

Probabilités conditionnelles — Seconde

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

La probabilité de B sachant A , notée $P_A(B)$, est la probabilité de B quand on sait que A est réalisé. Ces 20 exercices corrigés la calculent de trois façons : en comptant des issues équiprobables, dans un tableau croisé, et sur un arbre pondéré, en multipliant le long d'un chemin. Ils insistent sur le piège central du chapitre, la confusion entre $P_A(B)$ et $P_B(A)$, avec les faux positifs d'un test de dépistage, puis terminent par des classiques : le jeu des trois portes, les deux enfants, le sondage à réponse aléatoire.

Version en ligne, avec les corrections dépliantes :

mathlvl.fr/exercices-corriges/seconde/probabilites-conditionnelles

Exercice 1 - Un dé et une information

On lance un dé équilibré. On sait que le résultat est pair. Quelle est la probabilité qu'il soit au moins égal à 4 ? Compare avec la probabilité sans information.

Exercice 2 - As et piques

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes (4 couleurs de 8 cartes, un as par couleur). Calcule $P_{\text{pique}}(\text{as})$ et $P_{\text{as}}(\text{pique})$.

Exercice 3 - Appliquer la définition

On sait que $P(A) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,2$. Calcule $P_A(B)$ et $P_A(\bar{B})$.

Exercice 4 - Probabilité d'une intersection

25 % des élèves d'un lycée sont internes, et 80 % des internes rentrent chez eux le week-end. On choisit un élève au hasard. Quelle est la probabilité qu'il soit interne et rentre chez lui le week-end ?

Exercice 5 - Avec un tableau croisé

On choisit au hasard un élève parmi 300 :

	Filles	Garçons	Total
Maths	48	72	120
SES	54	36	90
SVT	48	42	90
Total	150	150	300

On note F : « c'est une fille » et S : « il suit SES ». Calcule $P(S)$, $P(F \cap S)$, $P_F(S)$ et $P_S(F)$.

Exercice 6 - Tirages sans remise

Une urne contient 4 boules rouges et 2 bleues. On tire successivement deux boules, sans remise.

1. Calcule la probabilité de tirer deux rouges.
2. Calcule la probabilité de tirer deux boules de la même couleur.

Exercice 7 - Pluie et retard

Il pleut un jour sur quatre. Les jours de pluie, le bus est en retard avec la probabilité 0,4 ; les autres jours, avec la probabilité 0,08.

1. Calcule la probabilité que le bus soit en retard.
2. Le bus est en retard : quelle est la probabilité qu'il pleuve ?

Exercice 8 - Compléter un arbre

Dans un arbre pondéré, on lit $P(A) = 0,35$, $P_A(B) = 0,6$ et $P_{\bar{A}}(B) = 0,2$. Calcule les probabilités des quatre chemins et vérifie que leur somme vaut 1.

Exercice 9 - Traduire des phrases

On choisit un client au hasard ; J : « il a moins de 25 ans », T : « il paie par téléphone ». Traduis : a) « 30 % des clients ont moins de 25 ans » ; b) « la moitié des moins de 25 ans paient par téléphone » ; c) « 15 % des clients sont des jeunes qui paient par téléphone ». Vérifie la cohérence.

Exercice 10 - Ne pas confondre

Dans une entreprise, $P(C) = 0,2$ (« cadre »), $P_C(V) = 0,75$ (« voiture de fonction ») et $P(V) = 0,25$. Un employé affirme : « 75 % des voitures de fonction sont attribuées à des cadres ». A-t-il raison ?

Exercice 11 - Un dépistage

Une maladie touche 0,5 % de la population. Un test a une sensibilité de 98 % et une spécificité de 97 %. En raisonnant sur 100 000 personnes, calcule la probabilité qu'une personne testée positive soit malade.

Exercice 12 - L'effet de la prévalence

Le même test (sensibilité 98 %, spécificité 97 %) est utilisé chez des patients qui ont des symptômes, parmi lesquels 20 % sont malades. Calcule $P_T(M)$ sur 10 000 patients et compare avec l'exercice précédent.

Exercice 13 - Réponse au hasard

À une question de QCM à 5 propositions, un élève connaît la réponse avec la probabilité 0,5 ; sinon il répond au hasard. Il a répondu juste : quelle est la probabilité qu'il ait connu la réponse ?

Exercice 14 - Trois machines

Trois machines produisent respectivement 45 %, 35 % et 20 % des pièces, avec des taux de défaut de 1 %, 2 % et 4 %. Une pièce est défectueuse : quelle est la probabilité qu'elle vienne de la troisième machine ?

Exercice 15 - Choisir un modèle

On lance 2 000 fois une pièce de forme irrégulière : elle tombe 1 240 fois sur la face A. Quel modèle proposer ? Avec ce modèle, et si deux lancers ne s'influencent pas, quelle est la probabilité d'obtenir deux fois la face A ?

Exercice 16 - Simuler en Python

Un programme Python simule n lancers de deux dés équilibrés avec la fonction `randint`. Il compte dans une variable a les lancers où le premier dé donne 6, et dans une variable b ceux, parmi ces lancers-là seulement, où la somme des deux dés est au moins 10. Il renvoie $\frac{b}{a}$. Quelle probabilité ce programme estime-t-il ? Calcule sa valeur exacte.

Exercice 17 - Le jeu des trois portes

Une voiture est cachée derrière l'une de trois portes. Le candidat choisit une porte ; l'animateur, qui sait où est la voiture, ouvre une autre porte vide et propose de changer. Quelle est la probabilité de gagner en changeant ?

Exercice 18 - Deux enfants

Une famille a deux enfants ; on suppose les cas GG, GF, FG, FF équiprobables (aîné puis cadet). On sait qu'elle a au moins une fille. Quelle est la probabilité qu'elle ait deux filles ? Et si l'on sait que la cadette est une fille ?

Exercice 19 - Sondage à réponse aléatoire

Pour une question délicate, chaque personne lance un dé en secret : si elle obtient 1 ou 2, elle répond « oui » quoi qu'il arrive ; sinon, elle répond honnêtement. On note p la proportion de personnes concernées. 45 % des réponses sont « oui ». Estime p .

Exercice 20 - Une empreinte au tribunal

Une empreinte retrouvée sur une scène correspond à celle d'un suspect. La probabilité qu'une personne innocente ait par hasard une empreinte correspondante est $\frac{1}{500\,000}$. La ville compte 2 000 000 d'habitants, dont le coupable. Sans autre élément, quelle est la probabilité que le suspect soit coupable ?