Automatismes — Terminale STI2D

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Les automatismes de terminale STI2D reprennent les réflexes de première — proportions, pourcentages, calcul littéral, lectures graphiques — et y ajoutent trois outils que le bac mobilise constamment : les INDICES base 100, le TAUX D'ÉVOLUTION MOYEN (celui qui, répété n fois, donne l'évolution globale) et la lecture d'un nombre dérivé sur une tangente. Ces 20 exercices corrigés sont posés dans des situations d'atelier et de bureau d'études : suivi de production, prix de revient, dilution, consommation, relevés de capteurs. La difficulté est croissante : commence par les premiers, l'énoncé puis la correction détaillée s'affichent d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables : mathlvl.fr/exercices-corriges/terminale-sti2d/automatismes

Exercice 1 – Proportion et effectif

Un atelier a produit 2 400 pièces ce mois-ci, dont 1 560 destinées à l'export.

1. Quelle proportion de la production est exportée ? Donne le résultat en pourcentage.

2. L'atelier veut porter cette proportion à 70% le mois prochain, à production constante. Combien de pièces exportera-t-il ?

Exercice 2 – Du taux au coefficient, et retour

Quatre évolutions sont relevées sur les coûts d'un atelier : +3,5%, −12%, +100% et une multiplication par 0,96.

1. Donne le coefficient multiplicateur des trois premières.

2. Traduis la quatrième en taux d'évolution.

Exercice 3 – Développer, factoriser

On considère $A = (3x - 2)^2$, $B = (2x + 5)(2x - 5)$ et $C = 4x^2 - 12x$.

1. Développe A et B.

2. Factorise C, puis résous $C = 0$.

Exercice 4 – Puissances et ordres de grandeur

Une mémoire stocke 512 Go, soit 512×10^9 octets. Un fichier de mesure pèse 3,2 Mo, soit $3{,}2 \times 10^6$ octets.

1. Écris la capacité de la mémoire en notation scientifique.

2. Combien de fichiers peut-on stocker ? Donne un ordre de grandeur.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

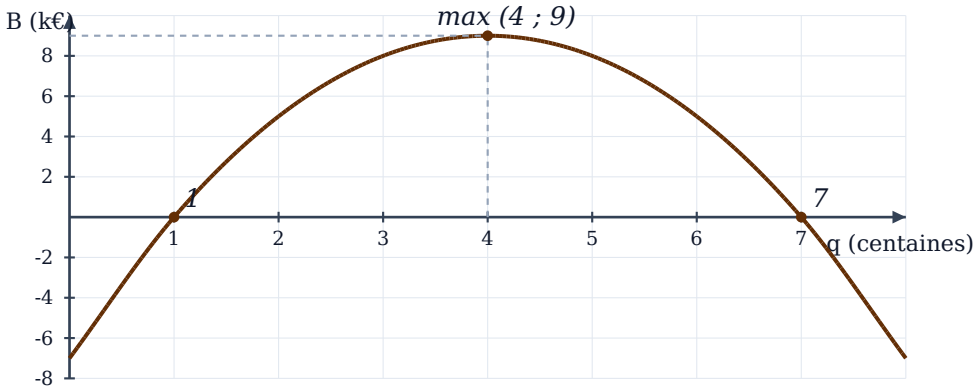
Exercice 5 – Lecture graphique d’une production

La courbe donne le bénéfice B (en milliers d’euros) d’un atelier en fonction de la quantité q produite (en centaines d’unités).

1. Lis le bénéfice pour $q = 4$.

2. Pour quelles quantités le bénéfice est-il positif ?

3. Quelle quantité maximise le bénéfice, et quel est ce maximum ?



Exercice 6 – Évolutions successives

Le prix d’un composant a augmenté de 15% en 2024, puis de 8% en 2025, puis a baissé de 10% en 2026.

1. Calcule le coefficient multiplicateur global.

2. En déduire le taux d’évolution global, arrondi à 0,1%.

3. Le composant valait 24 € début 2024. Que vaut-il fin 2026 ?

Exercice 7 – Taux réciproque

La consommation d’un équipement a baissé de 35% après un remplacement.

1. Quel coefficient permettrait de revenir à la consommation initiale ?

2. Quel taux d’évolution cela représente-t-il, arrondi à 0,1% ?

3. Une hausse de 35% suffirait-elle ?

Exercice 8 – Indices base 100

La production d’un atelier est indexée sur 2023 (base 100). L’indice vaut 112 en 2024 et 103,5 en 2025.

1. Quel est le taux d’évolution de la production entre 2023 et 2024 ?

2. Et entre 2024 et 2025 ?

3. La production de 2023 valait 5 000 unités. Que vaut celle de 2025 ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Résoudre pour trouver un seuil

Le coût de production de q pièces est $C(q) = 18q + 2\,400$ euros, et chaque pièce se vend 30 €.

1. Exprime le bénéfice $B(q)$.

2. Détermine le seuil de rentabilité.

3. Combien faut-il produire pour un bénéfice d'au moins 3 000 € ?

Exercice 10 – Lire un nombre dérivé

La courbe d'une fonction f passe par $A(1\,;4)$ et $B(5\,;2)$. La tangente en A passe par le point $P(3\,;10)$, et la tangente en B est horizontale.

1. Détermine $f(1)$, $f'(1)$, $f(5)$ et $f'(5)$.

2. Donne l'équation de la tangente en A.

Exercice 11 – Taux d'évolution moyen

La production d'un atelier a augmenté de 21% en trois ans.

1. Calcule le taux d'évolution moyen annuel, arrondi à 0,01%.

2. Vérifie le résultat.

3. Pourquoi ce taux n'est-il pas 7% ?

Exercice 12 – Pourcentage d'un pourcentage

Dans une entreprise de 500 salariés, 40% travaillent en production. Parmi eux, 25% sont en équipe de nuit. Au total, 12% des salariés de l'entreprise travaillent de nuit.

1. Combien de salariés de production travaillent de nuit ?

2. Quel pourcentage de l'ensemble des salariés cela représente-t-il ?

3. Quelle proportion des salariés de nuit travaille en production ?

Exercice 13 – Inéquation et seuil de consommation

La consommation d'un équipement, en kWh par jour, est modélisée par $c(t) = 45 - 1{,}5t$, où t est le nombre de mois depuis une opération de réglage ($0 \leq t \leq 20$).

1. À partir de quel mois la consommation passe-t-elle sous 30 kWh ?

2. Le modèle reste-t-il valable pour $t = 20$? Et au-delà ?

Exercice 14 – Comparer deux devis

Deux prestataires proposent l'usinage de x pièces. Devis A : 1 200 € de mise en route plus 14 € par pièce. Devis B : 400 € de mise en route plus 22 € par pièce.

1. Exprime les coûts $a(x)$ et $b(x)$.

2. Détermine la quantité pour laquelle les deux devis s'égalent.

3. Pour une commande de 150 pièces, quel devis choisir ? Et pour 50 pièces ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 15 – Lire un tableau de variations

Une fonction f est définie sur $[0\,;12]$. Son tableau de variations indique : f croissante de $f(0) = -4$ à $f(5) = 7$, puis décroissante jusqu'à $f(12) = -1$.

1. Donne le maximum de f et le nombre de solutions de $f(x) = 0$.

2. Combien de solutions a l'équation $f(x) = 7$? Et $f(x) = 9$?

3. Donne le signe de $f'(x)$ sur $[0\,;12]$.

Exercice 16 – Type bac : suivi d'un chiffre d'affaires

Le chiffre d'affaires d'un atelier était de 840 k€ en 2021 et de 1 260 k€ en 2026.

1. Calcule le taux d'évolution global sur la période.

2. Calcule le taux d'évolution moyen annuel, arrondi à 0,01%.

3. En supposant ce rythme maintenu, estime le chiffre d'affaires de 2029.

4. En quelle année dépasserait-il 2 000 k€ ?

Exercice 17 – Type bac : prix de revient et marge

Une pièce coûte 46 € à produire. L'atelier applique une marge de 35% sur ce prix de revient, puis la TVA à 20%.

1. Calcule le prix de vente hors taxes, puis le prix TTC.

2. Un client obtient une remise de 8% sur le prix TTC. Combien paie-t-il ?

3. Quelle marge réelle, en pourcentage du prix de revient, l'atelier réalise-t-il après cette remise ?

Exercice 18 – Type bac : dilution d'une solution

Un atelier dispose de 12 L d'une solution de dégraissant à 30% et de solution à 5% en quantité illimitée. On veut obtenir un mélange à 20%.

1. Quelle quantité de solution à 5% faut-il ajouter aux 12 L ?

2. Quel volume total obtient-on ?

3. Vérifie le résultat par le calcul de la masse de produit actif.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

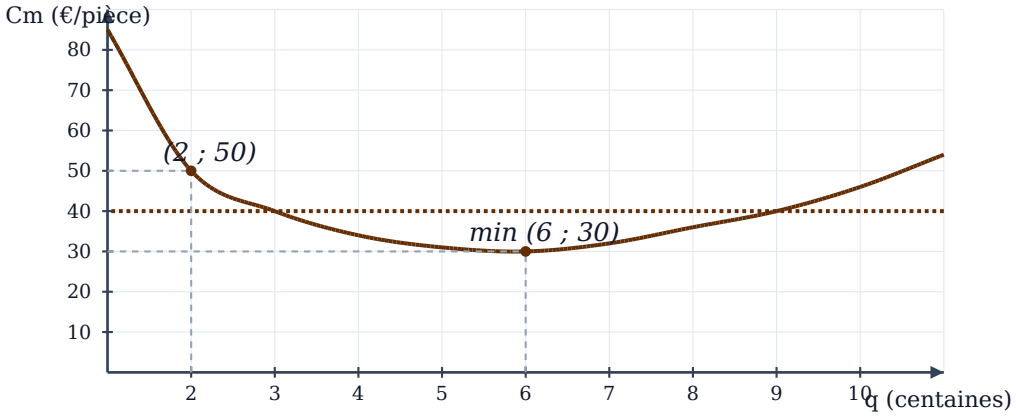
Exercice 19 – Type bac : exploiter un graphique de production

La courbe donne le coût moyen C_m (en euros par pièce) d'un atelier en fonction de la quantité q produite (en centaines de pièces). Le prix de vente est fixé à 40 € la pièce.

1. Lis le coût moyen pour $q = 2$ et $q = 6$.

2. Pour quelles quantités l'atelier est-il rentable ?

3. Quelle quantité minimise le coût moyen, et que vaut alors la marge unitaire ?



Exercice 20 – Type bac : calcul littéral et dimensionnement

Une plaque rectangulaire mesure $(x + 6)$ cm sur $(x + 2)$ cm. On y découpe un carré de côté x cm.

1. Exprime l'aire restante $A(x)$ sous forme développée réduite.

2. Factorise $A(x)$.

3. Détermine x pour que l'aire restante soit de 60 cm².

4. Cette aire peut-elle valoir 10 cm² ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Proportion et effectif

Une proportion est un quotient : $\dfrac{\text{partie}}{\text{total}}$.

$\dfrac{1\,560}{2\,400} = 0{,}65$, soit 65% de la production exportée.

Pour 70% de 2 400 : $0{,}70 \times 2\,400 = 1\,680$ pièces.

Contrôle : l'écart est de $1\,680 - 1\,560 = 120$ pièces, ce qui correspond bien aux 5 points de pourcentage gagnés ($0{,}05 \times 2\,400 = 120$) ✔.

Vocabulaire à ne pas confondre : passer de 65% à 70%, c'est +5 POINTS de pourcentage, mais une hausse de $\dfrac{120}{1\,560} \approx 7{,}7\%$ du nombre de pièces exportées.

Réponse. 65% de la production est exportée · 1 680 pièces pour atteindre 70%.

Rappel de cours. Proportion = $\dfrac{\text{partie}}{\text{total}}$ · prendre t% d'un total, c'est multiplier par $\frac{t}{100}$.

Erreur fréquente. Confondre « +5 points » et « +5% » : une hausse de 5% des exportations donnerait 1 638 pièces, pas 1 680.

Correction de l'exercice 2 – Du taux au coefficient, et retour

Formule : $CM = 1 + \dfrac{t}{100}$, avec t négatif pour une baisse.

+3,5% : $CM = 1{,}035$.

−12% : $CM = 0{,}88$.

+100% : $CM = 1 + 1 = 2$ — le coût DOUBLE.

Réciproquement, $t = (CM - 1) \times 100$. Pour $CM = 0{,}96$: $t = -4$, soit une BAISSE de 4%.

Repère utile : un CM supérieur à 1 signale une hausse, inférieur à 1 une baisse, et $CM = 1$ l'absence d'évolution.

Réponse. 1,035 · 0,88 · 2 · et $CM = 0{,}96$ correspond à une baisse de 4%.

Rappel de cours. $CM = 1 + \frac{t}{100}$ et $t = (CM - 1) \times 100$. Ces deux formules s'utilisent dans les deux sens sans réfléchir.

Erreur fréquente. Traduire +100% par $CM = 1$: ce serait « aucune évolution ». Doubler, c'est $CM = 2$.

Correction de l'exercice 3 – Développer, factoriser

$A = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$.

B est de la forme $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ avec $a = 2x$ et $b = 5$: $B = 4x^2 - 25$.

$C = 4x^2 - 12x$: le facteur commun est $4x$, donc $C = 4x(x-3)$.

$C = 0$ équivaut à $4x = 0$ ou $x - 3 = 0$, soit $x = 0$ ou $x = 3$.

Contrôle en $x = 1$: $A = 9 - 12 + 4 = 1$ et $(3-2)^2 = 1$ ✔ ; $C = 4 - 12 = -8$ et $4 \times 1 \times (-2) = -8$ ✔.

Réponse. $A = 9x^2 - 12x + 4$ · $B = 4x^2 - 25$ · $C = 4x(x-3)$, nul pour $x = 0$ et $x = 3$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ · $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ · équation produit : chaque facteur peut être nul.

Erreur fréquente. Simplifier $C = 0$ « en divisant par x » : on perd la solution $x = 0$.

Correction de l'exercice 4 – Puissances et ordres de grandeur

$512 \times 10^9 = 5{,}12 \times 10^2 \times 10^9 = 5{,}12 \times 10^{11}$ octets.

Nombre de fichiers : $\dfrac{5{,}12 \times 10^{11}}{3{,}2 \times 10^6} = \dfrac{5{,}12}{3{,}2} \times 10^{11-6}$.

$\dfrac{5{,}12}{3{,}2} = 1{,}6$, donc le quotient vaut $1{,}6 \times 10^5 = 160\,000$ fichiers.

Ordre de grandeur : environ 10^5, c'est-à-dire une centaine de milliers de fichiers.

Contrôle mental : 3,2 Mo, c'est environ 3×10^{-3} Go ; $\dfrac{512}{0{,}003} \approx 170\,000$ ✔ cohérent.

Réponse. $5{,}12 \times 10^{11}$ octets · environ $1{,}6 \times 10^5$ fichiers, soit 160 000.

Rappel de cours. $\dfrac{10^p}{10^q} = 10^{p-q}$. On sépare toujours les mantisses et les puissances de 10.

Erreur fréquente. Diviser les exposants (11 ÷ 6) au lieu de les soustraire.

Correction de l'exercice 5 – Lecture graphique d'une production

Pour $q = 4$: on monte depuis 4 sur l'axe des abscisses jusqu'à la courbe, on lit $B = 9$ milliers d'euros.

Le bénéfice est positif lorsque la courbe est AU-DESSUS de l'axe des abscisses : on lit cela entre $q = 1$ et $q = 7$.

Donc $B(q) > 0$ pour $1 < q < 7$, c'est-à-dire entre 100 et 700 unités.

Le point le plus haut de la courbe est atteint en $q = 4$, à la hauteur 9 : le bénéfice maximal vaut 9 milliers d'euros pour 400 unités produites.

Contrôle de cohérence : le sommet (4 ; 9) est au milieu des deux racines 1 et 7, puisque $\dfrac{1+7}{2} = 4$ ✔ — la courbe est bien symétrique, comme une parabole.

Les deux seuils $q = 1$ et $q = 7$ sont les seuils de rentabilité : en dessous et au-delà, l'atelier perd de l'argent.

Réponse. $B(4) = 9$ milliers d'euros · bénéfice positif pour $1 < q < 7$ · maximum de 9 milliers d'euros pour $q = 4$ (soit 400 unités).

Rappel de cours. Signe d'une fonction sur un graphique : positif là où la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses, négatif en dessous.

Correction de l'exercice 6 – Évolutions successives

Les coefficients se MULTIPLIENT : $CM = 1{,}15 \times 1{,}08 \times 0{,}90$.

$1{,}15 \times 1{,}08 = 1{,}242$, puis $1{,}242 \times 0{,}90 = 1{,}117\,8$.

Taux global : $t = (1{,}117\,8 - 1) \times 100 = 11{,}78$, soit environ +11,8%.

Prix fin 2026 : $24 \times 1{,}117\,8 = 26{,}827\,2$, soit environ 26,83 €.

Contrôle étape par étape : $24 \to 27{,}60 \to 29{,}808 \to 26{,}827$ ✔.

À noter : la somme des taux donnerait $15 + 8 - 10 = 13\%$, au lieu des 11,8% réels. L'écart vient de ce que chaque pourcentage porte sur une base différente.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. $CM = 1{,}117\,8$ · évolution globale +11,8% · prix final ≈ 26,83 €.

Rappel de cours. Évolutions successives : on multiplie les coefficients, JAMAIS on n'additionne les taux.

Erreur fréquente. Arrondir les coefficients intermédiaires : le calcul doit être mené d'un bloc, sinon l'erreur s'accumule.

Correction de l'exercice 7 – Taux réciproque

La baisse de 35% correspond à $CM = 0{,}65$.

Pour revenir en arrière, il faut le coefficient RÉCIPROQUE : $\dfrac{1}{0{,}65} \approx 1{,}538\,5$.

Taux correspondant : $t = (1{,}538\,5 - 1) \times 100 \approx 53{,}8\%$.

Non, une hausse de 35% ne suffirait pas : $0{,}65 \times 1{,}35 = 0{,}877\,5$, ce qui laisse encore 12,25% en dessous de la valeur initiale.

Explication de l'asymétrie : les 35% de baisse sont pris sur la valeur initiale, alors que la hausse s'applique à une base plus petite (65% de l'initiale). Il faut donc un pourcentage plus grand.

Contrôle sur un exemple : $100 \to 65$ (-35%) $\to 65 \times 1{,}538\,5 \approx 100$ ✔.

Réponse. $CM = \dfrac{1}{0{,}65} \approx 1{,}538$ · soit une hausse d'environ 53,8% · une hausse de 35% ne suffit pas (il resterait $-12{,}25\%$).

Rappel de cours. Coefficient réciproque : $\dfrac{1}{CM}$. Une baisse de t% ne se compense jamais par une hausse de t%.

Erreur fréquente. Répondre +35% par symétrie apparente : l'erreur classique, qui laisse un écart de plus de 12 points.

Correction de l'exercice 8 – Indices base 100

Un indice base 100 se lit directement : 112 signifie +12% par rapport à l'année de référence 2023.

Entre 2024 et 2025, on ne peut PAS soustraire les indices. On calcule le coefficient : $\dfrac{103{,}5}{112} \approx 0{,}924\,1$.

Taux : $(0{,}924\,1 - 1) \times 100 \approx -7{,}6\%$: la production a baissé de 7,6% entre 2024 et 2025.

Production de 2025 : l'indice 103,5 correspond à +3,5% par rapport à 2023, donc $5\,000 \times 1{,}035 = 5\,175$ unités.

Contrôle : production 2024 = $5\,000 \times 1{,}12 = 5\,600$, puis $5\,600 \times 0{,}924\,1 \approx 5\,175$ ✔.

À retenir : un indice se compare toujours à la BASE. Pour passer d'une année à une autre, on fait le quotient des indices.

Réponse. +12% entre 2023 et 2024 · $-7{,}6\%$ entre 2024 et 2025 · production 2025 = 5 175 unités.

Rappel de cours. Indice base 100 : $I = 100 \times \dfrac{\text{valeur}}{\text{valeur de référence}}$. Entre deux années, on divise les indices.

Erreur fréquente. Écrire $103{,}5 - 112 = -8{,}5\%$: une différence d'indices donne des POINTS d'indice, pas un pourcentage d'évolution.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 9 – Résoudre pour trouver un seuil

Recette : $R(q) = 30q$. Bénéfice : $B(q) = 30q - (18q + 2\,400) = 12q - 2\,400$.

Seuil de rentabilité : $B(q) = 0$ donne $12q = 2\,400$, soit $q = 200$ pièces.

Pour $B(q) \geq 3\,000$: $12q - 2\,400 \geq 3\,000$, donc $12q \geq 5\,400$ et $q \geq 450$.

Il faut produire au moins 450 pièces.

Contrôle : $B(450) = 5\,400 - 2\,400 = 3\,000$ € ✔.

Lecture du 12 : chaque pièce rapporte 30 € et coûte 18 € de matière, donc contribue 12 € au remboursement des 2 400 € de charges fixes. Il en faut 200 pour les couvrir.

Réponse. $B(q) = 12q - 2\,400$ · seuil de rentabilité à 200 pièces · au moins 450 pièces pour 3 000 € de bénéfice.

Rappel de cours. Bénéfice = recette − coût. Le seuil de rentabilité annule le bénéfice.

Erreur fréquente. Oublier la parenthèse en soustrayant le coût : $30q - 18q + 2\,400$ donnerait un bénéfice toujours positif.

Correction de l’exercice 10 – Lire un nombre dérivé

$f(1) = 4$ et $f(5) = 2$: ce sont les ordonnées des points de la courbe.

$f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente en A, calculé avec $A(1\,;4)$ et $P(3\,;10)$.

$f'(1) = \dfrac{10-4}{3-1} = \dfrac{6}{2} = 3$.

La tangente en B est horizontale, donc $f'(5) = 0$.

Équation de la tangente en A : $y = f'(1)(x-1) + f(1) = 3(x-1) + 4 = 3x + 1$.

Contrôle : cette droite passe par $A(1\,;4)$ ($3 + 1 = 4$ ✔) et par $P(3\,;10)$ ($9 + 1 = 10$ ✔).

Interprétation : en $x = 1$ la courbe monte vite (pente 3) ; en $x = 5$ elle est plate, ce qui signale un extremum.

Réponse. $f(1) = 4$, $f'(1) = 3$, $f(5) = 2$, $f'(5) = 0$ · tangente en A : $y = 3x + 1$.

Rappel de cours. $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente au point d’abscisse a · tangente horizontale $\Leftrightarrow f'(a) = 0$.

Erreur fréquente. Confondre $f(1) = 4$ (une ordonnée) et $f'(1) = 3$ (une pente) : deux informations de natures différentes.

Correction de l’exercice 11 – Taux d’évolution moyen

Le coefficient global vaut 1,21. On cherche le coefficient annuel c tel que $c^3 = 1{,}21$.

Donc $c = 1{,}21^{1/3} = \sqrt[3]{1{,}21} \approx 1{,}065\,602$.

Taux moyen annuel : $t = (1{,}065\,602 - 1) \times 100 \approx 6{,}56\%$.

Vérification : $1{,}0656^3 \approx 1{,}2099$, soit +21,0% ✔ à l’arrondi près.

Ce n’est pas 7% car les hausses se COMPOSENT : trois hausses de 7% donneraient $1{,}07^3 \approx 1{,}225$, soit +22,5%, un peu trop.

À retenir : le taux moyen est toujours un peu INFÉRIEUR au taux global divisé par le nombre d’années (21 ÷ 3 = 7), parce que chaque hausse porte sur une base déjà augmentée.

Réponse. $c = \sqrt[3]{1{,}21} \approx 1{,}0656$, soit un taux moyen annuel d’environ 6,56% (et non 7%).

Rappel de cours. Taux moyen sur n périodes : $c = CM^{1/n}$, puis $t = (c - 1) \times 100$. On

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

extrait la racine n-ième.

Erreur fréquente. Diviser le taux global par le nombre d'années : 7% au lieu de 6,56%. L'écart grandit avec l'amplitude de l'évolution.

Correction de l'exercice 12 – Pourcentage d'un pourcentage

Salariés de production : $0{,}40 \times 500 = 200$.

Parmi eux, ceux de nuit : $0{,}25 \times 200 = 50$ salariés.

Part de l'effectif total : $\dfrac{50}{500} = 0{,}10$, soit 10% de l'entreprise.

On retrouve ce résultat en composant les proportions : $0{,}40 \times 0{,}25 = 0{,}10$ ✔ — les proportions se MULTIPLIENT.

Salariés de nuit au total : $0{,}12 \times 500 = 60$.

Proportion de production parmi eux : $\dfrac{50}{60} \approx 0{,}833$, soit environ 83,3%.

Lecture d'ensemble : 50 salariés sur 60 qui travaillent de nuit sont en production ; les 10 autres relèvent de la maintenance ou de la surveillance.

À retenir : le même effectif de 50 personnes représente 25% (parmi la production), 10% (de l'entreprise) ou 83,3% (parmi les salariés de nuit). Un pourcentage n'a de sens qu'avec sa référence.

Réponse. 50 salariés de production travaillent de nuit · soit 10% de l'entreprise · et 83,3% des salariés de nuit.

Rappel de cours. Proportion d'une proportion : on MULTIPLIE ($0{,}40 \times 0{,}25 = 0{,}10$), on n'additionne jamais.

Erreur fréquente. Annoncer 65% ou 15% en combinant les taux par addition ou soustraction : les deux pourcentages ne portent pas sur le même ensemble.

Correction de l'exercice 13 – Inéquation et seuil de consommation

On résout $45 - 1{,}5t < 30$, soit $-1{,}5t < -15$.

On divise par $-1{,}5$ en INVERSANT le sens : $t > \dfrac{15}{1{,}5} = 10$.

La consommation passe sous 30 kWh à partir du 11^{e} mois (le premier entier strictement supérieur à 10).

Contrôle : $c(10) = 45 - 15 = 30$ exactement, et $c(11) = 45 - 16{,}5 = 28{,}5 < 30$ ✔.

Pour $t = 20$: $c(20) = 45 - 30 = 15$ kWh. C'est encore positif, le modèle garde un sens sur $[0\,;20]$.

Au-delà, en revanche : $c(30) = 0$ et $c(40) = -15$ kWh, ce qui n'a aucun sens physique. Le modèle affine ne peut pas être prolongé : une consommation décroît vers un palier, elle ne devient pas négative.

Réponse. $t > 10$: la consommation passe sous 30 kWh dès le 11^{e} mois · valable jusqu'à $t = 20$ (15 kWh), mais pas au-delà (valeurs négatives dès $t > 30$).

Rappel de cours. Diviser une inéquation par un nombre négatif en INVERSE le sens. Et tout modèle affine a un domaine de validité.

Erreur fréquente. Garder le sens de l'inégalité : on conclurait $t < 10$, c'est-à-dire exactement le contraire.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 14 – Comparer deux devis

$a(x) = 1\,200 + 14x$ et $b(x) = 400 + 22x$.

Égalité : $1\,200 + 14x = 400 + 22x$.

$1\,200 - 400 = 22x - 14x$, soit $800 = 8x$ et $x = 100$ pièces.

Les deux devis coûtent alors $a(100) = 1\,200 + 1\,400 = 2\,600$ € ✔ (et $b(100) = 400 + 2\,200 = 2\,600$ € ✔).

Pour 150 pièces : $a(150) = 1\,200 + 2\,100 = 3\,300$ € contre $b(150) = 400 + 3\,300 = 3\,700$ €. Le devis A est moins cher (400 € d’écart).

Pour 50 pièces : $a(50) = 1\,900$ € contre $b(50) = 1\,500$ €. Le devis B est moins cher.

Conclusion générale : B pour les petites séries (moins de 100 pièces), A au-delà. C’est la logique du coût fixe élevé compensé par un coût unitaire faible.

Réponse. $a(x) = 1\,200 + 14x$, $b(x) = 400 + 22x$ · égalité à 100 pièces (2 600 €) · A pour 150 pièces, B pour 50 pièces.

Rappel de cours. Comparer deux tarifs affines : on résout l’égalité pour trouver le point de bascule, puis on teste de chaque côté.

Erreur fréquente. Comparer les coûts unitaires (14 € contre 22 €) sans tenir compte de la mise en route : sur 50 pièces, c’est le devis au coût unitaire le plus élevé qui gagne.

Correction de l’exercice 15 – Lire un tableau de variations

Le maximum est $f(5) = 7$, atteint au changement de sens de variation.

Pour $f(x) = 0$: sur $[0\,;5]$, f croît continûment de -4 à 7, donc elle traverse 0 UNE fois. Sur $[5\,;12]$, elle décroît de 7 à -1 : elle traverse encore 0 une fois.

L’équation $f(x) = 0$ a donc exactement DEUX solutions.

$f(x) = 7$: la valeur 7 est le maximum, atteint seulement en $x = 5$ — UNE solution.

$f(x) = 9$: $9 > 7$, donc la valeur n’est jamais atteinte — AUCUNE solution.

Signe de la dérivée : f' est POSITIVE sur $[0\,;5[$ (croissance), NULLE en 5 (extremum), NÉGATIVE sur $]5\,;12]$ (décroissance).

Méthode générale : pour compter les solutions de $f(x) = k$, on compare k aux valeurs extrêmes de chaque branche monotone du tableau. Une solution par branche traversée.

Réponse. Maximum $f(5) = 7$ · $f(x) = 0$ a deux solutions · $f(x) = 7$ une seule, $f(x) = 9$ aucune · $f' > 0$ sur $[0\,;5[$, $f'(5) = 0$, $f' < 0$ sur $]5\,;12]$.

Rappel de cours. Sur chaque branche MONOTONE, l’équation $f(x) = k$ a au plus une solution, et exactement une si k est entre les valeurs aux bornes.

Erreur fréquente. Annoncer deux solutions pour $f(x) = 7$ « par symétrie » : 7 est le maximum, il n’est atteint qu’une fois.

Correction de l’exercice 16 – Type bac : suivi d’un chiffre d’affaires

Coefficient global : $\dfrac{1\,260}{840} = 1{,}5$, soit une hausse globale de 50% sur 5 ans.

Taux moyen annuel : on cherche c tel que $c^5 = 1{,}5$, donc $c = 1{,}5^{1/5} \approx 1{,}084\,472$.

Soit un taux moyen d’environ +8,45% par an.

Contrôle : $1{,}0845^5 \approx 1{,}5003$ ✔.

Estimation 2029 : trois années de plus, donc $1\,260 \times 1{,}084\,472^3$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$1{,}084\,472^{3} \approx 1{,}275\,3$, donc le chiffre d'affaires serait d'environ $1\,260 \times 1{,}275\,3 \approx 1\,606{,}9$ k€.

Pour dépasser 2 000 k€ : on cherche le nombre n d'années après 2026 tel que $1\,260 \times 1{,}084\,472^{n} > 2\,000$, soit $1{,}084\,472^{n} > 1{,}587\,3$.

Balayage : $1{,}084\,472^{5} \approx 1{,}5$ (insuffisant) ; $1{,}084\,472^{6} \approx 1{,}627$ (suffisant).

Il faut donc 6 ans après 2026, soit l'année 2032.

Réserve à formuler : cette projection suppose le rythme des cinq dernières années maintenu pendant six ans de plus — une hypothèse forte, qu'aucune donnée ne garantit.

Réponse. +50% sur 5 ans · taux moyen ≈ +8,45% par an · environ 1 607 k€ en 2029 · dépassement des 2 000 k€ en 2032.

Rappel de cours. Taux moyen : racine n-ième du coefficient global. Toute projection au-delà des données observées est une EXTRAPOLATION.

Erreur fréquente. Diviser 50% par 5 pour annoncer 10% par an : on surestimerait le chiffre d'affaires de 2029 de près de 70 k€.

Correction de l'exercice 17 – Type bac : prix de revient et marge

Prix hors taxes : $46 \times 1{,}35 = 62{,}10$ €.

Prix TTC : $62{,}10 \times 1{,}20 = 74{,}52$ €.

Après remise de 8% : $74{,}52 \times 0{,}92 = 68{,}558\,4$, soit 68,56 €.

Pour la marge réelle, il faut revenir au montant hors taxes encaissé : $\dfrac{68{,}558\,4}{1{,}20} = 57{,}132$ €.

Marge réalisée : $57{,}132 - 46 = 11{,}132$ €.

En pourcentage du prix de revient : $\dfrac{11{,}132}{46} \approx 0{,}242$, soit environ 24,2%.

La remise de 8% a donc fait chuter la marge de 35% à 24,2% : presque 11 points perdus pour 8% de remise.

Explication : la remise s'applique au prix de vente, bien plus élevé que la marge. 8% de 62,10 € HT, soit 4,97 €, représente 31% des 16,10 € de marge initiale.

Contrôle : $46 \times 1{,}242 \approx 57{,}13$ € ✔ le prix HT après remise.

Réponse. 62,10 € HT et 74,52 € TTC · 68,56 € après remise · marge réelle d'environ 24,2% au lieu de 35%.

Rappel de cours. La TVA s'applique APRÈS la marge. Pour analyser une marge, on raisonne toujours en HORS TAXES.

Erreur fréquente. Retirer 8% des 35% de marge pour annoncer 27% : les deux pourcentages ne portent pas sur la même base.

Correction de l'exercice 18 – Type bac : dilution d'une solution

Notons x le volume, en litres, de solution à 5% ajouté. Le volume total devient $12 + x$.

Produit actif apporté par les 12 L : $0{,}30 \times 12 = 3{,}6$ L.

Produit actif apporté par l'ajout : $0{,}05x$.

Le mélange doit titrer 20% : $\dfrac{3{,}6 + 0{,}05x}{12 + x} = 0{,}20$.

On multiplie par $(12 + x)$: $3{,}6 + 0{,}05x = 0{,}20(12 + x) = 2{,}4 + 0{,}20x$.

$3{,}6 - 2{,}4 = 0{,}20x - 0{,}05x$, soit $1{,}2 = 0{,}15x$ et $x = 8$ L.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Volume total : $12 + 8 = 20$ L.

Vérification : produit actif total = $3{,}6 + 0{,}05 \times 8 = 3{,}6 + 0{,}4 = 4$ L, et $\frac{4}{20} = 0{,}20$ ✔ soit bien 20%.

Contrôle de vraisemblance : 20% est entre 5% et 30%, et plus proche de 30% : il est donc normal d'ajouter MOINS de solution diluée (8 L) que le volume concentré de départ (12 L) ✔.

Réponse. Il faut ajouter 8 L de solution à 5% · volume total 20 L · contrôle : 4 L de produit actif dans 20 L, soit 20% ✔.

Rappel de cours. Un problème de mélange se résout en écrivant la conservation de la QUANTITÉ de produit actif, pas des pourcentages.

Erreur fréquente. Faire la moyenne des titres ($\frac{30+5}{2} = 17{,}5\%$) : cela suppose des volumes égaux, ce qui n'est pas le cas ici.

Correction de l'exercice 19 – Type bac : exploiter un graphique de production

Lecture : pour $q = 2$, on lit $C_m = 50$ € par pièce ; pour $q = 6$, on lit $C_m = 30$ € par pièce.

L'atelier est rentable quand le coût moyen est INFÉRIEUR au prix de vente, donc quand la courbe passe sous la droite horizontale $y = 40$.

On lit que c'est le cas entre $q = 3$ et $q = 9$, soit entre 300 et 900 pièces.

Le point le plus bas de la courbe est atteint en $q = 6$, où $C_m = 30$ € : c'est le coût moyen minimal.

Marge unitaire correspondante : $40 - 30 = 10$ € par pièce.

Bénéfice total à cette quantité : $10 \times 600 = 6\,000$ € ($q = 6$ représentant 600 pièces).

Attention à une subtilité : la quantité qui minimise le COÛT MOYEN n'est pas forcément celle qui maximise le BÉNÉFICE total. Ici, avec un prix fixe, les deux coïncident — le bénéfice unitaire est maximal là où le coût moyen est minimal, mais il faudrait comparer les bénéfices totaux $(40 - C_m(q)) \times 100q$ pour conclure en toute rigueur.

Calcul de contrôle à $q = 7$: si $C_m(7) = 32$ €, la marge unitaire tombe à 8 € mais sur 700 pièces, soit 5 600 € — moins que les 6 000 € de $q = 6$ ✔.

Réponse. $C_m(2) = 50$ € et $C_m(6) = 30$ € · rentable pour $3 < q < 9$ (soit 300 à 900 pièces) · coût moyen minimal 30 € en $q = 6$, marge unitaire 10 € et bénéfice total 6 000 €.

Rappel de cours. Rentabilité : coût moyen < prix de vente. Sur un graphique, c'est la courbe sous la droite horizontale du prix.

Correction de l'exercice 20 – Type bac : calcul littéral et dimensionnement

Aire de la plaque : $(x + 6)(x + 2) = x^2 + 2x + 6x + 12 = x^2 + 8x + 12$.

Aire du carré découpé : x^2.

Aire restante : $A(x) = x^2 + 8x + 12 - x^2 = 8x + 12$.

Le terme en x^2 disparaît : l'aire restante est une fonction AFFINE de x.

Factorisation : $A(x) = 4(2x + 3)$.

Aire de 60 cm² : $8x + 12 = 60$ donne $8x = 48$, donc $x = 6$ cm.

Contrôle : la plaque mesure alors $12 \times 8 = 96$ cm², le carré 36 cm², et il reste 60 cm² ✔.

Aire de 10 cm² : $8x + 12 = 10$ donne $8x = -2$, soit $x = -0{,}25$ cm.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Une longueur négative est impossible : l'aire restante ne peut PAS valoir 10 cm².

Cohérence : pour $x = 0$ (pas de découpe), l'aire restante vaut déjà 12 cm², et elle croît avec x. Elle est donc toujours supérieure à 12 cm².

Réponse. $A(x) = 8x + 12 = 4(2x + 3)$ · aire de 60 cm² pour $x = 6$ cm · impossible d'obtenir 10 cm² (l'aire restante est toujours > 12 cm²).

Rappel de cours. Après développement, vérifier si des termes se compensent : ici le x^2 disparaît et le problème devient affine.

Erreur fréquente. Garder $x = -0{,}25$ comme solution : toute solution doit être compatible avec la géométrie ($x > 0$).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).