

Fonction inverse — Terminale STMG

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Partager une somme entre n personnes, répartir des coûts fixes sur une production, calculer la durée d'un trajet selon la vitesse : chaque fois, une quantité divise un montant, et la fonction inverse $x \mapsto \frac{1}{x}$ entre en jeu. Ces 20 exercices corrigés couvrent tout le chapitre de Terminale STMG : images et ordres de grandeur, comportement près de 0 et à l'infini, dérivée $-\frac{1}{x^2}$ et sens de variation, tangentes, puis l'étude de fonctions comme $x + \frac{9}{x}$ et la recherche du coût moyen minimal. Les derniers exercices sont des problèmes complets de type bac.

Version en ligne, avec les corrections dépliantes :
mathlvl.fr/exercices-corriges/terminale-stmg/fonction-inverse

Exercice 1 - Calculer des images

Soit $f(x) = \frac{1}{x}$. Calcule $f(5)$, $f(-0,5)$, $f(0,25)$ et $f\left(\frac{2}{3}\right)$.

Exercice 2 - Ensemble de définition et équations

Donne l'ensemble de définition de la fonction inverse, puis résous $\frac{1}{x} = 4$, $\frac{1}{x} = -0,2$ et $\frac{1}{x} = 0$.

Exercice 3 - Des ordres de grandeur

Calcule l'inverse de 10^4 , de 0,0001 et de 5×10^{-3} . Que devient l'inverse d'un nombre positif très grand ? très petit ?

Exercice 4 - Des points sur l'hyperbole

Les points $A(5 ; 0,2)$, $B(-4 ; 0,25)$ et $C(0,1 ; 10)$ sont-ils sur la courbe de la fonction inverse ?

Exercice 5 - Une somme partagée

Un gain de 900 € est partagé à parts égales entre n personnes. Exprime la part $p(n)$ de chacune, calcule-la pour 3, 6 et 30 personnes, puis décris ce qui se passe quand n double.

Exercice 6 - Des nombres dérivés

Soit $f(x) = \frac{1}{x}$. Calcule $f(2)$, $f(-1)$ et $f(0,1)$, puis explique pourquoi ils sont tous négatifs.

Exercice 7 - Une équation de tangente

Détermine une équation de la tangente à la courbe de $f(x) = \frac{1}{x}$ au point d'abscisse 3.

Exercice 8 - Le sens de variation et son piège

Donne le sens de variation de la fonction inverse. Peut-on dire qu'elle est décroissante sur $] -\infty ; 0[\cup] 0 ; +\infty [$?

Exercice 9 - Dériver des combinaisons

Calcule la dérivée de $f(x) = 3x + \frac{2}{x}$, de $g(x) = x^2 - \frac{5}{x}$ et de $h(x) = x^3 + 4 + \frac{1}{x}$ sur $] 0 ; +\infty [$.

Exercice 10 - Les asymptotes

Soit $g(x) = \frac{5}{x}$ sur $] 0 ; +\infty [$. Calcule $g(0,001)$ et $g(1000)$, puis décris les deux asymptotes de sa courbe.

Exercice 11 - Encadrer un inverse

On sait que $4 \leq x \leq 8$. Encadre $\frac{1}{x}$, puis $\frac{20}{x}$.

Exercice 12 - Étudier $2x + 18/x$

Soit $f(x) = 2x + \frac{18}{x}$ sur $] 0 ; +\infty [$. Étudie ses variations et donne son minimum.

Exercice 13 - Avec un carré

Soit $f(x) = x^2 + \frac{54}{x}$ sur $] 0 ; +\infty [$. Montre que $f(x) = \frac{2x^3 - 54}{x^2}$, puis détermine le minimum de f .

Exercice 14 - Le coût moyen minimal

Le coût total de production de q objets est $C(q) = q^2 + 40q + 1600$ euros. Détermine la production qui minimise le coût moyen $C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$, et ce coût.

Exercice 15 - Le prix par personne

Une salle se loue 1500 € pour une soirée, et le traiteur facture 20 € par invité. Exprime le prix par invité $p(n)$ pour n invités. Combien faut-il d'invités pour que ce prix ne dépasse pas 65 € ?

Exercice 16 - Une pente imposée

En quels points de la courbe de $f(x) = \frac{1}{x}$ la tangente a-t-elle pour coefficient directeur -4 ?

Exercice 17 - Une inéquation

Résous l'inéquation $\frac{3}{x} \geq 0,5$ sur $]0; +\infty[$.

Exercice 18 - Un enclos le long d'un mur

On veut clôturer un enclos rectangulaire de 50 m^2 adossé à un mur : seuls trois côtés sont grillagés. On note x la profondeur de l'enclos (en m).

1. Montre que la longueur de grillage est $L(x) = 2x + \frac{50}{x}$.
2. Détermine les dimensions qui minimisent la longueur de grillage.

Exercice 19 - Coût moyen ou bénéfice ?

On reprend $C(q) = q^2 + 40q + 1600$, dont le coût moyen est minimal pour $q = 40$. Chaque objet est vendu 150 €.

1. Montre que le bénéfice est $B(q) = -q^2 + 110q - 1600$.
2. Détermine la production qui maximise le bénéfice et compare avec $B(40)$.

Exercice 20 - Problème : la vitesse la plus économique

Un camion parcourt 400 km à la vitesse v (en km/h), avec $40 \leq v \leq 110$. Le coût du trajet est $C(v) = 2v + \frac{12\,800}{v}$ euros : $\frac{12\,800}{v}$ pour le salaire du chauffeur, $2v$ pour le carburant.

1. Explique pourquoi le salaire est représenté par un terme en $\frac{1}{v}$.
2. Dresse le tableau de variations de C sur $[40; 110]$.
3. Quelle vitesse faut-il conseiller ?