Fonctions exponentielles — Terminale STI2D

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Une suite géométrique ne donne la valeur d'une grandeur qu'aux instants entiers. Or une batterie se décharge en continu, une pièce refroidit en continu, un prix évolue tous les jours : il faut donc un modèle défini pour TOUT réel, et c'est la fonction $x \mapsto a^x$. Sa propriété centrale est qu'elle traduit un taux d'évolution CONSTANT : multiplier le temps par deux, c'est élever le coefficient au carré. Ces 20 exercices corrigés installent les propriétés algébriques ($a^{x+y} = a^x a^y$), le sens de variation selon que a dépasse 1 ou non, le passage du taux au modèle, le taux moyen, et la résolution de $a^x = b$ par balayage — le logarithme décimal, qui la rendra immédiate, arrive au chapitre suivant. La difficulté est croissante : l'énoncé puis la correction détaillée s'affichent d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/terminale-sti2d/fonctions-exponentielles

Exercice 1 – Premières images

On considère $f(x) = 1\,200 \times 1{,}04^x$, modélisant la valeur d'un stock (en euros) au bout de x années.

1. Calcule $f(0)$, $f(1)$ et $f(3)$, arrondis à l'euro.

2. Calcule $f(0{,}5)$ et interprète.

Exercice 2 – Propriétés algébriques

Simplifie les expressions suivantes, où $a > 0$:

$$A = a^3 \times a^5 \qquad B = \frac{a^7}{a^4} \qquad C = \left(a^2\right)^4 \qquad D = a^{-2}$$

1. Donne la forme la plus simple de chaque expression.

Exercice 3 – Sens de variation

On considère $f(x) = 3 \times 1{,}25^x$, $g(x) = 500 \times 0{,}85^x$ et $h(x) = 40 \times 1^x$.

1. Donne le sens de variation de chaque fonction sur $\mathbb{R}$.

2. Calcule trois images de chacune pour vérifier.

Exercice 4 – De la suite géométrique à la fonction

Une suite géométrique est définie par $u_n = 80 \times 1{,}15^n$, où n est un nombre entier de mois. On lui associe la fonction $f(x) = 80 \times 1{,}15^x$ définie pour tout réel $x \geq 0$.

1. Vérifie que $f(3) = u_3$.

2. Calcule $f(2{,}5)$ et dis ce que représente cette valeur.

3. Quelle différence essentielle y a-t-il entre u et f ?

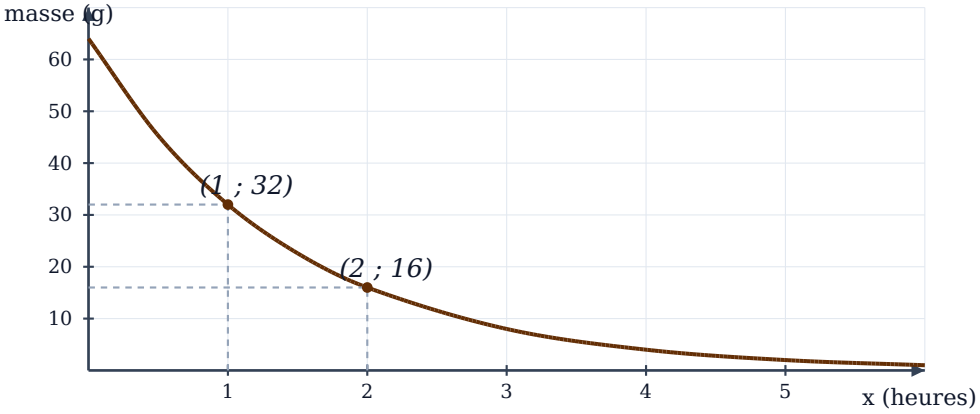
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 5 – Lecture graphique

La courbe représente $f(x) = 64 \times 0{,}5^x$ sur $[0\,;6]$, où $f(x)$ est une masse en grammes et x une durée en heures.

1. Lis $f(0)$, $f(2)$ et $f(4)$.

2. Au bout de combien de temps la masse est-elle divisée par deux ? par quatre ?



Exercice 6 – Du taux au modèle exponentiel

La consommation électrique d'un site industriel était de 860 MWh en 2026 et augmente de 3,2% par an.

1. Exprime la consommation $C(x)$ après x années.

2. Estime la consommation en 2031, puis au milieu de l'année 2029.

Exercice 7 – Résoudre a^x = b par balayage

On cherche à résoudre $1{,}06^x = 2$, c'est-à-dire à déterminer en combien de temps une grandeur qui croît de 6% par an DOUBLE.

1. Encadre la solution entre deux entiers.

2. Affine la solution au dixième.

Exercice 8 – Comparer deux modèles

Deux capteurs se dégradent selon $f(x) = 100 \times 0{,}92^x$ et $g(x) = 120 \times 0{,}88^x$, où x est le nombre d'années et f, g des indices de performance.

1. Compare les performances à $x = 0$, $x = 3$ et $x = 8$.

2. Détermine par balayage l'année où les deux performances s'égalisent.

Exercice 9 – Demi-vie et temps de doublement

Une source radioactive a une activité modélisée par $A(t) = 4\,000 \times 0{,}5^{t/6}$ becquerels, où t est en jours.

1. Calcule $A(0)$, $A(6)$ et $A(12)$.

2. Quelle est la demi-vie de cette source ?

3. Réécris le modèle sous la forme $A(t) = 4\,000 \times a^t$ et donne la valeur de a.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 10 – Changer d'unité de temps

Une grandeur croît de 2% par mois. On note $f(x) = 1{,}02^x$ avec x en mois.

1. Quel est le coefficient d'évolution sur une année ?

2. Exprime le même modèle avec le temps t en années.

3. Quel est le taux annuel correspondant ?

Exercice 11 – Refroidissement d'une pièce

Une pièce sortie du four est à 180 °C dans un atelier à 20 °C. L'écart de température avec l'ambiante décroît de 9% par minute. On note $T(t)$ la température de la pièce après t minutes.

1. Exprime l'écart $E(t)$ puis $T(t)$.

2. Calcule la température après 10 minutes, puis après 30 minutes.

3. Au bout de combien de temps la pièce est-elle sous 50 °C ?

Exercice 12 – Ajuster un modèle sur deux mesures

Un capteur mesure une concentration : $C(0) = 250$ mg/L et $C(5) = 128$ mg/L. On suppose une décroissance à taux constant, donc $C(t) = 250 \times a^t$.

1. Détermine a au millième.

2. Donne le taux de baisse par unité de temps.

3. Estime $C(8)$.

Exercice 13 – Seuil de fiabilité

Un lot de 2 000 composants perd chaque année 7% de ses éléments encore en service. On note $N(t) = 2\,000 \times 0{,}93^t$ le nombre de composants en service après t années.

1. Calcule $N(5)$ et $N(10)$.

2. Au bout de combien d'années reste-t-il moins de la moitié du lot ?

3. Et moins de 200 composants ?

Exercice 14 – Exponentielle contre affine

Deux modèles décrivent l'évolution d'un nombre d'abonnés à un service de télémaintenance : $f(x) = 500 + 120x$ (modèle affine) et $g(x) = 500 \times 1{,}18^x$ (modèle exponentiel), x en années.

1. Compare les prévisions à 1, 3 et 6 ans.

2. Détermine par balayage l'année où l'exponentiel dépasse l'affine.

3. Que se passe-t-il à long terme ?

Exercice 15 – Demi-vie d'un modèle en base a

Une grandeur suit $f(t) = 900 \times 0{,}94^t$, t en jours.

1. Calcule $f(5)$ et $f(10)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2. Détermine par balayage le temps de demi-vie.

3. Vérifie que ce temps est le même en partant de $f(5)$.

Exercice 16 – Type bac : consommation d'un site

La consommation d'eau d'un site industriel est de 12 400 m³ en 2026. Un plan d'économies vise une baisse de 6% par an. On modélise la consommation par $C(x) = 12\,400 \times 0{,}94^{x}$, x en années depuis 2026.

1. Calcule la consommation prévue en 2030, arrondie au m³.

2. Quel est le taux de baisse global entre 2026 et 2030 ?

3. L'objectif est de descendre sous 8 000 m³. En quelle année sera-t-il atteint ?

4. Quel taux annuel constant permettrait d'atteindre 8 000 m³ dès 2030 ?

Exercice 17 – Type bac : valeur d'un équipement au mois près

Un équipement acheté 36 000 € perd 20% de sa valeur par an. On modélise sa valeur par $V(t) = 36\,000 \times 0{,}8^{t}$, t en années.

1. Calcule $V(2)$ et $V(2{,}5)$.

2. Donne le coefficient de dépréciation MENSUEL.

3. Calcule la valeur après 18 mois de deux façons.

4. Au bout de combien de mois la valeur descend-elle sous 20 000 € ?

Exercice 18 – Type bac : deux placements

Deux placements sont proposés pour un capital de 10 000 €. Placement A : 4% par an. Placement B : 15 000 € de valeur de départ pour un autre investisseur, mais l'atelier ne peut y mettre que 8 000 € à 6% par an.

1. Exprime les capitaux $A(t)$ et $B(t)$.

2. Compare les deux capitaux à 5 ans et à 15 ans.

3. Détermine par balayage l'année où B rattrape A.

Exercice 19 – Type bac : décharge d'une batterie et algorithme

Une batterie de secours conserve 96% de sa charge par jour. Sa charge initiale est de 2 400 Wh. On note $f(t) = 2\,400 \times 0{,}96^{t}$.

1. Calcule la charge après une semaine.

2. Détermine la demi-vie de la charge par balayage.

3. Écris un programme Python renvoyant le nombre de jours au bout duquel la charge passe sous une valeur s donnée.

4. Applique-le pour $s = 1\,000$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 20 – Type bac : du discret au continu

Un atelier relève le nombre de pièces en attente à la fin de chaque semaine : $u_0 = 640$, $u_1 = 544$, $u_2 = 462{,}4$, $u_3 = 393{,}04$.

1. Montre que ces relevés suivent une suite géométrique et donne sa raison.

2. Donne la fonction f qui prolonge cette suite aux temps réels.

3. Estime le nombre de pièces en attente au milieu de la 2^{e} semaine.

4. Au bout de combien de semaines passe-t-on sous 100 pièces ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).