

Fonction logarithme décimal — Terminale STMG

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Au bout de combien d'années un capital placé à 3 % aura-t-il doublé ? Combien de mois faut-il pour qu'un stock qui baisse de 15 % passe sous 20 % de sa valeur ? Le logarithme décimal répond directement à ces questions, sans tâtonner au tableur : il donne l'exposant inconnu d'une équation $a^x = b$. Ces 20 exercices corrigés installent la définition ($10^x = b \Leftrightarrow x = \log b$), les propriétés algébriques, la résolution d'équations et d'inéquations, puis les applications : temps de doublement, seuils, décibels et ajustement exponentiel. Les derniers exercices sont des problèmes complets de type bac.

Version en ligne, avec les corrections dépliantes :

mathlvl.fr/exercices-corriges/terminale-stmg/fonction-logarithme-decimal

Exercice 1 - Les puissances de 10

Sans calculatrice, donne $\log(1000)$, $\log(0,001)$, $\log(1)$ et $\log(10^5)$.

Exercice 2 - Des valeurs à la calculatrice

À la calculatrice, donne une valeur approchée à 10^{-4} de $\log(2)$, $\log(7)$ et $\log(0,4)$. Explique le signe de $\log(0,4)$.

Exercice 3 - Retrouver un nombre

Détermine le nombre $x > 0$ dans chaque cas : $\log(x) = 2$; $\log(x) = -1$; $\log(x) = 1,5$.

Exercice 4 - Une équation $10^x = b$

Résous l'équation $10^x = 500$. Donne la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-3} .

Exercice 5 - Comparer sans calculer

Sans calculatrice, compare $\log(3)$ et $\log(2,5)$, puis donne le signe de $\log(0,7)$ et de $\log(12)$.

Exercice 6 - Utiliser les propriétés

On donne $\log(2) \approx 0,301$ et $\log(3) \approx 0,477$. Sans touche log, calcule une valeur approchée de $\log(6)$, $\log(8)$ et $\log(1,5)$.

Exercice 7 - Simplifier des expressions

Simplifie sans calculatrice : $A = \log(200) - \log(2)$, $B = \log(25) + \log(4)$ et $C = 3\log(5) + 3\log(2)$.

Exercice 8 - Le temps de doublement

Résous l'équation $1,05^x = 2$. Interprète le résultat pour un capital placé à 5 % par an.

Exercice 9 - Une base inférieure à 1

Une machine perd 10 % de sa valeur chaque année. Résous $0,9^x = 0,5$ et interprète.

Exercice 10 - Une équation $x^a = b$

Résous dans $]0; +\infty[$ l'équation $x^4 = 50$.

Exercice 11 - Le nombre de chiffres d'une puissance

Combien de chiffres faut-il pour écrire 3^{50} ?

Exercice 12 - Une inéquation à solution entière

Détermine le plus petit entier n tel que $1,03^n > 1,5$.

Exercice 13 - Le sens qui change

Détermine le plus petit entier n tel que $0,85^n < 0,2$.

Exercice 14 - Atteindre un montant

Un capital de 5000 € est placé à 2,5 % par an (intérêts composés). Au bout de combien d'années entières dépassera-t-il 7000 € ?

Exercice 15 - Une population qui diminue

Un village perd 1,5 % de ses habitants chaque année. Au bout de combien d'années entières aura-t-il perdu plus de 20 % de sa population ?

Exercice 16 - Deux haut-parleurs

Le niveau sonore (en dB) d'un son d'intensité I est $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$. Un haut-parleur produit 65 dB.

1. Quel est le niveau sonore de deux haut-parleurs identiques (les intensités s'ajoutent) ?
2. Par combien l'intensité est-elle multipliée quand le niveau augmente de 20 dB ?

Exercice 17 - Le seuil d'une suite géométrique

La suite (u_n) est définie par $u_n = 200 \times 1,12^n$. Détermine, par le calcul, le plus petit entier n tel que $u_n > 1000$.

Exercice 18 - Deux entreprises

L'entreprise A réalise 50 000 € de chiffre d'affaires, en hausse de 6 % par an ; l'entreprise B réalise 80 000 €, en hausse de 2 % par an. À partir de combien d'années A dépassera-t-elle B ?

Exercice 19 - Un ajustement exponentiel

On étudie le nombre N d'abonnés d'un service (x = rang de l'année). Après le changement de variable $y = \log(N)$, un tableur donne l'ajustement $y = 0,05x + 2$.

1. Exprime N sous la forme $k \times a^x$ et donne le taux annuel d'évolution.
2. À partir de quel rang le modèle prévoit-il plus de 1000 abonnés ?

Exercice 20 - Problème : l'élimination d'un médicament

On injecte 20 mg d'un médicament. La quantité restante dans le sang après t heures est $Q(t) = 20 \times 0,8^t$.

1. Calcule $Q(3)$ et interprète.
2. Au bout de combien de temps reste-t-il moins de 5 mg ? Donne la valeur réelle, puis le nombre d'heures entières.
3. Calcule la demi-vie du médicament (le temps au bout duquel la moitié a été éliminée).