Séries statistiques à deux variables — Terminale STI2D

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

En première, on ajustait un nuage de points par une droite. Mais la plupart des phénomènes de la technologie ne sont pas affines : une décroissance radioactive, un refroidissement, une perte de charge dans une canalisation donnent des nuages INCURVÉS. La terminale apporte la réponse : le CHANGEMENT DE VARIABLE. En posant $z = \ln y$, $z = \frac{1}{y}$ ou en travaillant en log-log, le nuage redevient aligné, on l'ajuste par les moindres carrés, puis on revient au modèle initial. Ces 20 exercices corrigés couvrent l'ajustement affine, les trois changements de variable usuels, le retour au modèle et la critique des prévisions, du calcul direct au problème type bac. La difficulté est croissante : l'énoncé puis la correction détaillée s'affichent d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/terminale-sti2d/statistiques-deux-variables

Exercice 1 – Point moyen et droite des moindres carrés

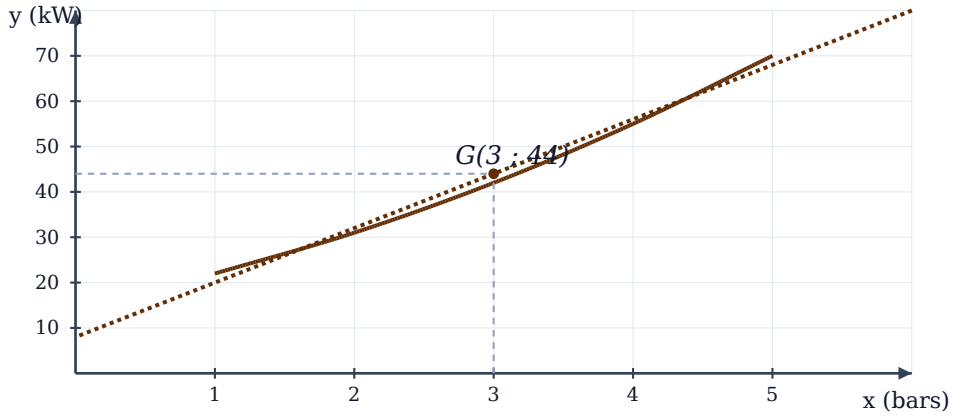
On relève la puissance absorbée y (en kW) d'un compresseur selon la pression x (en bars) :

x : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 · y : 22 ; 31 ; 42 ; 55 ; 70

La calculatrice donne la droite d'ajustement $y = 12x + 8$.

1. Calcule les coordonnées du point moyen G.

2. Vérifie que la droite passe par G.



Exercice 2 – Interpréter et prévoir

On garde l'ajustement $y = 12x + 8$ du compresseur (x en bars, y en kW), valable pour $1 \leq x \leq 5$.

1. Interprète les coefficients 12 et 8.

2. Estime la puissance pour $x = 3{,}5$ bars.

3. Estime la pression donnant une puissance de 50 kW.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 3 – Calculer une nouvelle variable

Une population de bactéries, en milliers par mL, est relevée toutes les heures :

x : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 · y : 5 ; 10 ; 20 ; 40 ; 80

1. Le nuage $(x\,;y)$ est-il aligné ?

2. Calcule $z = \log y$ pour chaque relevé, à 10^{-3} près.

Exercice 4 – Reconnaître un nuage non linéaire

Trois séries sont relevées, avec un pas d'abscisse constant :

série A — y : 12 ; 19 ; 26 ; 33 · série B — y : 200 ; 100 ; 50 ; 25 · série C — y : 4 ; 16 ; 36 ; 64

1. Pour chaque série, dis si un ajustement affine convient et, sinon, quel changement de variable envisager.

Exercice 5 – Interpolation, extrapolation

Un ajustement $y = -1{,}8x + 96$ a été obtenu à partir de mesures effectuées pour x entre 10 et 40.

1. Calcule les prévisions pour $x = 25$ et $x = 60$.

2. Précise pour chacune s'il s'agit d'interpolation ou d'extrapolation.

3. Pour quelle valeur de x le modèle prévoit-il $y = 0$? Ce résultat a-t-il un sens ?

Exercice 6 – Ajustement après changement de variable

On reprend la population de bactéries : x : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 et $z = \log y$: 0,699 ; 1 ; 1,301 ; 1,602 ; 1,903.

1. Détermine l'équation de la droite d'ajustement de z en x.

2. Vérifie qu'elle passe par le point moyen.

Exercice 7 – Revenir au modèle initial

L'ajustement obtenu après changement de variable est $z = 0{,}301x + 0{,}699$, avec $z = \log y$.

1. Exprime y en fonction de x.

2. Identifie le modèle obtenu et son taux de croissance.

Exercice 8 – Changement de variable en 1/x

Le temps de remplissage y (en minutes) d'une cuve est relevé selon le débit x (en L/min) :

x : 2 ; 4 ; 5 ; 10 · y : 30 ; 15 ; 12 ; 6

1. Le nuage $(x\,;y)$ est-il aligné ?

2. Calcule $t = \dfrac{1}{x}$ et étudie le nuage $(t\,;y)$.

3. Donne le modèle liant y à x.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Changement de variable en racine

La distance de freinage y (en m) est relevée selon la vitesse x (en km/h) :

x : 20 ; 40 ; 60 ; 80 · y : 4 ; 16 ; 36 ; 64

1. Calcule $z = \sqrt{y}$ et montre que le nuage $(x\,;z)$ est aligné.

2. Donne l'équation de la droite, puis le modèle liant y à x.

3. Estime la distance de freinage à 100 km/h.

Exercice 10 – Résidus et qualité d'ajustement

Pour la série du compresseur ($y = 12x + 8$), les valeurs mesurées étaient 22 ; 31 ; 42 ; 55 ; 70 pour $x = 1$ à 5.

1. Calcule les cinq résidus.

2. Calcule leur somme et la somme de leurs carrés.

3. Que suggère la répartition des signes ?

Exercice 11 – Modèle exponentiel complet

L'activité y d'une source (en MBq) est relevée en fonction du temps x (en jours) :

x : 0 ; 10 ; 20 ; 30 · y : 800 ; 400 ; 200 ; 100

1. Justifie qu'un modèle exponentiel convient.

2. Détermine l'ajustement de $z = \log y$ en x.

3. Reviens au modèle en y et donne la demi-vie.

4. Estime l'activité à 45 jours.

Exercice 12 – Loi de puissance en log-log

La perte de charge y (en mbar) dans une canalisation est relevée selon le débit x (en m³/h) :

x : 1 ; 2 ; 4 ; 8 · y : 3 ; 12 ; 48 ; 192

1. Calcule $u = \log x$ et $v = \log y$.

2. Montre que le nuage $(u\,;v)$ est aligné et donne l'équation de la droite.

3. Déduis-en un modèle de la forme $y = k\,x^n$.

4. Estime la perte de charge pour un débit de 5 m³/h.

Exercice 13 – Choisir le bon changement de variable

Une série donne x : 1 ; 2 ; 3 ; 4 et y : 120 ; 60 ; 40 ; 30.

1. Teste un modèle exponentiel en calculant les quotients de y.

2. Teste un modèle hyperbolique en calculant les produits $x \times y$.

3. Conclus et donne le modèle.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 14 – Prévision et critique du modèle

Un ajustement exponentiel donne $y = 250 \times 1{,}08^{x}$ pour le nombre d'abonnés (en centaines) d'un service, x en années depuis 2026, à partir de mesures faites sur x entre 0 et 6.

1. Estime le nombre d'abonnés en 2030 et en 2034.

2. Estime en quelle année le service dépasserait 1 000 centaines d'abonnés.

3. Quelles réserves faut-il formuler ?

Exercice 15 – Résidus après changement de variable

Une série donne x : 1 ; 2 ; 3 ; 4 et y : 50 ; 24 ; 13 ; 6. On pose $z = \log y$ et l'on ajuste $z = -0{,}31x + 1{,}93$.

1. Calcule z pour chaque relevé, à 10^{-3} près.

2. Calcule les résidus sur z.

3. L'ajustement est-il acceptable ?

Exercice 16 – Type bac : montée en charge d'une production

La production mensuelle y (en milliers de pièces) d'une nouvelle ligne est relevée :

x (mois) : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 · y : 6 ; 9 ; 13,5 ; 20,25 ; 30,375

1. Montre qu'un modèle exponentiel convient parfaitement.

2. Calcule $z = \log y$ et donne l'ajustement de z en x.

3. Reviens au modèle en y.

4. Estime la production du 8e mois, puis dis quand la capacité maximale de 100 milliers de pièces serait atteinte.

Exercice 17 – Type bac : refroidissement d'une pièce

Une pièce refroidit dans un atelier à 20 °C. On relève sa température T (en °C) :

t (min) : 0 ; 5 ; 10 ; 15 · T : 180 ; 100 ; 60 ; 40

1. Explique pourquoi un ajustement exponentiel sur T serait inadapté.

2. Calcule l'écart $E = T - 20$ et montre qu'il suit un modèle exponentiel.

3. Donne le modèle de T en fonction de t.

4. Estime la température à 25 minutes et la limite à long terme.

Exercice 18 – Type bac : caractéristique d'un capteur

Un débitmètre délivre une tension U (en V) selon le débit Q (en L/min) :

Q : 4 ; 9 ; 16 ; 25 · U : 1,2 ; 1,8 ; 2,4 ; 3

1. Le nuage $(Q\,;U)$ est-il aligné ?

2. Calcule $w = \sqrt{Q}$ et ajuste U en fonction de w.

3. Donne le modèle liant U à Q.

4. Quel débit correspond à une tension de 2,7 V ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 19 – Type bac : coût unitaire d'une série

Le coût unitaire y (en €) d'une pièce est relevé selon la taille x de la série :

x : 50 ; 100 ; 200 ; 500 · y : 26 ; 16 ; 11 ; 8

1. Calcule $t = \frac{1}{x}$ (à 10^{-4} près) et ajuste y en fonction de t.

2. Donne le modèle liant y à x et interprète ses deux coefficients.

3. Estime le coût unitaire pour une série de 1 000 pièces.

4. Le coût unitaire peut-il descendre sous 6 € ?

Exercice 20 – Type bac : comparer deux modèles et décider

Une consommation y (en MWh) est relevée sur cinq ans :

x : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 · y : 95 ; 90,25 ; 85,74 ; 81,45 ; 77,38

Deux modèles sont proposés : M_1 affine, $y = -4{,}4x + 99{,}2$, et M_2 exponentiel, $y = 100 \times 0{,}95^{x}$.

1. Calcule les résidus du modèle M_2.

2. Compare les prévisions des deux modèles à $x = 10$ et $x = 25$.

3. Quel modèle retenir, et pourquoi ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Point moyen et droite des moindres carrés

$\overline{x} = \dfrac{1+2+3+4+5}{5} = \dfrac{15}{5} = 3$ bars.

Somme des puissances : $22 + 31 + 42 + 55 + 70 = 220$, donc $\overline{y} = \dfrac{220}{5} = 44$ kW.

Le point moyen est $G(3\,;44)$.

Test : $12 \times 3 + 8 = 36 + 8 = 44$ ✔ La droite passe exactement par G.

C'est une propriété de TOUTE droite des moindres carrés : elle passe par le point moyen du nuage. Le test $a\overline{x} + b = \overline{y}$ valide donc l'équation obtenue à la calculatrice.

Réponse. $G(3\,;44)$ · $12 \times 3 + 8 = 44$: la droite passe bien par le point moyen.

Rappel de cours. La droite des moindres carrés passe TOUJOURS par $G(\overline{x}\,;\overline{y})$: c'est le contrôle le plus rapide.

Erreur fréquente. Vérifier le passage par un point du nuage : la droite ne passe généralement par AUCUN point mesuré.

Correction de l'exercice 2 – Interpréter et prévoir

Coefficient directeur 12 : chaque bar de pression supplémentaire fait consommer 12 kW de plus.

Ordonnée à l'origine 8 : c'est la puissance prévue à pression nulle, soit 8 kW. Elle s'interprète comme la consommation à vide du compresseur (frottements, entraînement), à condition de rester prudent puisque $x = 0$ est hors de la plage mesurée.

Prévision à 3,5 bars : $y = 12 \times 3{,}5 + 8 = 42 + 8 = 50$ kW.

Pression pour 50 kW : on résout $12x + 8 = 50$, donc $12x = 42$ et $x = 3{,}5$ bars.

Les deux dernières questions sont réciproques l'une de l'autre, et les réponses se correspondent ✔.

Les deux valeurs sont dans la plage $[1\,;5]$: il s'agit d'INTERPOLATION, donc de prévisions fiables.

Réponse. 12 kW par bar · 8 kW de consommation à vide (hors plage mesurée, à prendre avec prudence) · 50 kW à 3,5 bars, et réciproquement.

Rappel de cours. Prévoir y : on remplace x. Prévoir x : on résout l'équation. Et l'on vérifie toujours qu'on reste dans la plage des mesures.

Erreur fréquente. Interpréter l'ordonnée à l'origine sans réserve : $x = 0$ est souvent en dehors du domaine étudié.

Correction de l'exercice 3 – Calculer une nouvelle variable

Écarts successifs de y : 5, 10, 20, 40 — ils DOUBLENT à chaque fois.

Le nuage n'est donc pas aligné : il s'incurve fortement vers le haut. Un ajustement affine serait inadapté.

Calcul de $z = \log y$: $\log 5 \approx 0{,}699$; $\log 10 = 1$; $\log 20 \approx 1{,}301$; $\log 40 \approx 1{,}602$; $\log 80 \approx 1{,}903$.

Écarts successifs de z : 0,301 ; 0,301 ; 0,301 ; 0,301.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Ces écarts sont CONSTANTS : le nuage $(x\,;z)$ est, lui, parfaitement aligné.

C'est tout le principe du changement de variable : une croissance multiplicative sur y devient additive sur $\log y$.

Réponse. Non, le nuage $(x\,;y)$ s'incurve (les écarts doublent) · $z = \log y$ vaut 0,699 ; 1 ; 1,301 ; 1,602 ; 1,903, d'écarts constants 0,301.

Rappel de cours. Une suite de valeurs multipliées par un coefficient constant donne des logarithmes en progression ARITHMÉTIQUE.

Erreur fréquente. Calculer $\log y$ et conclure sans regarder les écarts : c'est leur constance qui prouve l'alignement.

Correction de l'exercice 4 – Reconnaître un nuage non linéaire

Série A : écarts 7, 7, 7 — constants. Le nuage est aligné, un ajustement AFFINE convient directement.

Série B : quotients 0,5 ; 0,5 ; 0,5 — constants. C'est une décroissance multiplicative : on posera $z = \log y$ pour obtenir un nuage aligné.

Série C : écarts 12, 20, 28 — non constants ; quotients 4 ; 2,25 ; 1,78 — non constants non plus.

Mais $4 = 2^2$, $16 = 4^2$, $36 = 6^2$, $64 = 8^2$: les valeurs sont des CARRÉS de nombres en progression arithmétique. On posera $z = \sqrt{y}$ (ou l'on travaillera en log-log).

Méthode générale : écarts constants → affine · quotients constants → exponentiel ($z = \log y$) · sinon, on teste $\sqrt{y}$, $\frac{1}{y}$, ou log des deux variables.

Réponse. A : affine (écarts constants) · B : exponentiel, poser $z = \log y$ · C : quadratique, poser $z = \sqrt{y}$.

Rappel de cours. Écarts constants ⇒ modèle affine · QUOTIENTS constants ⇒ modèle exponentiel.

Erreur fréquente. Se contenter d'un ajustement affine sur la série B : la calculatrice donnera une droite, mais elle décrira mal un nuage qui s'écrase.

Correction de l'exercice 5 – Interpolation, extrapolation

$x = 25$: $y = -1{,}8 \times 25 + 96 = -45 + 96 = 51$.

$x = 60$: $y = -1{,}8 \times 60 + 96 = -108 + 96 = -12$.

$25 \in [10\,;40]$: c'est une INTERPOLATION, fiable.

$60 \notin [10\,;40]$: c'est une EXTRAPOLATION, et elle donne une valeur NÉGATIVE.

$y = 0$: $-1{,}8x + 96 = 0$ donne $x = \dfrac{96}{1{,}8} \approx 53{,}3$.

Ce résultat n'a de sens que si la grandeur y peut réellement s'annuler. S'il s'agit d'une masse, d'une concentration ou d'un rendement, le modèle affine devient absurde bien avant : il faudrait un modèle décroissant vers une valeur limite (par exemple exponentiel).

Règle de rédaction : toute valeur prédite hors de la plage des mesures doit être signalée comme telle, et confrontée au sens physique.

Réponse. $y(25) = 51$ (interpolation) · $y(60) = -12$ (extrapolation, valeur négative) · $y = 0$ pour $x \approx 53{,}3$, hors plage et physiquement douteux.

Rappel de cours. Un ajustement n'est valable que sur la plage des mesures. Au-delà, il faut signaler l'extrapolation.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Erreur fréquente. Annoncer -12 comme une prévision : c'est le signal que le modèle est sorti de son domaine de validité.

Correction de l'exercice 6 – Ajustement après changement de variable

Les points $(x\,;z)$ étant parfaitement alignés, la droite des moindres carrés passe par tous les points.

Coefficient directeur : $a = \dfrac{1{,}903 - 0{,}699}{4 - 0} = \dfrac{1{,}204}{4} = 0{,}301$.

Ordonnée à l'origine : c'est z pour $x = 0$, soit $b = 0{,}699$.

Donc $z = 0{,}301x + 0{,}699$.

Point moyen : $\overline{x} = 2$ et $\overline{z} = \dfrac{0{,}699 + 1 + 1{,}301 + 1{,}602 + 1{,}903}{5} = \dfrac{6{,}505}{5} = 1{,}301$.

Test : $0{,}301 \times 2 + 0{,}699 = 0{,}602 + 0{,}699 = 1{,}301$ ✔ La droite passe par $G(2\,;1{,}301)$.

Remarque : $\overline{z} = 1{,}301 = \log 20$, et 20 est justement la valeur CENTRALE de la série y. La moyenne des logarithmes correspond au logarithme de la moyenne géométrique, pas de la moyenne arithmétique (qui vaut 31).

Réponse. $z = 0{,}301x + 0{,}699$ · point moyen $G(2\,;1{,}301)$, et $0{,}301 \times 2 + 0{,}699 = 1{,}301$ ✔.

Rappel de cours. Après changement de variable, on ajuste $(x\,;z)$ comme un nuage ordinaire : mêmes formules, mêmes contrôles.

Erreur fréquente. Calculer la moyenne de z à partir de la moyenne de y : $\log(\overline{y}) = \log 31 \approx 1{,}491 \neq \overline{z} = 1{,}301$.

Correction de l'exercice 7 – Revenir au modèle initial

Comme $z = \log y$, on a $y = 10^{z}$, donc $y = 10^{0{,}301x + 0{,}699}$.

On sépare les exposants : $y = 10^{0{,}699} \times \left(10^{0{,}301}\right)^{x}$.

Or $10^{0{,}699} \approx 5$ et $10^{0{,}301} \approx 2$.

Donc $y \approx 5 \times 2^{x}$.

C'est un modèle EXPONENTIEL de base 2 : la population double chaque heure, en partant de 5 milliers par mL.

Taux de croissance : +100% par heure.

Contrôle sur les données : 5, 10, 20, 40, 80 ✔ le modèle reproduit exactement les relevés.

Réponse. $y = 10^{0{,}301x + 0{,}699} = 5 \times 2^{x}$ · modèle exponentiel, doublement par heure (+100%).

Rappel de cours. $z = ax + b$ avec $z = \log y$ donne $y = 10^{b} \times \left(10^{a}\right)^{x}$: le coefficient a fabrique la BASE, b le coefficient initial.

Erreur fréquente. Écrire $y = 0{,}301x + 0{,}699$: c'est l'équation en z, pas en y. Il faut repasser à la puissance de 10.

Correction de l'exercice 8 – Changement de variable en 1/x

Le nuage $(x\,;y)$ n'est pas aligné : de $x = 2$ à $x = 4$, y chute de 15 minutes, mais de $x = 5$ à $x = 10$, il ne baisse que de 6 minutes.

Calcul de $t = \dfrac{1}{x}$: 0,5 ; 0,25 ; 0,2 ; 0,1.

Nuage $(t\,;y)$: $(0{,}5\,;30)$, $(0{,}25\,;15)$, $(0{,}2\,;12)$, $(0{,}1\,;6)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Quotients $\frac{y}{t}$: 60 ; 60 ; 60 ; 60 — constants !

Les points $(t\,;y)$ sont donc alignés sur une droite passant par l'origine : $y = 60\,t$.

Retour au modèle initial : $y = 60 \times \frac{1}{x} = \frac{60}{x}$.

Interprétation : la cuve contient 60 litres… attention, l'unité : y en minutes et x en L/min donnent $y \times x = 60$ litres. La cuve a donc une contenance de 60 L.

Contrôle : à 4 L/min, il faut $\frac{60}{4} = 15$ minutes ✔.

Réponse. Nuage $(x\,;y)$ non aligné · avec $t = \frac{1}{x}$, les points sont alignés sur $y = 60t$ · d'où $y = \frac{60}{x}$: la cuve contient 60 L.

Rappel de cours. Une proportionnalité inverse $y = \frac{k}{x}$ devient une proportionnalité (droite par l'origine) après le changement $t = \frac{1}{x}$.

Erreur fréquente. Ajuster $(x\,;y)$ par une droite : la calculatrice en donnerait une, mais elle prévoirait un temps négatif pour un grand débit.

Correction de l'exercice 9 – Changement de variable en racine

$z = \sqrt{y}$: $\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{16} = 4$; $\sqrt{36} = 6$; $\sqrt{64} = 8$.

Écarts de z : 2, 2, 2 — constants pour un pas de 20 en abscisse. Le nuage $(x\,;z)$ est aligné ✔.

Coefficient directeur : $\frac{2}{20} = 0{,}1$. La droite passe par $(20\,;2)$, donc $2 = 0{,}1 \times 20 + b$ donne $b = 0$.

Équation : $z = 0{,}1x$, c'est-à-dire $\sqrt{y} = 0{,}1x$.

Retour au modèle : on élève au carré, $y = (0{,}1x)^2 = 0{,}01x^2$.

La distance de freinage est donc proportionnelle au CARRÉ de la vitesse — résultat physique classique (l'énergie cinétique est en v^2).

Estimation à 100 km/h : $y = 0{,}01 \times 10\,000 = 100$ m.

Contrôle : de 80 à 100 km/h, la vitesse est multipliée par 1,25, donc la distance par $1{,}25^2 = 1{,}5625$: $64 \times 1{,}5625 = 100$ ✔.

Réponse. $z = \sqrt{y}$ vaut 2, 4, 6, 8 : aligné sur $z = 0{,}1x$ · modèle $y = 0{,}01x^2$ · à 100 km/h, 100 m de freinage.

Rappel de cours. $\sqrt{y} = ax + b$ donne $y = (ax + b)^2$: on revient au modèle en ÉLEVANT AU CARRÉ.

Erreur fréquente. Doubler la distance quand on double la vitesse : elle est multipliée par QUATRE (16 m à 40 km/h contre 64 m à 80 km/h).

Correction de l'exercice 10 – Résidus et qualité d'ajustement

Valeurs ajustées : 20 ; 32 ; 44 ; 56 ; 68.

Résidus (mesuré − ajusté) : +2 ; −1 ; −2 ; −1 ; +2.

Somme : $2 - 1 - 2 - 1 + 2 = 0$ ✔ comme toujours pour un ajustement des moindres carrés.

Somme des carrés : $4 + 1 + 4 + 1 + 4 = 14$.

Répartition des signes : + − − − +. Les résidus sont positifs aux extrémités et négatifs au milieu.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Ce motif régulier n'est pas du bruit : il signale que le nuage est légèrement INCURVÉ vers le haut. Un modèle du type $y = ax^2 + \ldots$ ou exponentiel collerait mieux.

Confirmation par les écarts de y : 9, 11, 13, 15 — croissants, donc la courbure est réelle.

À retenir : la somme des résidus est nulle par construction ; c'est leur RÉPARTITION qui renseigne sur la qualité du modèle.

Réponse. Résidus $+2, -1, -2, -1, +2$ · somme nulle, somme des carrés 14 · le motif $+ - - - +$ révèle une légère courbure du nuage.

Rappel de cours. Résidu = mesuré − ajusté. Somme nulle pour les moindres carrés ; des signes ordonnés trahissent une courbure.

Erreur fréquente. Conclure « somme nulle donc bon ajustement » : cette somme est nulle pour TOUT ajustement des moindres carrés, même mauvais.

Correction de l'exercice 11 – Modèle exponentiel complet

Quotients successifs : $\frac{400}{800} = 0{,}5$; $\frac{200}{400} = 0{,}5$; $\frac{100}{200} = 0{,}5$. Constants, donc modèle exponentiel ✔.

$z = \log y$: $\log 800 \approx 2{,}903$; $\log 400 \approx 2{,}602$; $\log 200 \approx 2{,}301$; $\log 100 = 2$.

Écarts de z : $-0{,}301$ à chaque pas de 10 jours. Coefficient directeur : $\frac{-0{,}301}{10} = -0{,}030\,1$.

Ordonnée à l'origine : $z(0) \approx 2{,}903$. Donc $z = -0{,}030\,1x + 2{,}903$.

Retour au modèle : $y = 10^{-0{,}030\,1x + 2{,}903} = 10^{2{,}903} \times \left(10^{-0{,}030\,1}\right)^x$.

Or $10^{2{,}903} \approx 800$ et $10^{-0{,}030\,1} \approx 0{,}933\,03$.

Donc $y \approx 800 \times 0{,}933^x$: l'activité perd environ 6,7% par jour.

Demi-vie : d'après les données, l'activité est divisée par deux tous les 10 jours. La demi-vie est donc de 10 jours.

Contrôle par le calcul : $\frac{\log 0{,}5}{\log 0{,}933\,03} = \frac{-0{,}301\,03}{-0{,}030\,1} \approx 10{,}0$ ✔.

Estimation à 45 jours : $y = 800 \times 0{,}5^{45/10} = 800 \times 0{,}5^{4{,}5}$.

$0{,}5^{4{,}5} \approx 0{,}044\,194$, donc $y \approx 35{,}4$ MBq.

Réponse. Quotients constants (0,5) : modèle exponentiel · $z = -0{,}0301x + 2{,}903$ · $y \approx 800 \times 0{,}933^x$, demi-vie 10 jours · $y(45) \approx 35{,}4$ MBq.

Rappel de cours. Demi-vie T : le modèle s'écrit aussi $y = y_0\, 0{,}5^{x/T}$, forme souvent plus parlante que la base 0,933.

Erreur fréquente. Ajuster le nuage $(x\,;y)$ par une droite : elle prévoirait une activité négative dès $x \approx 34$ jours, ce qui est impossible.

Correction de l'exercice 12 – Loi de puissance en log-log

$u = \log x$: 0 ; 0,301 ; 0,602 ; 0,903.

$v = \log y$: $\log 3 \approx 0{,}477$; $\log 12 \approx 1{,}079$; $\log 48 \approx 1{,}681$; $\log 192 \approx 2{,}283$.

Écarts : u progresse de 0,301 à chaque fois, v de 0,602. Le rapport est constant, donc le nuage $(u\,;v)$ est aligné.

Coefficient directeur : $\frac{0{,}602}{0{,}301} = 2$. Ordonnée à l'origine : $v = 0{,}477$ quand $u = 0$.

Équation : $v = 2u + 0{,}477$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Retour au modèle : $\log y = 2\log x + 0{,}477 = \log\left(x^2\right) + \log 3 = \log\left(3x^2\right)$.

Donc $y = 3x^2$: la perte de charge est proportionnelle au carré du débit — résultat bien connu en hydraulique (régime turbulent).

Estimation à 5 m³/h : $y = 3 \times 25 = 75$ mbar.

Contrôle d'encadrement : $y(4) = 48$ et $y(8) = 192$; la valeur 75 est bien entre les deux ✔.

Lecture du coefficient directeur : en log-log, la PENTE donne directement l'EXPOSANT du modèle. Une pente de 2 signale un carré, une pente de 0,5 une racine carrée.

Réponse. u : 0 ; 0,301 ; 0,602 ; 0,903 et v : 0,477 ; 1,079 ; 1,681 ; 2,283 · droite $v = 2u + 0{,}477$ · modèle $y = 3x^2$ · $y(5) = 75$ mbar.

Rappel de cours. En log-log, $y = kx^n$ devient $\log y = n\log x + \log k$: la pente est l'exposant, l'ordonnée à l'origine le log du coefficient.

Erreur fréquente. Confondre les deux changements de variable : $z = \log y$ seul donne un modèle EXPONENTIEL ($y = ka^x$), alors que le log-log donne une loi de PUISSANCE ($y = kx^n$).

Correction de l'exercice 13 – Choisir le bon changement de variable

Quotients : $\frac{60}{120} = 0{,}5$; $\frac{40}{60} \approx 0{,}667$; $\frac{30}{40} = 0{,}75$.

Ces quotients ne sont PAS constants : le modèle exponentiel est à écarter.

Produits $x \times y$: $1 \times 120 = 120$; $2 \times 60 = 120$; $3 \times 40 = 120$; $4 \times 30 = 120$.

Les produits sont CONSTANTS : la liaison est une proportionnalité INVERSE.

Modèle : $xy = 120$, donc $y = \frac{120}{x}$.

Vérification du changement de variable : avec $t = \frac{1}{x}$, les points $(1\,;120)$, $(0{,}5\,;60)$, $(0{,}333\,;40)$, $(0{,}25\,;30)$ sont alignés sur $y = 120\,t$ ✔.

Méthode à retenir : on teste dans l'ordre les écarts (affine), les quotients (exponentiel), puis les produits (hyperbolique). Le premier test qui donne des valeurs constantes désigne le modèle.

Prévision : à $x = 6$, le modèle donne $y = 20$; à $x = 10$, $y = 12$.

Réponse. Quotients non constants : pas exponentiel · produits $xy = 120$ constants : modèle $y = \frac{120}{x}$, ajusté par $t = \frac{1}{x}$.

Rappel de cours. Trois tests successifs : écarts constants (affine), quotients constants (exponentiel), produits xy constants (hyperbolique).

Erreur fréquente. Retenir le modèle exponentiel parce que y décroît : la décroissance ne suffit pas, il faut que les quotients soient constants.

Correction de l'exercice 14 – Prévision et critique du modèle

2030 : $x = 4$, donc $y = 250 \times 1{,}08^4$. Or $1{,}08^4 \approx 1{,}360\,489$, soit $y \approx 340{,}1$ centaines.

2034 : $x = 8$, donc $y = 250 \times 1{,}08^8 \approx 250 \times 1{,}850\,930 \approx 462{,}7$ centaines.

Seuil de 1 000 : $1{,}08^x > 4$, donc $x > \dfrac{\log 4}{\log 1{,}08} = \dfrac{0{,}602\,06}{0{,}033\,424} \approx 18{,}01$.

Le seuil serait franchi pour $x = 19$, soit en 2045.

Réserves à formuler, dans l'ordre d'importance :

① La prévision 2030 ($x = 4$) est une INTERPOLATION : elle est fiable. Celle de 2034 (

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$x = 8$) est une extrapolation courte, encore acceptable.

② La projection 2045 ($x = 19$) extrapole sur TROIS FOIS la durée observée : elle n'a qu'une valeur indicative.

③ Surtout, aucun marché ne croît indéfiniment de 8% par an : le nombre d'abonnés est borné par la taille du marché. Un modèle exponentiel ignore cette saturation.

Conclusion de rédaction : le modèle est utilisable à court terme, mais une projection à vingt ans exigerait un modèle à palier (logistique), hors programme ici. Il faut le dire plutôt que de livrer le chiffre brut.

Réponse. ≈ 340 centaines en 2030, ≈ 463 en 2034 · seuil des 1 000 centaines vers 2045 ($x \approx 18{,}01$) · projection très incertaine : extrapolation longue et absence de saturation dans le modèle.

Rappel de cours. Un modèle exponentiel croissant ne sature jamais : au-delà de quelques années, il surestime presque toujours la réalité.

Erreur fréquente. Livrer « 2045 » comme une prévision fiable : c'est une extrapolation sur trois fois la durée des mesures.

Correction de l'exercice 15 – Résidus après changement de variable

$z = \log y$: $\log 50 \approx 1{,}699$; $\log 24 \approx 1{,}380$; $\log 13 \approx 1{,}114$; $\log 6 \approx 0{,}778$.

Valeurs ajustées par la droite : $x = 1 \to 1{,}620$; $x = 2 \to 1{,}310$; $x = 3 \to 1{,}000$; $x = 4 \to 0{,}690$.

Résidus (mesuré − ajusté) : +0,079 ; +0,070 ; +0,114 ; +0,088.

Observation gênante : les quatre résidus sont POSITIFS. Leur somme vaut 0,351, donc elle n'est pas nulle.

Or la droite des moindres carrés a toujours une somme de résidus NULLE : la droite proposée n'est donc pas celle des moindres carrés.

Diagnostic : la droite est systématiquement trop basse. Il faudrait relever son ordonnée à l'origine d'environ $\frac{0{,}351}{4} \approx 0{,}088$, soit $b \approx 2{,}018$.

En revanche le coefficient directeur −0,31 semble correct : les écarts de z valent −0,319 ; −0,266 ; −0,336, de moyenne ≈ −0,307 ✔ proche de −0,31.

Conclusion : le MODÈLE exponentiel est bien adapté (les z sont presque alignés), mais l'ajustement fourni est mal calé. Avec $z = -0{,}31x + 2{,}02$, les résidus s'équilibreraient.

Retour au modèle initial avec cette correction : $y = 10^{2{,}02} \times \left(10^{-0{,}31}\right)^x \approx 104{,}7 \times 0{,}49^x$ — soit une baisse d'environ 51% par unité de x.

Réponse. z : 1,699 ; 1,380 ; 1,114 ; 0,778 · résidus tous positifs (+0,079 à +0,114), de somme $0{,}351 \neq 0$ · le modèle exponentiel convient mais la droite est mal calée : b devrait valoir ≈ 2,02.

Rappel de cours. Des résidus tous de même signe signalent une droite MAL CALÉE (mauvaise ordonnée à l'origine), pas forcément un mauvais modèle.

Erreur fréquente. Conclure « modèle inadapté » : ce sont les écarts de z qui jugent le modèle (ils sont réguliers ici), et la somme des résidus qui juge le calage.

Correction de l'exercice 16 – Type bac : montée en charge d'une production

Quotients : $\frac{9}{6} = 1{,}5$; $\frac{13{,}5}{9} = 1{,}5$; $\frac{20{,}25}{13{,}5} = 1{,}5$; $\frac{30{,}375}{20{,}25} = 1{,}5$.

Les quotients sont tous égaux à 1,5 : la production augmente de 50% par mois, le modèle

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

exponentiel est exact.

$z = \log y$: $\log 6 \approx 0{,}778$; $\log 9 \approx 0{,}954$; $\log 13{,}5 \approx 1{,}130$; $\log 20{,}25 \approx 1{,}307$; $\log 30{,}375 \approx 1{,}482$.

Écarts constants de $\log 1{,}5 \approx 0{,}176$: le nuage $(x\,;z)$ est aligné, de coefficient directeur $0{,}176$.

Ordonnée à l'origine : $z = 0{,}778$ en $x = 1$, donc $b = 0{,}778 - 0{,}176 = 0{,}602$.

Ajustement : $z = 0{,}176x + 0{,}602$.

Retour au modèle : $y = 10^{0{,}602} \times \left(10^{0{,}176}\right)^{x} \approx 4 \times 1{,}5^{x}$.

Contrôle : $4 \times 1{,}5 = 6$ ✔ pour $x = 1$, et $4 \times 1{,}5^{5} = 4 \times 7{,}593\,75 = 30{,}375$ ✔.

8^{e} mois : $y = 4 \times 1{,}5^{8} = 4 \times 25{,}628\,9 \approx 102{,}5$ milliers de pièces.

Seuil de 100 : $4 \times 1{,}5^{x} \geq 100$ donne $1{,}5^{x} \geq 25$, soit $x \geq \dfrac{\log 25}{\log 1{,}5} = \dfrac{1{,}397\,94}{0{,}176\,09} \approx 7{,}94$.

La capacité maximale serait donc atteinte au 8^{e} mois — ce que confirme le calcul de $y(8) \approx 102{,}5 > 100$.

Réserve indispensable : au-delà du 8^{e} mois, le modèle exponentiel n'a plus de sens puisque la ligne est saturée à 100. La montée en charge s'arrête là par contrainte physique, pas par changement de tendance.

Réponse. Quotients constants 1,5 : modèle exponentiel · $z = 0{,}176x + 0{,}602$ · $y = 4 \times 1{,}5^{x}$ · $y(8) \approx 102{,}5$: la capacité de 100 est atteinte au 8^{e} mois ($x \approx 7{,}94$), et le modèle cesse d'être valable ensuite.

Rappel de cours. Un modèle exponentiel n'est valable que jusqu'à la contrainte physique (capacité, saturation) : il faut toujours la mentionner.

Erreur fréquente. Prolonger le modèle au 12^{e} mois ($y \approx 519$) : la ligne ne peut produire que 100 milliers de pièces par mois.

Correction de l'exercice 17 – Type bac : refroidissement d'une pièce

Un modèle exponentiel sur T tendrait vers 0 °C, alors que la pièce ne peut pas descendre sous les 20 °C de l'atelier. Il serait donc faux à long terme.

Quotients de T : $\dfrac{100}{180} \approx 0{,}556$; $\dfrac{60}{100} = 0{,}6$; $\dfrac{40}{60} \approx 0{,}667$ — non constants, ce qui le confirme.

Écarts à l'ambiante : $E = T - 20$ donne 160 ; 80 ; 40 ; 20.

Quotients de E : 0,5 ; 0,5 ; 0,5 — CONSTANTS ✔ C'est bien l'écart qui décroît exponentiellement.

Modèle de l'écart : $E(t) = 160 \times 0{,}5^{t/5}$ (division par deux toutes les 5 minutes).

Modèle de la température : $T(t) = 20 + 160 \times 0{,}5^{t/5}$.

Contrôle : $T(10) = 20 + 160 \times 0{,}25 = 20 + 40 = 60$ ✔.

À 25 minutes : $0{,}5^{5} = 0{,}031\,25$, donc $T(25) = 20 + 160 \times 0{,}031\,25 = 20 + 5 = 25$ °C.

Limite à long terme : $0{,}5^{t/5}$ tend vers 0, donc T tend vers 20 °C — la température de l'atelier, ce qui est physiquement cohérent ✔.

Conclusion de méthode : devant un refroidissement, on ajuste TOUJOURS l'écart à l'ambiante, jamais la température brute. C'est la loi de Newton.

Réponse. Ajuster T directement ferait tendre la pièce vers 0 °C · les écarts 160, 80, 40, 20 sont de quotient 0,5 · $T(t) = 20 + 160 \times 0{,}5^{t/5}$ · $T(25) = 25$ °C et limite 20 °C.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. Loi de refroidissement : c'est $T - T_{\text{ambiante}}$ qui suit le modèle exponentiel. Le palier ne s'obtient qu'ainsi.

Erreur fréquente. Calculer les quotients de T et conclure « pas exponentiel, donc affine » : le modèle est exponentiel, mais sur l'ÉCART.

Correction de l'exercice 18 – Type bac : caractéristique d'un capteur

Écarts de Q : 5, 7, 9 — non constants (le pas d'abscisse varie), et les écarts de U valent 0,6 à chaque fois.

Le nuage $(Q\,;U)$ n'est donc pas aligné : pour des pas d'abscisse croissants, U progresse régulièrement, ce qui signale une courbure.

$w = \sqrt{Q}$: 2 ; 3 ; 4 ; 5.

Les points $(w\,;U)$ sont $(2\,;1{,}2)$, $(3\,;1{,}8)$, $(4\,;2{,}4)$, $(5\,;3)$.

Écarts de w : 1 à chaque fois, écarts de U : 0,6 à chaque fois. Le nuage est parfaitement aligné, de coefficient directeur 0,6.

Ordonnée à l'origine : $U = 0{,}6 \times 2 + b = 1{,}2$ donne $b = 0$.

Ajustement : $U = 0{,}6\,w$, c'est-à-dire $U = 0{,}6\sqrt{Q}$.

Contrôle : $0{,}6\sqrt{25} = 0{,}6 \times 5 = 3$ ✔.

Pour $U = 2{,}7$ V : $0{,}6\sqrt{Q} = 2{,}7$ donne $\sqrt{Q} = 4{,}5$, donc $Q = 4{,}5^2 = 20{,}25$ L/min.

Contrôle d'encadrement : $U(16) = 2{,}4$ et $U(25) = 3$, et 20,25 est bien entre 16 et 25 ✔.

Remarque de métrologie : la sensibilité du capteur n'est pas constante. Entre 4 et 9 L/min, la tension gagne 0,6 V pour 5 L/min ; entre 20 et 25 L/min, elle ne gagne que 0,3 V. Le capteur est donc moins précis à fort débit.

Réponse. Nuage $(Q\,;U)$ non aligné · avec $w = \sqrt{Q}$: $U = 0{,}6w$ · modèle $U = 0{,}6\sqrt{Q}$ · $U = 2{,}7$ V correspond à $Q = 20{,}25$ L/min.

Rappel de cours. $U = a\sqrt{Q}$: on pose $w = \sqrt{Q}$ pour ajuster, puis on revient en élevant au carré pour trouver un débit.

Erreur fréquente. Résoudre $0{,}6\sqrt{Q} = 2{,}7$ en divisant puis en oubliant d'élever au carré : on annoncerait 4,5 L/min au lieu de 20,25.

Correction de l'exercice 19 – Type bac : coût unitaire d'une série

$t = \dfrac{1}{x}$: 0,0200 ; 0,0100 ; 0,0050 ; 0,0020.

Nuage $(t\,;y)$: $(0{,}02\,;26)$, $(0{,}01\,;16)$, $(0{,}005\,;11)$, $(0{,}002\,;8)$.

Écarts : de $t = 0{,}002$ à $t = 0{,}02$, soit $+0{,}018$, y passe de 8 à 26, soit $+18$.

Coefficient directeur : $\dfrac{18}{0{,}018} = 1\,000$.

Vérifions l'alignement des points intermédiaires : la droite $y = 1\,000t + b$ avec $b = 8 - 1\,000 \times 0{,}002 = 6$ donne en $t = 0{,}01$: $1\,000 \times 0{,}01 + 6 = 16$ ✔ et en $t = 0{,}005$: $5 + 6 = 11$ ✔.

Le nuage $(t\,;y)$ est donc parfaitement aligné sur $y = 1\,000\,t + 6$.

Modèle : $y = \dfrac{1\,000}{x} + 6$.

Interprétation : 6 € est le coût VARIABLE par pièce (matière, temps d'usinage), et 1 000 € le coût FIXE de la série (réglage, outillage), réparti sur les x pièces.

Coût pour 1 000 pièces : $y = \dfrac{1\,000}{1\,000} + 6 = 7$ €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Le coût unitaire ne peut PAS descendre sous 6 € : le terme $\frac{1\,000}{x}$ est toujours strictement positif, donc $y > 6$ quelle que soit la série.

Les 6 € constituent une asymptote horizontale : c'est le coût incompressible de la pièce, la limite de l'effet d'échelle.

Contrôle : pour $x = 10\,000$, $y = 6{,}10$ € — on s'approche de 6 € sans l'atteindre ✔.

Réponse. $t = \frac{1}{x}$ donne un nuage aligné sur $y = 1\,000t + 6$ · modèle $y = \frac{1\,000}{x} + 6$ (coût fixe 1 000 €, coût variable 6 €/pièce) · 7 € pour 1 000 pièces · impossible de descendre sous 6 €.

Rappel de cours. $y = \frac{k}{x} + c$: l'ordonnée à l'origine du nuage $(\frac{1}{x}\,;y)$ est la valeur LIMITE du coût unitaire.

Erreur fréquente. Annoncer un coût unitaire tendant vers 0 pour de grandes séries : il tend vers 6 €, le coût variable.

Correction de l'exercice 20 – Type bac : comparer deux modèles et décider

Valeurs de M_2 : $100 \times 0{,}95 = 95$; $100 \times 0{,}9025 = 90{,}25$; $100 \times 0{,}857\,375 \approx 85{,}74$; $100 \times 0{,}814\,506 \approx 81{,}45$; $100 \times 0{,}773\,781 \approx 77{,}38$.

Résidus de M_2 : 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 (aux arrondis près). Le modèle exponentiel décrit EXACTEMENT les données.

Prévisions à $x = 10$: M_1 donne $-44 + 99{,}2 = 55{,}2$ MWh ; M_2 donne $100 \times 0{,}95^{10} \approx 59{,}87$ MWh. Écart : 4,7 MWh.

Prévisions à $x = 25$: M_1 donne $-110 + 99{,}2 = -10{,}8$ MWh ; M_2 donne $100 \times 0{,}95^{25} \approx 27{,}74$ MWh.

Le modèle affine prévoit une consommation NÉGATIVE, ce qui est impossible. Il est donc disqualifié pour toute projection longue.

Modèle à retenir : M_2. Trois arguments, du plus fort au plus faible :

① Il reproduit exactement les mesures (résidus nuls), alors que M_1 laisse des écarts (par exemple en $x = 1$: 95 mesuré contre 94,8 prévu).

② Il reste positif pour tout x, ce qui est cohérent avec une consommation.

③ Il traduit un mécanisme plausible : une baisse de 5% par an, c'est-à-dire un plan d'économies à effort proportionnel, plus réaliste qu'une baisse de 4,4 MWh par an quel que soit le niveau atteint.

Conclusion de rédaction : les deux modèles se valent presque sur la plage mesurée (l'écart maximal y est inférieur à 0,5 MWh), mais ils divergent radicalement en projection. C'est le comportement à long terme, et la cohérence physique, qui départagent.

Réponse. Résidus de M_2 tous nuls · à $x = 10$: 55,2 contre ≈ 59,9 MWh ; à $x = 25$: −10,8 (impossible) contre ≈ 27,7 MWh · retenir M_2, exact sur les mesures et toujours positif.

Rappel de cours. Deux modèles peuvent coïncider sur la plage mesurée et diverger en projection : on les départage sur les résidus ET sur la cohérence physique.

Erreur fréquente. Choisir le modèle affine parce qu'il est plus simple : il prévoit une consommation négative dès $x \approx 22{,}5$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).