Limites de fonctions — Terminale spécialité

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Calculer une limite, c'est décrire le comportement d'une fonction quand x tend vers $+\infty$, $-\infty$ ou une valeur interdite. Ces exercices corrigés couvrent tout le programme de Terminale spécialité : limites à l'infini, asymptotes, formes indéterminées (par factorisation du terme dominant), limites par quotient, croissances comparées et théorème des gendarmes. Difficulté croissante, correction détaillée d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/terminale-specialite/limites-de-fonctions

Exercice 1 – Limite d'un polynôme en $+\infty$

Déterminer $\lim_{x \to +\infty} \left(x^2 - 5x + 3\right)$.

Exercice 2 – Limite d'un polynôme en $-\infty$

Déterminer $\lim_{x \to -\infty} \left(-2x^3 + x\right)$.

Exercice 3 – Limite faisant intervenir 1/x

Déterminer $\lim_{x \to +\infty} \left(3 + \frac{1}{x}\right)$ et $\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x}$.

Exercice 4 – Limites en 0

Déterminer $\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x^2} + 3\right)$ et $\lim_{x \to 0^+} \left(-\frac{2}{x}\right)$.

Exercice 5 – Asymptote horizontale

Soit $f(x) = \dfrac{2x+1}{x}$. Déterminer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et en déduire une asymptote.

Exercice 6 – Asymptote verticale

Soit $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$. Déterminer les limites en 2^+ et 2^-, puis donner l'asymptote verticale.

Exercice 7 – Forme indéterminée $\infty - \infty$

Déterminer $\lim_{x \to +\infty} \left(x^2 - x\right)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 8 – Limite d'un quotient de polynômes

Déterminer $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{3x^2+1}{x^2-4}$.

Exercice 9 – Quotients en $-\infty$

Déterminer $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{2x^3-x}{x^3+4}$ et $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{x^2+1}{1-x}$.

Exercice 10 – Quotient avec degrés différents

Déterminer $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{x+1}{x^2+3}$ et $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{2x^3}{x^2+1}$.

Exercice 11 – Limite avec valeur interdite

Déterminer $\lim_{x \to 3} \dfrac{x^2-9}{x-3}$.

Exercice 12 – Croissances comparées

Déterminer $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^2}$ et $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x}$.

Exercice 13 – Théorème des gendarmes

Déterminer $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{\cos x}{x}$.

Exercice 14 – Limites de fonctions composées

Déterminer $\lim_{x \to +\infty} e^{-x^2+1}$ et $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x}$.

Exercice 15 – Type bac : asymptote oblique

Soit $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$ pour $x > 0$. 1) Montrer que $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$. 2) En déduire que la droite $y = x$ est asymptote oblique en $+\infty$.

Exercice 16 – Type bac : forme indéterminée avec exponentielle

Déterminer $\lim_{x \to +\infty} (e^x - x)$ puis $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{e^x-1}{x}$.

Exercice 17 – Type bac : limite par quantité conjuguée

Déterminer $\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2+1} - x\right)$.

Exercice 18 – Type bac : asymptote horizontale

Soit $f(x) = \dfrac{3x-1}{x+2}$. Déterminer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et en déduire une asymptote.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 19 – Type bac : étude complète d'une fonction homographique

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \dfrac{2x^2 + 3}{x + 1}$. On note C sa courbe représentative et D la droite d'équation $y = 2x - 2$.

1. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

2. Vérifier que pour tout $x \neq -1$, $f(x) = 2x - 2 + \dfrac{5}{x + 1}$.

3. En déduire les limites de f en -1 à gauche et à droite, et interpréter graphiquement.

4. Démontrer que D est asymptote oblique à C en $+\infty$ et en $-\infty$.

5. Étudier la position relative de C et de D.

Exercice 20 – Type bac : limites et nombre dérivé

En reconnaissant des taux d'accroissement, déterminer $\lim_{x \to 1} \dfrac{\ln x}{x - 1}$ et $\lim_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).