

Fonctions exponentielles — Terminale STMG

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Un capital placé à 4 % par an, une voiture qui perd 12 % de sa valeur chaque année, une population qui gagne 0,5 % par an : toutes ces grandeurs évoluent d'un pourcentage constant, et la fonction $x \mapsto a^x$ permet de les calculer à tout instant, y compris après deux ans et demi ou trois ans en arrière. Ces 20 exercices corrigés installent le calcul de a^x pour des exposants décimaux ou négatifs, le sens de variation de $k \times a^x$, les propriétés algébriques, puis le taux d'évolution moyen, outil central de la filière. Les derniers exercices sont des problèmes de gestion et d'économie complets.

Version en ligne, avec les corrections dépliantes :
mathlvl.fr/exercices-corriges/terminale-stmg/fonctions-exponentielles

Exercice 1 - Calculer des puissances

Calcule, arrondis à 10^{-4} : $1,08^0$, $1,08^2$, $1,08^{-1}$ et $1,08^{0,5}$.

Exercice 2 - Des valeurs exactes

Donne la valeur exacte de $16^{0,5}$, $27^{\frac{1}{3}}$ et $0,25^{-1}$.

Exercice 3 - Un placement de durée non entière

Un capital de 2500 € est placé à 4 % par an : $C(x) = 2500 \times 1,04^x$, x en années.

1. Calcule sa valeur après 1 an et 6 mois.
2. Calcule sa valeur après 3 ans et 3 mois.

Exercice 4 - Sens de variation

Donne le sens de variation de $f(x) = 1,05^x$, $g(x) = 0,7^x$, $h(x) = -3 \times 1,2^x$ et $m(x) = 500 \times 0,9^x$.

Exercice 5 - Regrouper des puissances

Écris $1,07^3 \times 1,07^2$ sous la forme d'une seule puissance et calcule-la. Interprète pour un prix qui augmente de 7 % par an.

Exercice 6 - Le rôle de la base

Compare sans calculatrice : $1,3^{2,5}$ et $1,3^4$; $0,6^{-1}$ et $0,6^2$.

Exercice 7 - Une voiture qui se déprécie

Une voiture achetée 7000 € perd 12 % de sa valeur par an. Écris le modèle $V(x)$ et estime sa valeur au bout de 2 ans et demi, puis de 4 ans.

Exercice 8 - Simplifier une expression

Montre que, pour tout réel x , $\frac{3^{x+2}}{3^x} = 9$ et que $(2^x)^3 = 8^x$.

Exercice 9 - Taux moyen sur deux et trois ans

Calcule le taux annuel moyen dans chaque cas.

1. Un prix a augmenté de 44 % en 2 ans.
2. Un capital a été multiplié par 1,331 en 3 ans.

Exercice 10 - Taux moyen d'une hausse de 60 %

Le prix d'un logement a augmenté de 60 % en 5 ans. Calcule le taux annuel moyen, puis le taux mensuel équivalent à 6 % par an.

Exercice 11 - Une baisse moyenne

Les ventes d'un magazine ont baissé de 19 % en deux ans. Calcule le taux annuel moyen de baisse.

Exercice 12 - Trois années contrastées

Un chiffre d'affaires a évolué de +20 %, -10 % puis +15 %. Calcule le coefficient global et le taux annuel moyen.

Exercice 13 - Passé et futur d'un salaire

Un salaire annuel de 40 000 € augmente de 2,5 % par an. Quel était-il il y a 4 ans ? Quel sera-t-il dans 2 ans et demi ?

Exercice 14 - Repérer une erreur

Un élève affirme : « $2^3 \times 2^5 = 4^8$ » et « $f(x) = -2 \times 0,5^x$ est décroissante car $0,5 < 1$ ». Corrige.

Exercice 15 - Une demi-vie

La masse d'un produit radioactif de 3000 mg est divisée par 2 tous les 6 jours : $M(t) = 3000 \times 0,5^{\frac{t}{6}}$, t en jours. Calcule la masse restante après 10 jours.

Exercice 16 - Deux placements

Le placement A, de 1000 €, rapporte 5 % par an ; le placement B, de 1300 €, rapporte 2 % par an.

1. Écris les modèles $A(t)$ et $B(t)$.
2. À l'aide des valeurs pour $t = 8, 9$ et 10 , détermine à partir de quelle année A vaut plus que B.

Exercice 17 - Un coefficient semestriel

Une population augmente de 30 % en un an. Quel est le coefficient multiplicateur semestriel équivalent ? Et le taux semestriel ? Vérifie avec une hausse annuelle de 69 %.

Exercice 18 - Un médicament heure par heure

Un médicament a une demi-vie de 24 heures. On en injecte 100 mg.

1. Quel est le coefficient multiplicateur horaire ?
2. Quelle quantité reste-t-il au bout de 36 heures ?

Exercice 19 - Doublement et taux moyen

Un capital placé à 4 % par an est multiplié par $1,04^{10}$ en dix ans. Une autre banque promet +20 % en quatre ans. Compare les deux offres à l'aide de leurs taux annuels moyens.

Exercice 20 - Synthèse : la valeur d'une entreprise

La valeur d'une entreprise, 150 000 € aujourd'hui, augmente de 3 % par an :
 $V(x) = 150\,000 \times 1,03^x$.

1. Justifie que V est croissante.
2. Calcule $V(4)$ et $V(-2)$, et interprète.
3. Calcule le coefficient mensuel équivalent et le coefficient sur dix ans.