\,014 - 1\,013)(1\,014 + 1\,013) = 1 \times 2\,027$.

Réponse. $2\,027 = 1\,014^2 - 1\,013^2$.

Rappel de cours. Un entier impair s’écrit $2n + 1$, un entier pair $2n$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).