Probabilités conditionnelles — Terminale STI2D

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Un atelier reçoit ses pièces de trois fournisseurs, un diagnostic a trois causes possibles, une pièce passe par trois postes : dès que la situation se décompose en plusieurs cas, il faut une PARTITION de l'univers et la formule des probabilités totales. L'outil est l'arbre pondéré : on multiplie le long d'un chemin, on additionne les chemins qui mènent au même résultat, et l'on divise pour remonter une branche. Ces 20 exercices corrigés traitent les partitions à trois cas, les arbres à trois niveaux, les tirages sans remise et la probabilité inverse — celle qui répond à la vraie question du contrôle qualité : « la pièce est rejetée, quelle chance qu'elle soit réellement défectueuse ? ». La difficulté est croissante : l'énoncé puis la correction détaillée s'affichent d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/terminale-sti2d/probabilites-conditionnelles

Exercice 1 – Conditionnelle dans un tableau

Un atelier a contrôlé 500 pièces :

usinage A : 285 conformes et 15 non conformes (soit 300) · usinage B : 180 conformes et 20 non conformes (soit 200)

1. Calcule la probabilité qu'une pièce prise au hasard soit non conforme.

2. Calcule la probabilité qu'elle soit non conforme sachant qu'elle vient de l'usinage B.

Exercice 2 – Compléter un arbre pondéré

Un atelier reçoit 60% de ses pièces du fournisseur F_1 et le reste de F_2. Parmi les pièces de F_1, 3% sont hors cote ; parmi celles de F_2, 8% le sont.

1. Donne les probabilités portées par les quatre branches du second niveau.

2. Calcule la probabilité des quatre chemins et vérifie leur somme.

Exercice 3 – Multiplier le long d'une branche

Dans une production, 25% des pièces passent par un traitement thermique. Parmi celles-ci, 96% sont conformes. Parmi les autres, 88% le sont.

1. Calcule la probabilité qu'une pièce soit traitée thermiquement ET conforme.

2. Calcule la probabilité qu'elle ne soit pas traitée ET non conforme.

Exercice 4 – Formule des probabilités totales

On reprend les deux fournisseurs : $P(F_1) = 0{,}6$, $P_{F_1}(H) = 0{,}03$, $P_{F_2}(H) = 0{,}08$, où H est « hors cote ».

1. Calcule $P(H)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2. Sur une livraison de 5 000 pièces, combien de pièces hors cote prévoir ?

Exercice 5 – Reconnaître une partition

Quatre découpages de l'univers sont proposés pour une pièce contrôlée : ① conforme / non conforme ; ② issue de la machine M1 / de M2 / de M3 (chaque pièce est usinée sur une seule machine) ; ③ conforme / à retoucher ; ④ contrôlée le matin / contrôlée l'après-midi / contrôlée par le chef d'équipe.

1. Lesquels forment une partition de l'univers ? Justifie.

Exercice 6 – Partition à trois cas

Un atelier usine ses pièces sur trois machines : M1 en produit 50%, M2 30% et M3 20%. Les taux de rebut sont respectivement 2%, 4% et 7%.

1. Calcule la probabilité qu'une pièce soit un rebut.

2. Quelle machine contribue le plus au nombre total de rebuts ?

Exercice 7 – Remonter l'arbre

On reprend les trois machines : $P(R) = 0{,}036$, avec $P(M_1 \cap R) = 0{,}010$, $P(M_2 \cap R) = 0{,}012$ et $P(M_3 \cap R) = 0{,}014$.

1. Une pièce est un rebut. Calcule la probabilité qu'elle vienne de M3.

2. Calcule les deux autres probabilités inverses et vérifie leur somme.

Exercice 8 – Complément à condition fixée

Un capteur de présence détecte une pièce mal placée avec une probabilité 0,92. Quand la pièce est bien placée, il déclenche à tort avec une probabilité 0,05. La proportion de pièces mal placées est de 4%.

1. Calcule $P_M(\overline{D})$ et $P_{\overline{M}}(\overline{D})$, où M est « mal placée » et D « le capteur déclenche ».

2. Interprète chacune de ces deux probabilités.

Exercice 9 – Tirages sans remise

Un bac contient 10 pièces dont 3 sont défectueuses. On prélève successivement deux pièces SANS remise.

1. Calcule la probabilité que les deux pièces soient défectueuses.

2. Calcule la probabilité qu'aucune ne le soit.

3. Calcule la probabilité qu'exactement une le soit.

Exercice 10 – Du tableau à l'arbre

Sur 800 équipements, 560 sont récents et 240 anciens. Parmi les récents, 28 ont subi une panne cette année ; parmi les anciens, 36.

1. Construis l'arbre correspondant (probabilités du premier et du second niveau).

2. Calcule la probabilité de panne d'un équipement pris au hasard, de deux façons.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 11 – Contrôle qualité : probabilité inverse

Dans une production, 5% des pièces sont défectueuses. Un contrôle automatique rejette 94% des pièces défectueuses, mais aussi 3% des pièces conformes.

1. Calcule la probabilité qu'une pièce soit rejetée.

2. Une pièce est rejetée : quelle est la probabilité qu'elle soit réellement défectueuse ?

3. Une pièce est acceptée : quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse ?

Exercice 12 – Trois fournisseurs et un défaut

Un assembleur achète ses cartes à trois fournisseurs : A (45%), B (35%) et C (20%). Les taux de cartes défaillantes sont 1,5% pour A, 2% pour B et 5% pour C.

1. Calcule la probabilité qu'une carte soit défaillante.

2. Une carte défaillante est analysée : quelle est la probabilité qu'elle vienne de C ?

3. L'assembleur veut réduire son taux global sous 2%. Suffit-il de remplacer C par un fournisseur à 1% ?

Exercice 13 – Arbre à trois niveaux

Une pièce traverse trois contrôles successifs et indépendants. Chaque contrôle la déclare conforme avec une probabilité 0,9 si elle est bonne, et 0,2 si elle est défectueuse. La pièce n'est acceptée que si les TROIS contrôles la déclarent conforme. La proportion de pièces défectueuses est de 10%.

1. Calcule la probabilité qu'une pièce bonne passe les trois contrôles.

2. Calcule la probabilité qu'une pièce défectueuse passe les trois contrôles.

3. Calcule la probabilité qu'une pièce soit acceptée.

4. Une pièce est acceptée : quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse ?

Exercice 14 – Paramètre inconnu dans un arbre

Deux ateliers produisent le même composant : l'atelier A en fait une proportion x, l'atelier B le reste. Les taux de rebut sont 3% pour A et 8% pour B. Le taux global relevé est de 5%.

1. Exprime le taux global en fonction de x.

2. Détermine x.

3. Sachant qu'une pièce est un rebut, quelle est la probabilité qu'elle vienne de B ?

Exercice 15 – Au moins un défaut sans remise

Un lot de 20 pièces contient 4 pièces non conformes. On en prélève 3 successivement sans remise.

1. Calcule la probabilité qu'aucune pièce prélevée ne soit non conforme.

2. Déduis-en la probabilité qu'au moins une le soit.

3. Compare avec le calcul « avec remise ».

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 16 – Type bac : réglage d'un seuil de contrôle

Une production comporte 8% de pièces hors tolérance. Un contrôle par capteur peut être réglé « sévère » ou « souple ». En mode sévère, il rejette 97% des pièces hors tolérance et 10% des bonnes. En mode souple, il rejette 85% des hors tolérance et 2% des bonnes.

1. Pour chaque mode, calcule la probabilité qu'une pièce soit rejetée.

2. Pour chaque mode, calcule la proportion de pièces réellement hors tolérance parmi les pièces acceptées.

3. Le cahier des charges exige au plus 0,5% de pièces hors tolérance parmi les pièces livrées. Quel mode choisir ?

Exercice 17 – Type bac : diagnostic à trois causes

Une panne d'un équipement a trois causes possibles et exclusives : électrique (50% des pannes), mécanique (30%) ou logicielle (20%). Un test rapide affiche un code d'erreur « E » dans 80% des pannes électriques, 25% des mécaniques et 40% des logicielles.

1. Calcule la probabilité que le test affiche « E ».

2. Le test affiche « E ». Calcule la probabilité de chaque cause.

3. Le test n'affiche pas « E ». Quelle cause devient la plus probable ?

Exercice 18 – Type bac : trois postes en série

Une pièce passe successivement par trois postes. Le poste 1 l'abîme avec une probabilité 0,02, le poste 2 avec 0,03 et le poste 3 avec 0,05. Les postes sont indépendants, et une pièce abîmée reste abîmée.

1. Calcule la probabilité qu'une pièce sorte intacte.

2. Calcule la probabilité qu'elle soit abîmée.

3. Sachant qu'une pièce est abîmée, quelle est la probabilité qu'elle l'ait été au poste 3 sans l'avoir été avant ?

4. Quel poste faut-il améliorer en priorité ?

Exercice 19 – Type bac : prélèvement dans un lot

Un carton contient 25 pièces, dont 5 sont hors cote. Le contrôleur en prélève 3 sans remise. Le carton est accepté si aucune pièce prélevée n'est hors cote.

1. Calcule la probabilité que le carton soit accepté.

2. Calcule la probabilité qu'exactement une pièce prélevée soit hors cote.

3. Sachant que le carton est refusé, quelle est la probabilité qu'une seule pièce ait été hors cote ?

4. Ce plan de contrôle est-il sévère ?

Exercice 20 – Type bac : coût attendu d'un contrôle

Une pièce est défectueuse avec une probabilité 0,06. Sans contrôle, une pièce défectueuse livrée coûte 400 € (retour client). Un contrôle coûte 3 € par pièce,

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

détecte 90% des défectueuses et rejette à tort 4% des bonnes. Une pièce rejetée coûte 25 € (rebut).

1. Calcule le coût moyen par pièce SANS contrôle.

2. Calcule le coût moyen par pièce AVEC contrôle.

3. Le contrôle est-il rentable ?

4. À partir de quel coût de retour client le contrôle devient-il rentable ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).