Volumes et solides — Sixième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

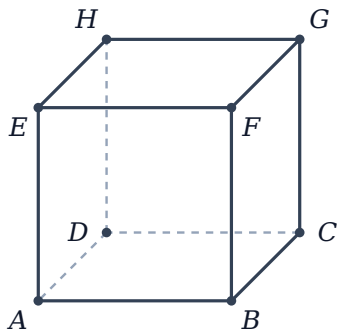
Présentation

Reconnaître un pavé droit, compter ses faces et ses arêtes, dessiner un patron, dénombrer les cubes d'un assemblage, calculer un volume en cm³ : ces 20 exercices couvrent le programme de 6e sur les solides. Les corrections rappellent la formule employée et insistent sur l'unité : un cube de 1 cm d'arête mesure 1 cm³, et un cube de 2 cm d'arête en mesure 8, pas 2.

Version en ligne, avec les corrections dépliables : mathlvl.fr/exercices-corriges/sixieme/volumes-et-solides

Exercice 1 – Décrire un cube

Combien un cube possède-t-il de faces, d'arêtes et de sommets ? Quelle est la nature de ses faces ?



Le cube ABCDEFGH : 6 faces carrées, 12 arêtes, 8 sommets.

Exercice 2 – Décrire un pavé droit

Combien un pavé droit possède-t-il de faces, d'arêtes et de sommets ? Quelle est la nature de ses faces ?

Exercice 3 – Volume d'un cube

Calcule le volume d'un cube d'arête 4 cm.

Exercice 4 – Volume d'un pavé droit

Un pavé droit mesure 6 cm de long, 4 cm de large et 3 cm de haut. Calcule son volume.

Exercice 5 – Reconnaître les solides

Associe chaque objet à un solide : a) une boîte de conserve ; b) un dé à jouer ; c) une balle de tennis ; d) une boîte à chaussures.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 6 – Reconnaître un patron de cube

Un patron de cube est-il forcément constitué de 6 carrés ? Toute figure formée de 6 carrés est-elle un patron de cube ?

Exercice 7 – Patron d'un pavé droit

Un pavé droit mesure 5 cm sur 3 cm sur 2 cm. Décris les rectangles qui composent son patron.

Exercice 8 – Aire totale d'un cube

Calcule l'aire totale de la surface d'un cube d'arête 4 cm.

Exercice 9 – Compter par couches

On remplit une boîte de 5 cm de long, 4 cm de large et 3 cm de haut avec des cubes de 1 cm d'arête. Combien de cubes faut-il ? Quel est le volume de la boîte ?

Exercice 10 – Ranger des dés

Combien de dés cubiques de 2 cm d'arête peut-on ranger dans une boîte de 10 cm sur 8 cm sur 6 cm ?

Exercice 11 – Retrouver une hauteur

Un pavé droit a un volume de 120 cm^3. Sa longueur mesure 8 cm et sa largeur 5 cm. Quelle est sa hauteur ?

Exercice 12 – L'escalier de cubes

Un escalier est fait de cubes de 1 cm d'arête. Il a 3 marches et mesure 4 cubes de large. Vu de côté, la première marche a 1 cube de haut, la deuxième 2 et la troisième 3. Quel est son volume ?

Exercice 13 – Comparer deux contenants

Un premier récipient est un cube d'arête 10 cm. Un second est un pavé droit de 20 cm sur 10 cm sur 4 cm. Lequel contient le plus ?

Exercice 14 – Les faces peintes

On peint toutes les faces d'un grand cube formé de $3 \times 3 \times 3$ petits cubes, puis on le défait. Combien de petits cubes ont 3 faces peintes ? 2 faces ? 1 face ? aucune ?

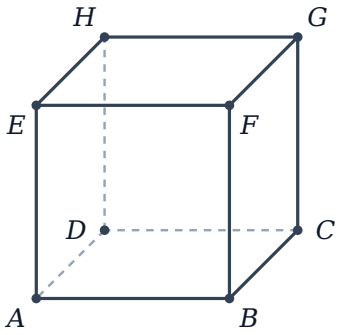
Exercice 15 – Arêtes d'un pavé

On veut réaliser l'armature en fil de fer d'un pavé droit de 7 cm sur 5 cm sur 3 cm. Quelle longueur de fil faut-il ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 16 – Le cube de sucre

On empile des cubes de 2 cm d’arête pour former un grand cube de 6 cm d’arête. Combien de petits cubes faut-il ?



Le grand cube : 3 petits cubes dans la longueur, 3 dans la largeur et 3 dans la hauteur.

Exercice 17 – Le carton de déménagement

Un carton en forme de pavé droit mesure 60 cm sur 40 cm sur 30 cm. On veut y ranger des boîtes cubiques de 20 cm d’arête.

1. Combien de boîtes peut-on ranger dans le carton ?

2. Reste-t-il de la place perdue ?

Exercice 18 – Du volume à l’arête

Un cube a un volume de 125 cm³. Quelle est la longueur de son arête ? Quelle est son aire totale ?

Exercice 19 – Un plan coté

Un assemblage de cubes de 1 cm est décrit par son plan coté (vue de dessus, chaque nombre indique la hauteur de la colonne) : rangée du fond 3, 2, 2, 1 ; rangée de devant 2, 2, 1, 1.

1. Combien de cubes compte l’assemblage ? Quel est son volume ?

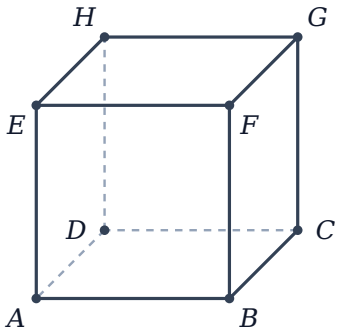
2. Combien de carrés voit-on sur la vue de face ?

3. Combien de cubes faut-il ajouter pour obtenir un pavé de 4 cubes sur 2 sur 3 ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 20 – Doubler l’arête

On double l’arête d’un cube de 3 cm. Que devient son volume ? Par combien est-il multiplié ? Explique pourquoi.



Doubler l'arête du cube multiplie son volume par 8 : il faut 8 cubes de départ pour le remplir.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Décrire un cube

Un cube a 6 faces : le dessus, le dessous, et les quatre faces latérales.

Il a 12 arêtes : ce sont les segments où deux faces se rejoignent (4 en haut, 4 en bas, 4 verticales).

Il a 8 sommets : ce sont les « coins » (4 en haut, 4 en bas).

Toutes ses faces sont des carrés identiques.

Réponse. 6 faces carrées, 12 arêtes et 8 sommets.

Rappel de cours. Face = surface plane · arête = segment entre deux faces · sommet = point de rencontre des arêtes.

Erreur fréquente. Compter 4 faces en oubliant le dessus et le dessous.

Correction de l'exercice 2 – Décrire un pavé droit

Un pavé droit (ou parallélépipède rectangle) a la même structure qu'un cube : 6 faces, 12 arêtes et 8 sommets.

La différence porte sur la forme des faces : ce sont des rectangles, et non nécessairement des carrés.

Les faces opposées sont identiques deux à deux : il y a donc trois paires de rectangles identiques.

Un cube est un pavé droit particulier, celui dont toutes les faces sont des carrés.

Réponse. 6 faces rectangulaires, 12 arêtes et 8 sommets.

Rappel de cours. Tout cube est un pavé droit, mais tout pavé droit n'est pas un cube.

Erreur fréquente. Croire que le pavé a plus de faces que le cube : la structure est identique.

Correction de l'exercice 3 – Volume d'un cube

Le volume d'un cube s'obtient en multipliant son arête trois fois par elle-même.

$V = 4 \times 4 \times 4$.

$4 \times 4 = 16$, puis $16 \times 4 = 64$.

Le volume vaut 64 cm³ (centimètres cubes).

Réponse. $V = 64$ cm³

Rappel de cours. Volume d'un cube d'arête a : $V = a \times a \times a$.

Erreur fréquente. Multiplier seulement deux fois ($4 \times 4 = 16$) : ce serait l'aire d'une face, pas le volume.

Correction de l'exercice 4 – Volume d'un pavé droit

Le volume d'un pavé droit est le produit de ses trois dimensions.

$V = 6 \times 4 \times 3$.

On calcule d'abord $6 \times 4 = 24$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Puis $24 \times 3 = 72$.

Le volume vaut 72 cm³.

Réponse. $V = 72$ cm³

Rappel de cours. Volume d'un pavé droit : $V = L \times l \times h$.

Erreur fréquente. Additionner les dimensions : le volume est un produit, jamais une somme.

Correction de l'exercice 5 – Reconnaître les solides

a) Une boîte de conserve a deux disques identiques (le dessus et le dessous) reliés par une surface courbe : c'est un cylindre.

b) Un dé à jouer a six faces carrées identiques : c'est un cube.

c) Une balle de tennis est parfaitement ronde dans toutes les directions : c'est une boule (sa surface est une sphère).

d) Une boîte à chaussures a six faces rectangulaires : c'est un pavé droit.

Réponse. a) cylindre · b) cube · c) boule · d) pavé droit.

Rappel de cours. On reconnaît un solide à la forme et au nombre de ses faces.

Erreur fréquente. Confondre la sphère (la surface, comme une coque) et la boule (le solide plein).

Correction de l'exercice 6 – Reconnaître un patron de cube

Un cube ayant 6 faces carrées, son patron contient forcément 6 carrés : la première affirmation est vraie.

En revanche, la réciproque est fausse : la disposition compte autant que le nombre.

Par exemple, six carrés alignés en une seule bande ne peuvent pas se replier en cube : certaines faces se superposeraient et d'autres manqueraient.

Il existe exactement 11 dispositions différentes qui forment un patron de cube.

Pour vérifier, on peut imaginer le pliage, ou repérer les faces qui se retrouveraient face à face.

Réponse. Oui pour la première (toujours 6 carrés) ; non pour la seconde : la disposition doit permettre le pliage.

Rappel de cours. Un patron est la figure à plat qui, une fois pliée, redonne le solide sans trou ni recouvrement.

Erreur fréquente. Compter seulement les carrés sans vérifier leur disposition.

Correction de l'exercice 7 – Patron d'un pavé droit

Un pavé droit a 6 faces, identiques deux à deux (les faces opposées).

Deux faces mesurent 5 cm sur 3 cm : ce sont le dessus et le dessous.

Deux faces mesurent 5 cm sur 2 cm : ce sont les deux grandes faces latérales.

Deux faces mesurent 3 cm sur 2 cm : ce sont les deux petites faces latérales.

Le patron comporte donc trois paires de rectangles : $2 \times (5 \times 3)$, $2 \times (5 \times 2)$ et $2 \times (3 \times 2)$.

Réponse. Deux rectangles 5×3, deux rectangles 5×2 et deux rectangles 3×2.

Rappel de cours. Chaque paire de faces opposées d'un pavé droit est formée de deux rectangles identiques.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Erreur fréquente. Oublier une paire et ne dessiner que quatre faces.

Correction de l’exercice 8 – Aire totale d’un cube

L’aire totale est la somme des aires de toutes les faces.

Chaque face est un carré de 4 cm de côté : son aire vaut $4 \times 4 = 16$ cm².

Le cube a 6 faces identiques.

Aire totale : $6 \times 16 = 96$ cm².

Attention à ne pas confondre avec le volume, qui vaut 64 cm³ : ce sont deux grandeurs différentes, dans des unités différentes.

Réponse. Aire totale = 96 cm²

Rappel de cours. Aire d’un cube d’arête a : $6 \times a \times a$ (en unités carrées).

Erreur fréquente. Répondre en cm³ : une aire se mesure en cm², un volume en cm³.

Correction de l’exercice 9 – Compter par couches

Une couche au fond contient $5 \times 4 = 20$ cubes.

La boîte a 3 cm de haut : il y a 3 couches, soit $20 \times 3 = 60$ cubes.

Chaque cube mesure 1 cm³ : la boîte a un volume de 60 cm³.

Réponse. 60 cubes ; 60 cm³.

Rappel de cours. Nombre de cubes = cubes d’une couche × nombre de couches.

Correction de l’exercice 10 – Ranger des dés

On compte combien de dés tiennent dans chaque direction : $10 \div 2 = 5$, $8 \div 2 = 4$ et $6 \div 2 = 3$.

On multiplie : $5 \times 4 \times 3 = 60$ dés.

Contrôle : la boîte mesure $10 \times 8 \times 6 = 480$ cm³ et un dé $2 \times 2 \times 2 = 8$ cm³ ; $60 \times 8 = 480$.

Réponse. 60 dés.

Erreur fréquente. Croire qu’un dé de 2 cm d’arête a un volume de 2 cm³ : il en mesure 8.

Correction de l’exercice 11 – Retrouver une hauteur

On sait que $V = L \times l \times h$, donc $120 = 8 \times 5 \times h$.

On calcule d’abord l’aire de la base : $8 \times 5 = 40$ cm².

L’égalité devient $120 = 40 \times h$.

Pour trouver h, on divise : $h = 120 \div 40 = 3$ cm.

Vérification : $8 \times 5 \times 3 = 120$ cm³ : on retrouve bien le volume donné.

Réponse. La hauteur est de 3 cm.

Rappel de cours. V = aire de la base × hauteur, donc $h = V \div$ aire de la base.

Erreur fréquente. Diviser 120 par 8 puis par 5 séparément sans faire attention : c’est correct ici ($120 \div 8 = 15$, $15 \div 5 = 3$), mais il faut aller au bout des deux divisions.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 12 – L’escalier de cubes

On découpe l’escalier en tranches de 1 cube de large, toutes identiques : vue de côté, une tranche compte $1 + 2 + 3 = 6$ cubes.

L’escalier a 4 tranches : $6 \times 4 = 24$ cubes.

Chaque cube mesure 1 cm³ : le volume est de 24 cm³.

Contrôle : le pavé de $3 \times 4 \times 3 = 36$ cubes qui l’enveloppe contient $36 - 24 = 12$ cubes vides, soit $4 \times (2 + 1)$.

Réponse. 24 cm³.

Rappel de cours. Pour compter les cubes d’un solide, on le découpe en tranches identiques.

Erreur fréquente. Compter seulement les cubes visibles : ceux du dessous et de l’arrière comptent aussi.

Correction de l’exercice 13 – Comparer deux contenants

Volume du cube : $10 \times 10 \times 10 = 1000$ cm³.

Volume du pavé : $20 \times 10 \times 4$. On calcule $20 \times 10 = 200$, puis $200 \times 4 = 800$ cm³.

On compare : $1000 > 800$.

Le cube contient donc davantage, avec 200 cm³ de plus.

Remarque : le pavé est plus long, mais cela ne suffit pas — c’est le produit des trois dimensions qui compte.

Réponse. Le cube (1000 cm³ contre 800 cm³), soit 200 cm³ de plus.

Rappel de cours. Un solide plus « étendu » dans une direction n’a pas forcément le plus grand volume.

Erreur fréquente. Comparer une seule dimension ($20 > 10$) pour conclure.

Correction de l’exercice 14 – Les faces peintes

Le grand cube contient 27 petits cubes.

Les 8 coins ont 3 faces peintes ; les 12 cubes au milieu d’une arête en ont 2 ; les 6 cubes au centre d’une face en ont 1.

Le cube central n’a aucune face peinte : 1 cube.

Contrôle : $8 + 12 + 6 + 1 = 27$.

Réponse. 8 ; 12 ; 6 ; 1.

Correction de l’exercice 15 – Arêtes d’un pavé

L’armature est constituée des 12 arêtes du pavé.

Ces arêtes se répartissent en trois groupes de 4 : 4 arêtes de 7 cm, 4 de 5 cm et 4 de 3 cm.

Longueur des arêtes de 7 cm : $4 \times 7 = 28$ cm.

Longueur des arêtes de 5 cm : $4 \times 5 = 20$ cm.

Longueur des arêtes de 3 cm : $4 \times 3 = 12$ cm.

Total : $28 + 20 + 12 = 60$ cm. On peut aussi calculer directement $4 \times (7 + 5 + 3) = 4 \times 15 = 60$ cm.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. Il faut 60 cm de fil de fer.

Rappel de cours. Somme des arêtes d'un pavé droit : $4 \times (L + l + h)$.

Erreur fréquente. Compter seulement 3 arêtes de chaque longueur : il y en a 4 de chaque.

Correction de l'exercice 16 – Le cube de sucre

On regarde combien de petits cubes tiennent sur une arête du grand cube : $6 \div 2 = 3$.

Il y a donc 3 petits cubes dans la longueur, 3 dans la largeur et 3 dans la hauteur.

Nombre total : $3 \times 3 \times 3 = 27$ petits cubes.

Vérification par les volumes : le grand cube a un volume de $6 \times 6 \times 6 = 216$ cm³, et chaque petit cube $2 \times 2 \times 2 = 8$ cm³.

On retrouve bien $216 \div 8 = 27$: les deux méthodes concordent.

Réponse. Il faut 27 petits cubes.

Rappel de cours. Deux méthodes possibles : compter par arête ($3 \times 3 \times 3$) ou diviser les volumes.

Erreur fréquente. Répondre 3 : c'est le nombre de cubes sur une seule arête, pas le total.

Correction de l'exercice 17 – Le carton de déménagement

On regarde combien de boîtes tiennent dans chaque direction.

Longueur : $60 \div 20 = 3$ boîtes.

Largeur : $40 \div 20 = 2$ boîtes.

Hauteur : $30 \div 20 = 1{,}5$: on ne peut poser qu'une seule rangée de boîtes en hauteur (on ne coupe pas les boîtes).

Nombre de boîtes : $3 \times 2 \times 1 = 6$ boîtes.

Volume occupé : $6 \times (20 \times 20 \times 20) = 6 \times 8000 = 48\,000$ cm³.

Volume du carton : $60 \times 40 \times 30 = 72\,000$ cm³.

Place perdue : $72\,000 - 48\,000 = 24\,000$ cm³ : c'est la bande de 10 cm de haut qui reste au-dessus.

Réponse. 6 boîtes ; il reste 24 000 cm³ de place perdue.

Rappel de cours. Pour un rangement, on divise dimension par dimension et on arrondit à l'entier INFÉRIEUR : un objet ne se coupe pas.

Erreur fréquente. Diviser les volumes ($72\,000 \div 8000 = 9$) : cela donnerait 9 boîtes, ce qui est impossible car elles ne tiennent pas dans la hauteur.

Correction de l'exercice 18 – Du volume à l'arête

On cherche le nombre qui, multiplié trois fois par lui-même, donne 125.

On essaie 4 : $4 \times 4 \times 4 = 64$, c'est trop petit.

On essaie 5 : $5 \times 5 \times 5 = 125$. C'est la bonne valeur.

L'arête mesure donc 5 cm.

Aire d'une face : $5 \times 5 = 25$ cm². Aire totale des 6 faces : $6 \times 25 = 150$ cm².

Réponse. Arête = 5 cm et aire totale = 150 cm².

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. Les cubes parfaits utiles : $2^3 = 8$, $3^3 = 27$, $4^3 = 64$, $5^3 = 125$, $6^3 = 216$, $10^3 = 1000$.

Erreur fréquente. Diviser 125 par 3 : le volume est un produit de trois facteurs, pas une somme.

Correction de l’exercice 19 – Un plan coté

Le nombre de cubes est la somme des hauteurs : $3 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 1 + 1 = 14$ cubes, soit 14 cm³.

Vue de face : dans chaque colonne, on voit la pile la plus haute, soit $3 + 2 + 2 + 1 = 8$ carrés.

Le pavé de $4 \times 2 \times 3$ contient 24 cubes : il faut en ajouter $24 - 14 = 10$.

Réponse. 14 cubes, 14 cm³ · 8 carrés · 10 cubes à ajouter.

Correction de l’exercice 20 – Doubler l’arête

Volume du cube de départ : $3 \times 3 \times 3 = 27$ cm³.

La nouvelle arête mesure $3 \times 2 = 6$ cm.

Nouveau volume : $6 \times 6 \times 6 = 216$ cm³.

On compare : $216 \div 27 = 8$. Le volume est multiplié par 8.

Explication : le volume est un produit de trois longueurs, et chacune est doublée. Le volume est donc multiplié par $2 \times 2 \times 2 = 8$.

Autre façon de le voir : il faut exactement 8 cubes de 3 cm d’arête pour remplir un cube de 6 cm d’arête (2 dans chaque direction).

Réponse. Le volume passe de 27 à 216 cm³ : il est multiplié par 8, soit $2 \times 2 \times 2$.

Rappel de cours. Quand on double toutes les longueurs, l’aire d’une face est multipliée par $2 \times 2 = 4$ et le volume par $2 \times 2 \times 2 = 8$.

Erreur fréquente. Croire que le volume double : c’est l’erreur la plus fréquente sur les agrandissements de solides.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).