Probabilités conditionnelles — Terminale spécialité

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

La probabilité conditionnelle $P_A(B)$ est la probabilité de B sachant que A est réalisé : $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$. On la visualise avec un arbre pondéré et on relie le tout par la formule des probabilités totales. Ces exercices corrigés couvrent arbres, formule des probabilités totales, indépendance et formule de Bayes (probabilités « inversées »), du plus simple au type bac. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/terminale-specialite/probabilites-conditionnelles

Exercice 1 – Définition d'une conditionnelle

On donne $P(A) = 0{,}4$ et $P(A \cap B) = 0{,}1$. Calculer $P_A(B)$.

Exercice 2 – Intersection à partir d'une conditionnelle

On donne $P(A) = 0{,}6$ et $P_A(B) = 0{,}3$. Calculer $P(A \cap B)$.

Exercice 3 – Lire un arbre pondéré

Un arbre indique $P(A) = 0{,}7$, $P_A(B) = 0{,}2$. Calculer la probabilité du chemin A puis B.

Exercice 4 – Chemin par la branche contraire

Sur un arbre pondéré, $P(A) = 0{,}25$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}4$. Calculer $P(\overline{A} \cap B)$.

Exercice 5 – Compléter un arbre

Sur un arbre, la première branche donne $P(A) = 0{,}3$. Quelle est la probabilité $P(\overline{A})$? Si $P_A(B) = 0{,}8$, que vaut $P_A(\overline{B})$?

Exercice 6 – Formule des probabilités totales

On donne $P(A) = 0{,}6$, $P_A(B) = 0{,}5$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}2$. Calculer $P(B)$.

Exercice 7 – Tableau croisé

Dans une classe de 30 élèves, 18 font de l'allemand (A), et parmi eux 12 font aussi de l'espagnol (E). On choisit un élève au hasard. Calculer $P_A(E)$.

Exercice 8 – Cœur et roi : indépendants ?

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. C : « la carte est un cœur » ; K : « la carte est un roi ». Les événements C et K sont-ils indépendants ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Tester l'indépendance

On donne $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}4$ et $P(A \cap B) = 0{,}2$. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 10 – Probabilité totale et arbre complet

Une urne 1 (choisie avec proba 0,5) contient 3 boules rouges sur 5 ; une urne 2 (proba 0,5) contient 1 rouge sur 4. On tire une boule. Calculer la probabilité R qu'elle soit rouge.

Exercice 11 – Probabilité inversée (Bayes)

Avec l'exemple précédent ($P(R) = 0{,}425$), calculer la probabilité que la boule rouge provienne de l'urne 1, c'est-à-dire $P_R(U_1)$.

Exercice 12 – Indépendance et calcul

A et B sont indépendants avec $P(A) = 0{,}3$ et $P(B) = 0{,}5$. Calculer $P(A \cap B)$ puis $P(A \cup B)$.

Exercice 13 – Partition en trois : la météo et les retards

Un jour, il fait beau avec une probabilité de 0,5, nuageux avec 0,3, pluvieux avec 0,2. Le bus est en retard avec une probabilité de 0,05 par beau temps, 0,1 par temps nuageux et 0,4 sous la pluie.

1. Calculer la probabilité que le bus soit en retard.

2. Le bus est en retard. Quelle est la probabilité qu'il pleuve ?

Exercice 14 – Type bac : test médical (1)

Une maladie touche 2% d'une population. Un test est positif dans 95% des cas si la personne est malade (M), et positif dans 3% des cas si elle est saine. On note T « test positif ». Calculer $P(T)$.

Exercice 15 – Type bac : test médical (2 - Bayes)

En reprenant le test ($P(T) \approx 0{,}0484$), calculer la probabilité qu'une personne au test positif soit réellement malade, $P_T(M)$. Commenter.

Exercice 16 – Type bac : succession d'épreuves

Un joueur a $P = 0{,}8$ de réussir un tir. S'il réussit, il rejoue ; sinon il s'arrête. Calculer la probabilité qu'il réussisse exactement ses deux premiers tirs et rate le troisième (tirs indépendants).

Exercice 17 – Type bac : arbre à trois niveaux

Trois machines produisent respectivement 50%, 30% et 20% des pièces, avec des taux de défaut 2%, 4% et 5%. Calculer la probabilité D qu'une pièce prise au hasard soit défectueuse.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 18 – Type bac : indépendance par les conditionnelles

On donne $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}3$ et $P_A(B) = 0{,}3$. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 19 – Type bac : deux machines et formule de Bayes

Une usine fabrique des pièces avec deux machines. La machine A produit 70% des pièces, la machine B les 30% restants. Parmi les pièces de A, 2% sont défectueuses ; parmi celles de B, 6% le sont. On prélève une pièce au hasard. On note A, B les événements « la pièce vient de A / de B » et D « la pièce est défectueuse ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.

2. Calculer $P(A \cap D)$.

3. Démontrer que $P(D) = 0{,}032$.

4. La pièce prélevée est défectueuse. Calculer la probabilité qu'elle provienne de la machine A, arrondie à 10^{-3}.

5. Les événements A et D sont-ils indépendants ? Justifier.

Exercice 20 – Type bac : une suite de probabilités

Un élève est en retard le jour 0 avec une probabilité $p_0 = 0{,}5$. S'il est en retard un jour, il l'est le lendemain avec une probabilité 0,3 ; s'il est à l'heure, il est en retard le lendemain avec une probabilité 0,1. On note p_n la probabilité d'être en retard le jour n.

1. Montrer que $p_{n+1} = 0{,}2p_n + 0{,}1$.

2. On pose $v_n = p_n - 0{,}125$. Montrer que (v_n) est géométrique, puis exprimer p_n.

3. Déterminer la limite de (p_n) et l'interpréter.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).