Limites de suites — Terminale spécialité

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Une suite peut converger (tendre vers un nombre fini) ou diverger (tendre vers $\pm\infty$ ou n'avoir aucune limite). Ces exercices corrigés couvrent les limites de référence, les limites de suites géométriques (q^n), les formes indéterminées, le théorème des gendarmes, le théorème de comparaison et le théorème de la limite monotone. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/terminale-specialite/limites-de-suites

Exercice 1 – Limites de référence

Déterminer $\lim_{n\to+\infty} n^2$, $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n}$ et $\lim_{n\to+\infty} \sqrt{n}$.

Exercice 2 – Limite d'une suite géométrique (1)

Déterminer $\lim_{n\to+\infty} 2^n$ et $\lim_{n\to+\infty} 0{,}5^n$.

Exercice 3 – Limite et suite alternée

Déterminer $\lim_{n\to+\infty} \left(5 - \frac{3}{n^2}\right)$ et $\lim_{n\to+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$.

Exercice 4 – Limite d'une suite géométrique (2)

Déterminer $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n$ et $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{5}{2}\right)^n$.

Exercice 5 – Somme/différence de limites

Déterminer $\lim_{n\to+\infty} \left(3 + \frac{2}{n}\right)$ et $\lim_{n\to+\infty} \left(n^2 + \frac{1}{n}\right)$.

Exercice 6 – Forme indéterminée (polynôme)

Déterminer $\lim_{n\to+\infty} \left(n^2 - 3n\right)$.

Exercice 7 – Raison négative

Étudier la limite de $(-0{,}5)^n$ et de $(-2)^n$.

Exercice 8 – Forme indéterminée (quotient)

Déterminer $\lim_{n\to+\infty} \frac{2n+1}{n+3}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Avec une suite géométrique au quotient

Déterminer $\lim_{n \to +\infty} \dfrac{2^n + 1}{2^n}$.

Exercice 10 – Théorème des gendarmes

Déterminer $\lim_{n \to +\infty} \dfrac{\sin n}{n}$.

Exercice 11 – Théorème de comparaison

Soit (u_n) telle que $u_n \geq n^2 - 5$ pour tout n. Déterminer $\lim_{n \to +\infty} u_n$.

Exercice 12 – Limite et croissance comparée

Déterminer $\lim_{n \to +\infty} \dfrac{n}{2^n}$.

Exercice 13 – Différence de deux suites géométriques

Déterminer $\lim_{n \to +\infty} \left(3^n - 2^n\right)$.

Exercice 14 – Type bac : convergence par limite monotone

Soit (u_n) croissante et majorée par 10. Que peut-on affirmer sur sa convergence ? Et si une suite est croissante mais non majorée ?

Exercice 15 – Type bac : suite récurrente et point fixe

Soit (u_n) avec $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$. On admet qu'elle converge vers un réel ℓ. Déterminer ℓ.

Exercice 16 – Type bac : forme indéterminée avec conjuguée

Déterminer $\lim_{n \to +\infty} \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right)$.

Exercice 17 – Type bac : limite d'un quotient en n²

Déterminer $\lim_{n \to +\infty} \dfrac{n^2 + 1}{2n^2 - 3}$.

Exercice 18 – Type bac : suite récurrente et point fixe

Soit (u_n) avec $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 0{,}5\,u_n + 2$. On admet qu'elle converge vers ℓ. Déterminer ℓ.

Exercice 19 – Type bac : limites par q ⁿ, encadrement et seuil

On considère les suites définies pour $n \geq 0$ par $u_n = 2 + 3 \times 0{,}5^n$ et $v_n = \dfrac{\cos(n)}{n+1}$.

1. Déterminer la limite de (u_n) et justifier.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2. Étudier le sens de variation de (u_n).

3. Montrer que pour tout n, $-\dfrac{1}{n+1} \leq v_n \leq \dfrac{1}{n+1}$, puis en déduire la limite de (v_n).

4. En déduire la limite de la suite (w_n) définie par $w_n = u_n + v_n$.

5. Déterminer le plus petit entier n tel que $|u_n - 2| < 10^{-2}$.

Exercice 20 – Type bac : une somme télescopique

Pour $n \geq 1$, on pose $S_n = \dfrac{1}{1\times 2} + \dfrac{1}{2\times 3} + \cdots + \dfrac{1}{n(n+1)}$.

1. Vérifier que $\dfrac{1}{k(k+1)} = \dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k+1}$.

2. En déduire une expression simple de S_n.

3. Déterminer la limite de (S_n).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).