# Fonction logarithme népérien — Terminale maths complémentaires

## 20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

### Présentation

Le logarithme népérien, réciproque de l'exponentielle, transforme les produits en sommes : $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. C'est l'outil qui permet de résoudre une équation dont l'inconnue est en exposant, de calculer un seuil, une demi-vie ou un temps de doublement. Ces 20 exercices corrigés de maths complémentaires vont des simplifications aux études de fonctions, en passant par la datation au carbone 14, le pH et l'algorithme historique de Briggs.

Version en ligne, avec les corrections dépliables : mathlvl.fr/exercices-corriges/terminale-maths-complementaires/fonction-logarithme-neperien

### Exercice 1 – Simplifier

Simplifie chaque expression.

**1.** $\ln(\mathrm{e}^5)$

**2.** $\mathrm{e}^{\ln 3}$

**3.** $\ln 1 + \ln \mathrm{e}$

### Exercice 2 – Avec ln 2 et ln 3

Écris en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$.

**1.** $\ln 18$

**2.** $\ln \frac{4}{9}$

**3.** $\ln \sqrt{8}$

### Exercice 3 – Équations simples

Résous dans $\mathbb{R}$ : a) $\mathrm{e}^x = 7$ ; b) $\ln x = -1$.

### Exercice 4 – Ensemble de définition

Pour quelles valeurs de $x$ l'expression $\ln(3 - x)$ est-elle définie ?

### Exercice 5 – Exposant affine

Résous $\mathrm{e}^{3x-1} = 5$ et donne une valeur approchée au millième.

### Exercice 6 – Inéquation avec exposant négatif

Résous $\mathrm{e}^{-0{,}5x} \leq 0{,}2$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

### Exercice 7 – Inéquation avec logarithme

Résous $\ln(2x+1) > 1$.

### Exercice 8 – Somme de logarithmes

Résous $\ln x + \ln(x+2) = \ln 3$.

### Exercice 9 – Seuil d'une suite géométrique

Un médicament perd 8 % de son efficacité par mois : $E_n = E_0 \times 0{,}92^n$. Au bout de combien de mois l'efficacité passe-t-elle sous 25 % de sa valeur initiale ?

### Exercice 10 – Temps de doublement

Une population augmente de 4 % par an. Au bout de combien d'années aura-t-elle doublé ?

### Exercice 11 – Étude d'une fonction

Soit $f(x) = x - 3\ln x$ sur $]0\,;+\infty[$. Étudie ses variations et donne son minimum.

### Exercice 12 – Maximum d'un quotient

Soit $g(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$. Montre que $g'(x) = \dfrac{1-\ln x}{x^2}$ et déduis-en le maximum de $g$.

### Exercice 13 – Iode radioactif

L'iode 131 a une demi-vie de 8 jours : $N(t) = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}$.

**1.** Calcule $\lambda$.

**2.** Quelle proportion reste-t-il au bout de 30 jours ?

### Exercice 14 – Datation au carbone 14

Un fragment de bois contient 30 % du carbone 14 initial. La demi-vie du carbone 14 est 5 730 ans. Estime l'âge du fragment.

### Exercice 15 – pH d'une solution

Le pH d'une solution vaut $\mathrm{pH} = -\log[\mathrm{H_3O\^{}+}]$, avec $\log x = \dfrac{\ln x}{\ln 10}$. Calcule le pH pour $[\mathrm{H_3O\^{}+}] = 2{,}5 \times 10^{-4}$ mol/L (au centième).

### Exercice 16 – Changement de variable

Résous $\mathrm{e}^{2x} - 4\mathrm{e}^{x} + 3 = 0$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

## Exercice 17 – Courbe sous sa tangente

Soit $h(x) = x - 1 - \ln x$ sur $]0\,;+\infty[$.

**1.** Étudie les variations de $h$.

**2.** Déduis-en que $\ln x \leq x - 1$ pour tout $x > 0$. Interprète graphiquement.

## Exercice 18 – Comparer deux puissances

Sans calculatrice puissante, compare $2^{30}$ et $10^{9}$ en utilisant $\ln 2 \approx 0{,}6931$ et $\ln 10 \approx 2{,}3026$.

## Exercice 19 – L'idée de Briggs

On prend trois fois la racine carrée de 2 : $y = 2^{1/8} \approx 1{,}0905$. Pour $y$ proche de 1, $\ln y \approx y - 1$.

**1.** Exprime $\ln 2$ en fonction de $\ln y$.

**2.** Déduis-en une valeur approchée de $\ln 2$ et compare à 0,6931.

## Exercice 20 – Problème : une ville qui grandit

La population d'une ville est modélisée par $P(t) = 5\,000\,\mathrm{e}^{0{,}02t}$, $t$ en années.

**1.** Quel est le pourcentage d'augmentation annuel ?

**2.** En combien d'années la population atteindra-t-elle 8 000 habitants ?

**3.** En combien d'années doublera-t-elle ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).