Inéquations — Seconde

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Résoudre une inéquation, c’est trouver toutes les valeurs qui la vérifient ; la solution est en général un intervalle. Règle d’or : quand on multiplie ou divise par un nombre négatif, on inverse le sens de l’inégalité. Ces exercices corrigés couvrent inéquations du premier degré, tableaux de signes, inéquations produit/quotient et problèmes. Difficulté croissante, correction d’un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/seconde/inequations

Exercice 1 – Premier degré simple

Résoudre $2x + 1 \leq 7$.

Exercice 2 – Division par un négatif

Résoudre $-3x > 6$.

Exercice 3 – Inconnue des deux côtés

Résoudre $5x - 3 \geq 2x + 6$.

Exercice 4 – Fraction et coefficient négatif

Résoudre $-\frac{x}{3} + 2 \geq 5$.

Exercice 5 – Avec parenthèses

Résoudre $2(x - 1) < x + 4$.

Exercice 6 – Avec fractions

Résoudre $\frac{x}{2} - 1 \geq 3$.

Exercice 7 – Inéquation avec négatif (parenthèses)

Résoudre $3 - 2x \leq 9$.

Exercice 8 – Écrire la solution avec un intervalle

Résoudre $4 - 3x < 2x + 14$ et donner l’ensemble des solutions sous forme d’intervalle.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Quelle note viser ?

Inès a eu 9, 12 et 11 à trois devoirs de coefficient 1. Le dernier devoir est de coefficient 2. Quelle note doit-elle obtenir pour avoir au moins 12 de moyenne ?

Exercice 10 – Tableau de signes (produit)

Résoudre $(x-1)(x+3) > 0$.

Exercice 11 – Inéquation produit (≤)

Résoudre $(2x-4)(x+1) \leq 0$.

Exercice 12 – Inéquation quotient

Résoudre $\dfrac{x-2}{x+1} \geq 0$ $(x \neq -1)$.

Exercice 13 – Comparer deux expressions

Pour quelles valeurs de x a-t-on $3x - 1 > x + 5$?

Exercice 14 – Comparer deux carrés

Résoudre $(x+2)^2 \geq (x-1)^2$.

Exercice 15 – Inéquation x² < 5x

Résoudre $x^2 < 5x$.

Exercice 16 – Encadrement

Résoudre le double encadrement $-1 \leq 2x + 3 < 7$.

Exercice 17 – Problème de seuil

Un forfait téléphone coûte 10 € plus 0,10 € par minute. Combien de minutes au maximum pour ne pas dépasser 25 € ?

Exercice 18 – Choix d'offre

Offre A : 0,5 € par photo. Offre B : 8 € forfait + 0,2 € par photo. À partir de combien de photos l'offre B est-elle plus avantageuse ?

Exercice 19 – Inéquation avec aire

Un rectangle a une largeur x et une longueur $x + 2$. Pour quelles valeurs de x son périmètre dépasse-t-il 20 cm ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 20 – Quotient comparé à 1

Résoudre $\dfrac{2x+1}{x-3} \leq 1$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Premier degré simple

$2x \leq 6$ (on retranche 1).

$x \leq 3$ (on divise par $2 > 0$, le sens ne change pas).

Réponse. $S =]-\infty ; 3]$.

Rappel de cours. Diviser par un nombre positif ne change pas le sens de l'inégalité.

Correction de l'exercice 2 – Division par un négatif

On divise par -3 (négatif) : le sens de l'inégalité s'inverse.

$x < -2$.

Réponse. $S =]-\infty ; -2[$.

Rappel de cours. Multiplier/diviser par un négatif INVERSE le sens de l'inégalité.

Erreur fréquente. Oublier d'inverser le sens est l'erreur la plus fréquente.

Correction de l'exercice 3 – Inconnue des deux côtés

$5x - 2x \geq 6 + 3$, soit $3x \geq 9$.

$x \geq 3$ (division par $3 > 0$).

Réponse. $S = [3 ; +\infty[$.

Rappel de cours. On regroupe les x d'un côté, les nombres de l'autre, comme pour une équation.

Correction de l'exercice 4 – Fraction et coefficient négatif

On retranche 2 : $-\frac{x}{3} \geq 3$.

On multiplie par -3, un nombre négatif : le sens de l'inégalité change. $x \leq -9$.

Réponse. $S =]-\infty ; -9]$.

Rappel de cours. Multiplier ou diviser par un nombre négatif inverse le sens de l'inégalité.

Erreur fréquente. Garder $\geq$ après multiplication par -3 donnerait $x \geq -9$, qui est faux (tester $x = 0$: $2 \geq 5$ est faux).

Correction de l'exercice 5 – Avec parenthèses

On développe : $2x - 2 < x + 4$.

$2x - x < 4 + 2$, soit $x < 6$.

Réponse. $S =]-\infty ; 6[$.

Rappel de cours. On développe d'abord, puis on isole x.

Correction de l'exercice 6 – Avec fractions

$\frac{x}{2} \geq 4$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

On multiplie par $2 > 0$: $x \geq 8$.

Réponse. $S = [8; +\infty[$.

Rappel de cours. Multiplier par un positif (ici 2) ne change pas le sens.

Correction de l'exercice 7 – Inéquation avec négatif (parenthèses)

$-2x \leq 6$ (on retranche 3).

On divise par -2 : le sens s'inverse, $x \geq -3$.

Réponse. $S = [-3; +\infty[$.

Rappel de cours. Le signe -2 devant x impose d'inverser le sens lors de la division.

Correction de l'exercice 8 – Écrire la solution avec un intervalle

On regroupe : $4 - 14 < 2x + 3x$, soit $-10 < 5x$.

On divise par $5 > 0$: $-2 < x$.

Les solutions sont les réels strictement supérieurs à -2 : crochet ouvert en -2.

Réponse. $S =]-2\,; +\infty[$.

Rappel de cours. Inégalité stricte ⇒ crochet ouvert ; inégalité large ⇒ crochet fermé. L'infini a toujours un crochet ouvert.

Correction de l'exercice 9 – Quelle note viser ?

On note x la note du dernier devoir. Somme des coefficients : $1 + 1 + 1 + 2 = 5$.

Moyenne : $\dfrac{9 + 12 + 11 + 2x}{5} = \dfrac{32 + 2x}{5}$.

$\dfrac{32 + 2x}{5} \geq 12 \Leftrightarrow 32 + 2x \geq 60 \Leftrightarrow 2x \geq 28 \Leftrightarrow x \geq 14$.

Réponse. Elle doit obtenir au moins 14.

Rappel de cours. « Au moins » se traduit par ≥, « au plus » par ≤.

Correction de l'exercice 10 – Tableau de signes (produit)

Racines des facteurs : 1 et -3. On fait un tableau de signes sur $]-\infty; -3[$, $]-3; 1[$, $]1; +\infty[$.

$x < -3$: $(-)(-) = +$. $-3 < x < 1$: $(-)(+) = -$. $x > 1$: $(+)(+) = +$.

Le produit est > 0 sur $]-\infty; -3[\cup]1; +\infty[$.

Réponse. $S =]-\infty; -3[\cup]1; +\infty[$.

Rappel de cours. Inéquation produit : tableau de signes de chaque facteur, puis règle des signes.

Correction de l'exercice 11 – Inéquation produit (≤)

Racines : $2x - 4 = 0$ en 2 ; $x + 1 = 0$ en -1.

Tableau : $x < -1$: $(-)(-) = +$. $-1 < x < 2$: $(-)(+) = -$. $x > 2$: $(+)(+) = +$.

≤ 0 : on prend $[-1; 2]$, bornes incluses.

Réponse. $S = [-1; 2]$.

Rappel de cours. Avec ≤, les racines (où le produit est nul) sont incluses.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 12 – Inéquation quotient

Numérateur nul en 2, dénominateur nul en -1 (interdit). Tableau sur $]-\infty;-1[$, $]-1;2[$, $[2;+\infty[$.

$x<-1$: $\frac{-}{-}=+$. $-1<x<2$: $\frac{-}{+}=-$. $x>2$: $\frac{+}{+}=+$.

≥ 0 : $]-\infty;-1[\cup[2;+\infty[$ (-1 exclu, 2 inclus).

Réponse. $S=]-\infty;-1[\cup[2;+\infty[$.

Rappel de cours. Quotient : tableau du numérateur ET du dénominateur ; la valeur interdite est toujours exclue.

Erreur fréquente. $x=-1$ annule le dénominateur : exclu même avec une inégalité large.

Correction de l’exercice 13 – Comparer deux expressions

$3x-x>5+1$, soit $2x>6$, donc $x>3$.

Réponse. $S=]3;+\infty[$.

Rappel de cours. Comparer deux expressions du premier degré = résoudre l’inéquation correspondante.

Correction de l’exercice 14 – Comparer deux carrés

On développe : $x^2+4x+4\geq x^2-2x+1$.

Les x^2 s’éliminent : $4x+4\geq -2x+1\Leftrightarrow 6x\geq -3\Leftrightarrow x\geq -\frac{1}{2}$.

Interprétation : x est plus loin de -2 que de 1 exactement quand il est à droite du milieu $-\frac{1}{2}$.

Réponse. $S=\left[-\frac{1}{2};+\infty\right[$.

Rappel de cours. Une inéquation qui semble du second degré peut se réduire au premier degré après développement.

Correction de l’exercice 15 – Inéquation x² < 5x

On ramène tout d’un côté : $x^2-5x<0$, puis on factorise : $x(x-5)<0$.

Tableau de signes : x change de signe en 0, $x-5$ en 5. Le produit est négatif entre les deux racines.

$S=]0\,;5[$.

Réponse. $S=]0\,;5[$.

Rappel de cours. Pour résoudre une inéquation, on compare à 0, on factorise, puis on fait un tableau de signes.

Erreur fréquente. Diviser par x (« $x<5$ ») est faux : on ne connaît pas le signe de x. Par exemple, $x=-1$ vérifie $x<5$ mais pas $x^2<5x$.

Correction de l’exercice 16 – Encadrement

On retranche 3 partout : $-4\leq 2x<4$.

On divise par $2>0$ partout : $-2\leq x<2$.

Réponse. $S=[-2;2[$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. Pour un encadrement, on applique la même opération aux trois membres à la fois.

Correction de l'exercice 17 – Problème de seuil

Coût pour x minutes : $10 + 0{,}10x$. Condition : $10 + 0{,}10x \leq 25$.

$0{,}10x \leq 15$, donc $x \leq 150$.

Réponse. Au maximum 150 minutes.

Rappel de cours. « Ne pas dépasser » se traduit par $\leq$. On résout l'inéquation.

Correction de l'exercice 18 – Choix d'offre

Coûts : $A(x) = 0{,}5x$, $B(x) = 8 + 0{,}2x$. « B plus avantageuse » : $B(x) < A(x)$.

$8 + 0{,}2x < 0{,}5x$, soit $8 < 0{,}3x$, donc $x > \dfrac{8}{0{,}3} \approx 26{,}7$.

x étant entier, B devient plus avantageuse à partir de 27 photos.

Réponse. À partir de 27 photos.

Rappel de cours. Comparer deux offres = inéquation entre les deux coûts. Arrondir selon le contexte (nombre entier).

Correction de l'exercice 19 – Inéquation avec aire

Périmètre : $2(x + (x + 2)) = 2(2x + 2) = 4x + 4$. Condition : $4x + 4 > 20$.

$4x > 16$, donc $x > 4$. (La largeur doit aussi être positive, ce qui est assuré.)

Réponse. $x > 4$ cm.

Rappel de cours. On modélise le périmètre, on pose l'inéquation, on résout, en tenant compte des contraintes de sens ($x > 0$).

Correction de l'exercice 20 – Quotient comparé à 1

Valeur interdite : $x = 3$. On ne multiplie pas par $x - 3$ (signe inconnu) : on compare à 0.

$$\frac{2x+1}{x-3} - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2x+1-(x-3)}{x-3} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x+4}{x-3} \leq 0.$$

Tableau de signes : $x + 4$ s'annule en -4, $x - 3$ en 3 (valeur interdite). Le quotient est négatif entre -4 et 3, nul en -4.

$S = [-4\,;3[$: -4 inclus (quotient nul), 3 exclu (interdit).

Réponse. $S = [-4\,;3[$.

Rappel de cours. Avec un quotient, on se ramène à « … ≤ 0 » en une seule fraction, puis tableau de signes.

Erreur fréquente. Multiplier par $x - 3$ sans connaître son signe peut inverser le sens à tort.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).