Statistiques — Seconde

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

En statistiques, on résume une série de données par des indicateurs : la moyenne (valeur « centrale »), la médiane (qui partage en deux moitiés), l'étendue et les quartiles (dispersion). Ces exercices corrigés couvrent moyenne, médiane, quartiles, étendue et interprétation. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/seconde/statistiques

Exercice 1 – Calculer une moyenne

Calculer la moyenne de la série : 8, 12, 10, 14, 6.

Exercice 2 – Médiane (effectif impair)

Déterminer la médiane de 3, 7, 5, 9, 2.

Exercice 3 – Étendue

Calculer l'étendue de la série 12, 5, 18, 7, 15.

Exercice 4 – Moyenne à partir des fréquences

Une série prend les valeurs 10, 12 et 15 avec les fréquences 0,2, 0,5 et 0,3. Calculer sa moyenne.

Exercice 5 – Médiane (effectif pair)

Déterminer la médiane de 4, 8, 6, 10.

Exercice 6 – Moyenne pondérée

Un élève a 12 (coef 2), 15 (coef 1) et 9 (coef 3). Calculer sa moyenne.

Exercice 7 – Moyenne avec effectifs

Notes : 8 (3 élèves), 12 (5 élèves), 16 (2 élèves). Calculer la moyenne.

Exercice 8 – Fréquences cumulées

Nombre d'animaux par foyer, sur 40 foyers : 0 animal : 12 ; 1 : 18 ; 2 : 6 ; 3 : 4. Calculer les fréquences et les fréquences cumulées croissantes. Quelle proportion des foyers a au plus un animal ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Lire un diagramme en boîte

Le diagramme en boîte des notes d'une classe donne : minimum 4, $Q_1 = 8$, médiane 11, $Q_3 = 14$, maximum 19. Donner l'étendue et l'écart interquartile, puis dire si les affirmations sont vraies : (a) au moins 75 % des élèves ont 8 ou plus ; (b) la moitié des élèves a exactement 11.

Exercice 10 – Premier quartile Q1

Déterminer Q_1 de la série ordonnée $2, 4, 5, 7, 8, 10, 12, 15$ (8 valeurs).

Exercice 11 – Troisième quartile Q3

Déterminer Q_3 de la même série $2, 4, 5, 7, 8, 10, 12, 15$.

Exercice 12 – Écart interquartile

Avec $Q_1 = 4$ et $Q_3 = 10$, calculer l'écart interquartile et l'interpréter.

Exercice 13 – Médiane par les effectifs

Une enquête donne : 0 frère (8), 1 frère (12), 2 frères (5). Déterminer la médiane du nombre de frères (25 personnes).

Exercice 14 – Calculer un écart type

Calculer la moyenne et l'écart type de la série $2\,;4\,;4\,;4\,;5\,;5\,;7\,;9$.

Exercice 15 – Quartiles d'une série d'effectif impair

Déterminer la médiane et les quartiles de la série ordonnée :
$3\,;5\,;6\,;8\,;9\,;10\,;12\,;13\,;15\,;17\,;20$.

Exercice 16 – Effet d'une valeur sur la moyenne

La moyenne de 20 notes est 11. On ajoute une 21^{e} note de 5. Quelle est la nouvelle moyenne ?

Exercice 17 – Comparer moyenne et médiane

Salaires (en k€) : $20, 22, 21, 23, 100$. Calculer moyenne et médiane, et dire laquelle représente mieux la série.

Exercice 18 – Retrouver une valeur manquante

La moyenne de 7, 10, x, 15 est 11. Déterminer x.

Exercice 19 – Moyenne de deux groupes

Une classe A (20 élèves) a une moyenne de 12 ; une classe B (30 élèves) a une moyenne de 10. Quelle est la moyenne des 50 élèves réunis ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 20 – Transformer toutes les notes

Un devoir a donné une moyenne de 9 et un écart type de 2,5. Le professeur décide de remplacer chaque note x par $1{,}2x + 1$. Quelles sont la nouvelle moyenne et le nouvel écart type ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Calculer une moyenne

Moyenne = somme des valeurs / nombre de valeurs.

$\frac{8+12+10+14+6}{5} = \frac{50}{5} = 10$.

Réponse. Moyenne = 10.

Rappel de cours. Moyenne : $\overline{x} = \frac{\text{somme des valeurs}}{\text{effectif total}}$.

Correction de l'exercice 2 – Médiane (effectif impair)

On ordonne : $2, 3, 5, 7, 9$. Il y a 5 valeurs.

La médiane est la valeur centrale (3^{e} rang) : 5.

Réponse. Médiane = 5.

Rappel de cours. Médiane : on ordonne, puis on prend la valeur centrale (si l'effectif est impair).

Correction de l'exercice 3 – Étendue

Étendue = valeur maximale − valeur minimale.

$18 - 5 = 13$.

Réponse. Étendue = 13.

Rappel de cours. Étendue : différence entre la plus grande et la plus petite valeur.

Correction de l'exercice 4 – Moyenne à partir des fréquences

Avec des fréquences, la moyenne est la somme des produits valeur × fréquence (les fréquences totalisent 1).

$\overline{x} = 10 \times 0{,}2 + 12 \times 0{,}5 + 15 \times 0{,}3 = 2 + 6 + 4{,}5 = 12{,}5$.

Réponse. $\overline{x} = 12{,}5$.

Rappel de cours. $\overline{x} = \sum f_i x_i$, où f_i est la fréquence de la valeur x_i.

Correction de l'exercice 5 – Médiane (effectif pair)

On ordonne : $4, 6, 8, 10$. 4 valeurs : la médiane est la moyenne des deux valeurs centrales.

$\frac{6+8}{2} = 7$.

Réponse. Médiane = 7.

Rappel de cours. Effectif pair : la médiane est la moyenne des deux valeurs du milieu.

Correction de l'exercice 6 – Moyenne pondérée

Moyenne pondérée : $\frac{12 \times 2 + 15 \times 1 + 9 \times 3}{2+1+3} = \frac{24+15+27}{6} = \frac{66}{6} = 11$.

Réponse. Moyenne = 11.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. Moyenne pondérée : $\dfrac{\sum(\text{valeur} \times \text{coef})}{\sum \text{coef}}$.

Correction de l’exercice 7 – Moyenne avec effectifs

$$\frac{8\times 3+12\times 5+16\times 2}{3+5+2}=\frac{24+60+32}{10}=\frac{116}{10}=11{,}6.$$

Réponse. Moyenne = 11,6.

Rappel de cours. Chaque valeur est multipliée par son effectif, et on divise par l’effectif total.

Correction de l’exercice 8 – Fréquences cumulées

Fréquences : $\frac{12}{40}=30\,\%$, $\frac{18}{40}=45\,\%$, $\frac{6}{40}=15\,\%$, $\frac{4}{40}=10\,\%$.

Fréquences cumulées croissantes : $30\,\%$, $30+45=75\,\%$, $75+15=90\,\%$, $100\,\%$.

« Au plus un animal » regroupe 0 et 1 : on lit la fréquence cumulée en 1, soit $75\,\%$.

Réponse. Fréquences cumulées : 30, 75, 90, 100 % ; 75 % des foyers ont au plus un animal.

Rappel de cours. La fréquence cumulée croissante en x est la proportion des valeurs inférieures ou égales à x.

Correction de l’exercice 9 – Lire un diagramme en boîte

Étendue : $19-4=15$. Écart interquartile : $Q_3-Q_1=14-8=6$.

(a) Vrai : au plus 25 % des notes sont strictement inférieures à $Q_1=8$, donc au moins 75 % sont supérieures ou égales à 8.

(b) Faux : la médiane partage la série en deux moitiés (au moins la moitié a 11 ou moins, au moins la moitié a 11 ou plus), elle ne dit pas que beaucoup d’élèves ont 11.

Réponse. Étendue 15, écart interquartile 6 ; (a) vrai, (b) faux.

Rappel de cours. Environ la moitié des valeurs se trouve dans la « boîte » $[Q_1\,;Q_3]$.

Correction de l’exercice 10 – Premier quartile Q1

Q_1 est la valeur telle qu’au moins $\frac{1}{4}$ des données lui sont inférieures ou égales. $\frac{8}{4}=2$: on prend la 2^{e} valeur.

$Q_1=4$.

Réponse. $Q_1=4$.

Rappel de cours. Q_1 : on calcule $\frac{N}{4}$; si entier, on prend la valeur de ce rang, sinon on arrondit au rang supérieur.

Correction de l’exercice 11 – Troisième quartile Q3

$\frac{3N}{4}=\frac{3\times 8}{4}=6$: on prend la 6^{e} valeur.

$Q_3=10$.

Réponse. $Q_3=10$.

Rappel de cours. Q_3 : rang $\frac{3N}{4}$ (arrondi au supérieur si non entier).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l'exercice 12 – Écart interquartile

Écart interquartile : $Q_3 - Q_1 = 10 - 4 = 6$.

Il mesure la dispersion des 50% « centraux » des données.

Réponse. $Q_3 - Q_1 = 6$: dispersion de la moitié centrale.

Rappel de cours. L'écart interquartile $Q_3 - Q_1$ résiste aux valeurs extrêmes (contrairement à l'étendue).

Correction de l'exercice 13 – Médiane par les effectifs

25 valeurs : la médiane est la 13^{e} (rang $\frac{25+1}{2} = 13$).

Effectifs cumulés : $0 \to 8$, $1 \to 8 + 12 = 20$. La 13^{e} valeur tombe dans la classe « 1 frère ».

Médiane = 1.

Réponse. Médiane = 1 frère.

Rappel de cours. Avec des effectifs, on utilise les effectifs cumulés pour localiser la valeur médiane.

Correction de l'exercice 14 – Calculer un écart type

Moyenne : $\overline{x} = \dfrac{2+4+4+4+5+5+7+9}{8} = \dfrac{40}{8} = 5$.

Écarts à la moyenne au carré : 9, 1, 1, 1, 0, 0, 4, 16. Leur somme vaut 32.

Variance : $V = \dfrac{32}{8} = 4$. Écart type : $\sigma = \sqrt{V} = 2$.

Réponse. $\overline{x} = 5$ et $\sigma = 2$.

Rappel de cours. $V = \dfrac{1}{N}\sum (x_i - \overline{x})^2$ et $\sigma = \sqrt{V}$. L'écart type mesure la dispersion autour de la moyenne.

Erreur fréquente. Ne pas oublier la racine carrée : la variance 4 n'est pas l'écart type.

Correction de l'exercice 15 – Quartiles d'une série d'effectif impair

$N = 11$. Médiane : valeur de rang $\frac{11+1}{2} = 6$, soit 10.

Q_1 : plus petite valeur dont le rang est au moins $\frac{N}{4} = 2{,}75$, donc la 3^{e} valeur : $Q_1 = 6$.

Q_3 : rang au moins $\frac{3N}{4} = 8{,}25$, donc la 9^{e} valeur : $Q_3 = 15$.

Réponse. Médiane 10, $Q_1 = 6$, $Q_3 = 15$.

Rappel de cours. Q_1 est la plus petite valeur telle qu'au moins 25 % des valeurs lui sont inférieures ou égales (même idée pour Q_3 avec 75 %).

Erreur fréquente. On arrondit le rang à l'entier supérieur : 2,75 donne le rang 3, pas 2.

Correction de l'exercice 16 – Effet d'une valeur sur la moyenne

Somme des 20 notes : $20 \times 11 = 220$. Avec la nouvelle : $220 + 5 = 225$.

Nouvelle moyenne : $\dfrac{225}{21} \approx 10{,}71$.

Réponse. Nouvelle moyenne $\approx 10{,}71$.

Rappel de cours. On retrouve la somme par « moyenne × effectif », on ajoute la valeur, puis on recalcule.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 17 – Comparer moyenne et médiane

Moyenne : $\frac{20+22+21+23+100}{5} = \frac{186}{5} = 37{,}2$.

Médiane (série ordonnée $20, 21, 22, 23, 100$) : valeur centrale = 22.

La médiane (22) représente mieux la série : la moyenne est « tirée vers le haut » par la valeur extrême 100.

Réponse. Moyenne 37,2, médiane 22 ; la médiane est plus représentative.

Rappel de cours. La médiane résiste aux valeurs aberrantes, contrairement à la moyenne.

Correction de l’exercice 18 – Retrouver une valeur manquante

$\frac{7+10+x+15}{4} = 11$, donc $32 + x = 44$.

$x = 12$.

Réponse. $x = 12$.

Rappel de cours. On pose l’équation de la moyenne et on isole la valeur manquante.

Correction de l’exercice 19 – Moyenne de deux groupes

Somme A : $20 \times 12 = 240$. Somme B : $30 \times 10 = 300$.

Moyenne globale : $\frac{240+300}{50} = \frac{540}{50} = 10{,}8$.

Réponse. Moyenne globale = 10,8.

Rappel de cours. La moyenne globale n’est PAS la moyenne des moyennes : on pondère par les effectifs.

Erreur fréquente. Ce n’est pas $\frac{12+10}{2} = 11$: les groupes n’ont pas le même effectif.

Correction de l’exercice 20 – Transformer toutes les notes

Moyenne : multiplier toutes les valeurs par 1,2 multiplie la moyenne par 1,2 ; ajouter 1 à toutes les valeurs ajoute 1 à la moyenne. $\overline{y} = 1{,}2 \times 9 + 1 = 11{,}8$.

Écart type : ajouter 1 décale toutes les notes sans changer leurs écarts à la moyenne, donc ne change pas la dispersion. Multiplier par 1,2 multiplie tous les écarts par 1,2.

$\sigma_y = 1{,}2 \times 2{,}5 = 3$.

Réponse. Nouvelle moyenne 11,8, nouvel écart type 3.

Rappel de cours. Si $y = ax + b$: $\overline{y} = a\overline{x} + b$ et $\sigma_y = |a|\,\sigma_x$.

Erreur fréquente. L’ajout de 1 ne modifie pas l’écart type : $\sigma_y \neq 1{,}2 \times 2{,}5 + 1$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).