Symétrie axiale — Sixième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Une figure a un axe de symétrie quand on peut la plier le long d'une droite et voir les deux moitiés se superposer exactement. Ces 20 exercices traitent tout le programme de 6e : trouver les axes d'une figure, construire le symétrique d'un point, d'un segment ou d'une figure, connaître les propriétés conservées par la symétrie, et s'en servir pour résoudre des problèmes. Chaque construction est détaillée étape par étape.

Version en ligne, avec les corrections dépliables : mathlvl.fr/exercices-corriges/sixieme/symetrie-axiale

Exercice 1 – Axes de symétrie du carré

Combien un carré possède-t-il d'axes de symétrie ? Décris-les.

Exercice 2 – Axes de symétrie du rectangle

Combien un rectangle (qui n'est pas un carré) possède-t-il d'axes de symétrie ? Ses diagonales en sont-elles ?

Exercice 3 – Axes des triangles

Combien d'axes de symétrie possèdent : a) un triangle équilatéral ; b) un triangle isocèle non équilatéral ; c) un triangle quelconque ?

Exercice 4 – Axes du cercle

Combien d'axes de symétrie possède un cercle ? Justifie.

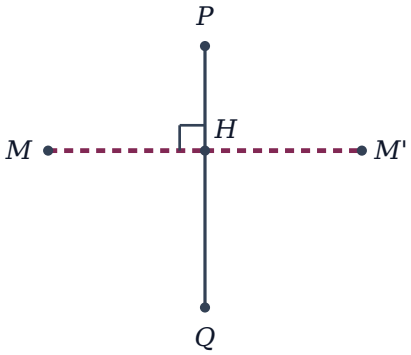
Exercice 5 – Reconnaître un axe de symétrie

Parmi ces lettres majuscules imprimées, lesquelles ont au moins un axe de symétrie : A, F, H, N, O, T ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 6 – Symétrique d’un point (méthode)

Explique comment construire le point M', symétrique du point M par rapport à la droite (d), à l’aide de l’équerre et de la règle graduée.



La droite (PQ) est l'axe (d) : elle coupe [MM'] perpendiculairement en son milieu H.

Exercice 7 – Point sur l’axe

Le point A appartient à la droite (d). Quel est le symétrique de A par rapport à (d) ?

Exercice 8 – Symétrique d’un segment

Un segment $[AB]$ mesure 7 cm. Quelle est la longueur de son symétrique $[A'B']$ par rapport à une droite (d) ?

Exercice 9 – Propriétés conservées

Un triangle ABC a une aire de 15 cm² et un angle en A de 40°. Que valent l’aire et l’angle en A' de son symétrique $A'B'C'$?

Exercice 10 – Symétrique d’un cercle

Quel est le symétrique d’un cercle de centre O et de rayon 3 cm par rapport à une droite (d) ?

Exercice 11 – Construction au compas

Comment construire le symétrique d’un point M par rapport à une droite (d) en n’utilisant QUE le compas et la règle non graduée ?

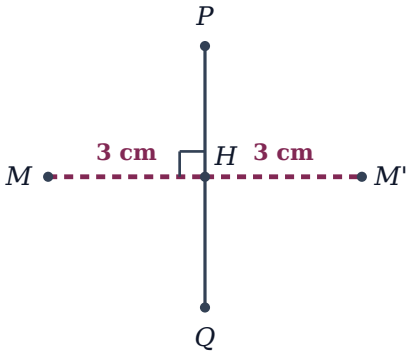
Exercice 12 – Symétrique d’un triangle

Explique la méthode pour construire le symétrique d’un triangle ABC par rapport à une droite (d).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 13 – Position du symétrique

Un point M est situé à 3 cm d'une droite (d). À quelle distance de (d) se trouve son symétrique M' ? Quelle est la longueur MM' ?



Les deux distances sont égales : MM' vaut donc 3 + 3 = 6 cm.

Exercice 14 – Compléter une figure

On veut compléter une figure pour que la droite (d) devienne un axe de symétrie. La moitié gauche contient un triangle dont un sommet est à 2 cm de (d) et les deux autres à 5 cm. Que faut-il tracer à droite ?

Exercice 15 – Deux axes perpendiculaires

Une figure admet deux axes de symétrie perpendiculaires. Cite deux exemples de figures usuelles dans ce cas.

Exercice 16 – Symétrie et périmètre

Un quadrilatère a un périmètre de 24 cm et une aire de 35 cm². Que valent le périmètre et l'aire de son symétrique par rapport à une droite ?

Exercice 17 – Le drapeau symétrique

Un motif est dessiné sur la moitié gauche d'une feuille. On plie la feuille selon l'axe vertical central, puis on découpe le motif à travers les deux épaisseurs.

1. Que voit-on en dépliant la feuille ?

2. Combien d'axes de symétrie a la figure obtenue si le motif découpé touche le pli ?

Exercice 18 – Retrouver l'axe

Deux points M et M' sont symétriques par rapport à une droite inconnue (d). Comment retrouver (d) ? Justifie.

Exercice 19 – Symétrie et angles d'un triangle

Un triangle ABC est isocèle en A. On sait que l'axe de symétrie de ce triangle passe par A et par le milieu I de $[BC]$. L'angle en B mesure 65°.

1. Quelle est la mesure de l'angle en C ? Justifie par la symétrie.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2. Quelle est la mesure de l’angle en A ?

Exercice 20 – Combien d’axes ?

Range ces figures par nombre croissant d’axes de symétrie : parallélogramme quelconque, triangle isocèle non équilatéral, losange non carré, carré, triangle équilatéral.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l’ordre des énoncés.

Correction de l’exercice 1 – Axes de symétrie du carré

On cherche toutes les droites selon lesquelles on peut plier le carré pour que les deux moitiés se superposent.

Il y a d’abord les deux médiatrices des côtés : une horizontale et une verticale, qui passent par les milieux des côtés opposés.

Il y a ensuite les deux diagonales, qui joignent les sommets opposés.

Au total, le carré possède 4 axes de symétrie.

Réponse. 4 axes : les 2 médiatrices des côtés et les 2 diagonales.

Rappel de cours. Un axe de symétrie est une droite de pliage : les deux moitiés doivent se superposer parfaitement.

Erreur fréquente. Compter seulement les diagonales ou seulement les médiatrices : le carré a bien les quatre.

Correction de l’exercice 2 – Axes de symétrie du rectangle

Un rectangle a deux axes de symétrie : les deux médiatrices de ses côtés, l’une horizontale, l’autre verticale.

En pliant selon ces droites, les deux moitiés se superposent parfaitement.

Les diagonales, elles, ne sont PAS des axes de symétrie du rectangle.

En effet, si on plie un rectangle selon une diagonale, les deux triangles obtenus ne se superposent pas : la longueur et la largeur étant différentes, les coins dépassent.

Réponse. 2 axes seulement (les médiatrices des côtés) ; les diagonales ne sont pas des axes.

Rappel de cours. Les diagonales sont axes de symétrie pour le losange et le carré, mais pas pour un rectangle quelconque.

Erreur fréquente. Confondre « les diagonales se coupent en leur milieu » (vrai) et « les diagonales sont des axes de symétrie » (faux ici).

Correction de l’exercice 3 – Axes des triangles

a) Le triangle équilatéral a ses trois côtés égaux : chacune des trois médiatrices est un axe de symétrie. Il en a donc 3.

b) Le triangle isocèle a deux côtés égaux : seul l’axe passant par le sommet principal (celui d’où partent les deux côtés égaux) convient. Il en a 1.

c) Un triangle quelconque a ses trois côtés de longueurs différentes : aucun pliage ne superpose deux moitiés. Il n’a donc aucun axe de symétrie.

Réponse. a) 3 axes · b) 1 axe · c) aucun axe.

Rappel de cours. Plus une figure a de côtés égaux, plus elle a d’axes de symétrie.

Erreur fréquente. Penser qu’un triangle isocèle a 2 axes : il n’y en a qu’un, celui du sommet principal.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 4 – Axes du cercle

Considérons n’importe quelle droite passant par le centre du cercle.

En pliant le long de cette droite, les deux demi-disques se superposent parfaitement : chaque point du cercle a bien son symétrique sur le cercle.

Comme il existe une infinité de droites passant par le centre, le cercle possède une infinité d’axes de symétrie.

En revanche, une droite qui ne passe pas par le centre n’est jamais un axe de symétrie.

Réponse. Une infinité : toutes les droites passant par le centre.

Rappel de cours. Le centre du cercle appartient à tous ses axes de symétrie.

Erreur fréquente. Répondre 2 ou 4 en pensant aux axes « horizontal et vertical » : rien ne privilégie ces directions.

Correction de l’exercice 5 – Reconnaître un axe de symétrie

A : elle se plie selon une droite verticale passant par sa pointe. Elle a 1 axe (vertical).

F : aucun pliage ne superpose ses parties. Elle n’a pas d’axe.

H : elle se plie verticalement (les deux barres verticales se superposent) et horizontalement (le haut sur le bas). Elle a 2 axes.

N : la diagonale empêche tout pliage. Elle n’a pas d’axe (elle a en revanche un centre de symétrie, notion vue plus tard).

O : elle se plie verticalement et horizontalement. Elle a au moins 2 axes.

T : elle se plie selon une droite verticale. Elle a 1 axe.

Réponse. A, H, O et T ont au moins un axe ; F et N n’en ont pas.

Rappel de cours. Pour tester, on imagine plier la lettre : les deux moitiés doivent se recouvrir exactement.

Erreur fréquente. Croire que N a un axe : elle se retrouve identique par demi-tour, ce qui n’est pas la même chose qu’une symétrie axiale.

Correction de l’exercice 6 – Symétrique d’un point (méthode)

Étape 1 : à l’aide de l’équerre, tracer la perpendiculaire à (d) passant par M.

Étape 2 : appeler H le point où cette perpendiculaire coupe (d).

Étape 3 : mesurer la distance MH à la règle graduée.

Étape 4 : reporter cette même distance de l’autre côté de (d), sur la perpendiculaire, à partir de H.

Le point obtenu est M' : il vérifie $HM' = HM$ et (MM') est perpendiculaire à (d).

Autrement dit, (d) est la médiatrice du segment $[MM']$.

Réponse. Tracer la perpendiculaire à (d) passant par M, qui coupe (d) en H, puis reporter HM de l’autre côté.

Rappel de cours. L’axe de symétrie est la médiatrice du segment qui joint un point et son symétrique.

Erreur fréquente. Reporter la distance dans n’importe quelle direction : elle doit être reportée sur la perpendiculaire.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 7 – Point sur l’axe

Le symétrique d’un point M est situé de l’autre côté de l’axe, à la même distance.

Ici, A est SUR l’axe : sa distance à (d) vaut 0.

Son symétrique doit donc être à une distance 0 de l’axe, du « même côté » : c’est le point A lui-même.

On dit que A est invariant par la symétrie d’axe (d).

Réponse. Le symétrique de A est A lui-même : A est invariant.

Rappel de cours. Tous les points de l’axe sont leur propre symétrique.

Erreur fréquente. Chercher un autre point : quand la distance à l’axe est nulle, il n’y a nulle part où aller.

Correction de l’exercice 8 – Symétrique d’un segment

La symétrie axiale conserve les longueurs : c’est une des propriétés fondamentales.

Concrètement, si on plie la feuille le long de (d), le segment $[AB]$ vient se poser exactement sur $[A'B']$.

Deux segments qui se superposent ont forcément la même longueur.

Donc $A'B' = AB = 7$ cm.

Réponse. $A'B' = 7$ cm : la symétrie conserve les longueurs.

Rappel de cours. La symétrie axiale conserve : longueurs, mesures d’angles, aires, alignement, milieux.

Erreur fréquente. Croire que la figure est « retournée donc déformée » : elle change d’orientation, pas de dimensions.

Correction de l’exercice 9 – Propriétés conservées

La symétrie axiale conserve les aires : la figure image a exactement la même surface.

L’aire de $A'B'C'$ vaut donc 15 cm².

La symétrie axiale conserve aussi les mesures des angles.

L’angle en A' mesure donc 40°, comme l’angle en A.

Seule l’orientation change : la figure symétrique est « retournée », comme dans un miroir.

Réponse. Aire = 15 cm² et angle en $A' = 40°$: tout est conservé.

Rappel de cours. Une figure et son symétrique sont superposables par retournement : elles ont les mêmes mesures.

Erreur fréquente. Penser que l’angle devient son « opposé » : les mesures ne changent pas.

Correction de l’exercice 10 – Symétrique d’un cercle

La symétrie transforme un cercle en un cercle : c’est une propriété du cours.

Le centre du nouveau cercle est le symétrique O' du centre O par rapport à (d).

Le rayon est conservé, puisque la symétrie conserve les longueurs : il vaut toujours 3 cm.

Le symétrique est donc le cercle de centre O' et de rayon 3 cm.

Réponse. Le cercle de centre O' (symétrique de O) et de même rayon 3 cm.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. Pour construire le symétrique d'un cercle, il suffit de construire le symétrique de son centre.

Erreur fréquente. Construire point par point tout le cercle : seul le centre a besoin d'être transformé.

Correction de l'exercice 11 – Construction au compas

On choisit deux points P et Q sur la droite (d), suffisamment éloignés l'un de l'autre.

On trace l'arc de cercle de centre P passant par M : tous ses points sont à la distance PM de P.

On trace l'arc de cercle de centre Q passant par M.

Ces deux arcs se coupent en deux points : M lui-même, et un second point de l'autre côté de (d).

Ce second point est M', le symétrique cherché.

Justification : M' vérifie $PM' = PM$ et $QM' = QM$, donc P et Q sont à égale distance de M et M'. La droite (PQ), c'est-à-dire (d), est bien la médiatrice de $[MM']$.

Réponse. Deux arcs de centres P et Q (points de (d)) passant par M : leur second point d'intersection est M'.

Rappel de cours. Un point à égale distance de deux points appartient à la médiatrice du segment qu'ils forment.

Erreur fréquente. Prendre P et Q trop proches : les arcs se couperaient sous un angle très fermé, et le point serait imprécis.

Correction de l'exercice 12 – Symétrique d'un triangle

On ne construit pas la figure « d'un coup » : on transforme les points un par un.

On construit A', symétrique de A : perpendiculaire à (d) passant par A, puis report de la distance de l'autre côté.

On construit de la même façon B', symétrique de B.

Puis C', symétrique de C.

On relie enfin A', B' et C' : le triangle obtenu est le symétrique de ABC.

Vérification : on peut mesurer et comparer, par exemple $A'B'$ doit être égal à AB.

Réponse. On construit les symétriques des trois sommets, puis on relie A', B' et C'.

Rappel de cours. Pour une figure formée de segments, il suffit de transformer les sommets : les segments suivent.

Erreur fréquente. Essayer de « recopier » la figure à main levée de l'autre côté : les mesures ne seraient pas exactes.

Correction de l'exercice 13 – Position du symétrique

Par définition, le symétrique se trouve à la même distance de l'axe, mais de l'autre côté.

M' est donc à 3 cm de (d).

Le segment $[MM']$ traverse l'axe perpendiculairement, en son milieu H.

On a donc $MH = 3$ cm et $HM' = 3$ cm.

Longueur totale : $MM' = 3 + 3 = 6$ cm.

Réponse. M' est à 3 cm de (d) et $MM' = 6$ cm.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. L'axe coupe $[MM']$ en son milieu : chaque moitié vaut la distance à l'axe.

Erreur fréquente. Répondre 3 cm pour MM' : c'est la distance à l'axe, pas la distance entre les deux points.

Correction de l'exercice 14 – Compléter une figure

Pour que (d) soit un axe de symétrie, la moitié droite doit être exactement le symétrique de la moitié gauche.

Chaque sommet du triangle de gauche doit donc avoir son symétrique à droite, à la même distance de (d).

Le sommet situé à 2 cm de (d) donne un point à 2 cm de l'autre côté, sur la même perpendiculaire.

Les deux sommets situés à 5 cm donnent deux points à 5 cm de l'autre côté, chacun sur sa propre perpendiculaire.

On relie ensuite ces trois nouveaux points : on obtient un triangle identique au premier, mais retourné.

Réponse. Le triangle symétrique : trois points reportés à 2 cm, 5 cm et 5 cm de l'autre côté, sur les perpendiculaires à (d).

Rappel de cours. Compléter par symétrie revient à construire le symétrique de chaque point caractéristique.

Erreur fréquente. Reporter les distances « à vue » sans tracer les perpendiculaires : la figure ne serait pas symétrique.

Correction de l'exercice 15 – Deux axes perpendiculaires

Le rectangle possède deux axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés. Elles sont perpendiculaires entre elles (l'une horizontale, l'autre verticale).

Le losange possède aussi deux axes : ses diagonales, qui sont perpendiculaires (c'est une propriété du losange).

Le carré convient également : parmi ses 4 axes, on en trouve deux perpendiculaires — c'est à la fois un rectangle et un losange.

Le cercle aussi, puisqu'il a une infinité d'axes, dont des paires perpendiculaires.

Réponse. Le rectangle (médiatrices des côtés) et le losange (diagonales) — le carré et le cercle conviennent aussi.

Rappel de cours. Rectangle et losange ont chacun 2 axes ; le carré cumule les deux familles et en a 4.

Erreur fréquente. Citer le parallélogramme quelconque : il n'a aucun axe de symétrie.

Correction de l'exercice 16 – Symétrie et périmètre

La symétrie axiale conserve les longueurs : chaque côté garde sa mesure.

Le périmètre étant la somme des côtés, il est donc conservé : 24 cm.

La symétrie conserve également les aires.

L'aire du symétrique vaut donc 35 cm².

En résumé, une figure et son symétrique ont exactement les mêmes mesures : seule leur position et leur orientation changent.

Réponse. Périmètre = 24 cm et aire = 35 cm² : rien ne change.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. On dit que la symétrie axiale est une « isométrie » : elle conserve toutes les mesures.

Erreur fréquente. Croire qu'une figure retournée « perd » ou « gagne » de la surface.

Correction de l'exercice 17 – Le drapeau symétrique

En pliant, le papier du dessous se trouve exactement sous le papier du dessus, en position symétrique par rapport au pli.

En découpant à travers les deux épaisseurs, on obtient donc deux motifs identiques, symétriques l'un de l'autre par rapport à la ligne de pli.

En dépliant, on voit la figure complète, avec le pli comme axe de symétrie.

Si le motif touche le pli, les deux moitiés sont soudées et forment une seule figure d'un seul tenant.

Cette figure a au moins 1 axe de symétrie : la ligne de pli. Elle peut en avoir davantage si le motif lui-même est particulier (par exemple un demi-disque donnerait un disque, qui en a une infinité).

Réponse. Une figure symétrique par rapport au pli ; elle a au moins 1 axe de symétrie, celui du pli.

Rappel de cours. Le pliage est la définition concrète de la symétrie axiale : l'axe est la ligne de pli.

Erreur fréquente. Affirmer « exactement 1 axe » : selon le motif, il peut y en avoir plus.

Correction de l'exercice 18 – Retrouver l'axe

Par définition de la symétrie, (d) est perpendiculaire à $[MM']$ et passe par son milieu.

Autrement dit, (d) est exactement la médiatrice du segment $[MM']$.

Pour la construire au compas : on trace un arc de centre M et un arc de même rayon de centre M', avec un rayon supérieur à la moitié de MM'.

Ces arcs se coupent en deux points, situés de part et d'autre de $[MM']$.

La droite qui passe par ces deux points est la médiatrice de $[MM']$, donc l'axe (d) cherché.

On peut vérifier : cette droite doit couper $[MM']$ perpendiculairement en son milieu.

Réponse. (d) est la médiatrice de $[MM']$: on la construit par deux arcs de même rayon centrés en M et M'.

Rappel de cours. Symétrie axiale et médiatrice sont deux façons de dire la même chose.

Erreur fréquente. Tracer la droite (MM') : c'est perpendiculaire à l'axe, ce n'est pas l'axe.

Correction de l'exercice 19 – Symétrie et angles d'un triangle

La symétrie d'axe (AI) échange les points B et C, et laisse A fixe.

Comme la symétrie conserve les mesures d'angles, l'angle en B et l'angle en C sont égaux.

L'angle en C mesure donc 65°.

Pour l'angle en A, on utilise la somme des angles d'un triangle, qui vaut 180°.

Les angles en B et C totalisent $65 + 65 = 130$°.

L'angle en A vaut donc $180 - 130 = 50$°.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Vérification : $50 + 65 + 65 = 180°$. ✔

Réponse. Angle en $C = 65°$ (par symétrie) et angle en $A = 50°$.

Rappel de cours. Dans un triangle isocèle, l'axe de symétrie explique pourquoi les angles à la base sont égaux.

Erreur fréquente. Diviser 180 par 3 : les trois angles ne sont égaux que dans un triangle équilatéral.

Correction de l'exercice 20 – Combien d'axes ?

Parallélogramme quelconque : aucun pliage ne superpose les deux moitiés. Il a 0 axe.

Triangle isocèle non équilatéral : seul l'axe passant par le sommet principal convient. Il a 1 axe.

Losange non carré : ses deux diagonales sont des axes. Il a 2 axes.

Triangle équilatéral : ses trois médiatrices sont des axes. Il a 3 axes.

Carré : deux médiatrices de côtés et deux diagonales. Il a 4 axes.

Rangés dans l'ordre croissant : $0 < 1 < 2 < 3 < 4$.

Réponse. Parallélogramme (0) < triangle isocèle (1) < losange (2) < triangle équilatéral (3) < carré (4).

Rappel de cours. Le parallélogramme quelconque n'a aucun axe de symétrie, alors qu'il a un centre de symétrie (notion de 5e).

Erreur fréquente. Attribuer des axes au parallélogramme en pensant à ses diagonales : elles se coupent en leur milieu, mais ne sont pas des axes.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).