

Loi binomiale — Terminale STMG

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

Combien de pièces défectueuses trouvera-t-on dans un échantillon ? Quelle note obtient-on en répondant au hasard à un QCM ? Combien d'appels faut-il passer pour être presque sûr de conclure une vente ? La loi binomiale répond à toutes ces questions de Terminale STMG. Ces 20 exercices corrigés couvrent tout le chapitre : espérance d'une variable aléatoire et jeu équitable, schéma de Bernoulli et arbres, coefficients binomiaux lus dans le triangle de Pascal, calcul de $P(X = k)$, « au moins un » par l'événement contraire, puis espérance np . Les derniers exercices sont des problèmes complets de type bac.

Version en ligne, avec les corrections dépliantes :
mathlvl.fr/exercices-corriges/terminale-stmg/loi-binomiale

Exercice 1 - Calculer une espérance

Une variable aléatoire X prend les valeurs 0, 1, 2 et 3 avec les probabilités 0,2, 0,4, 0,3 et 0,1. Calcule $E(X)$.

Exercice 2 - Un jeu équitable

On lance un dé équilibré ; on gagne 12 € si l'on obtient 6, rien sinon. Quelle mise rend le jeu équitable ?

Exercice 3 - Reconnaître une épreuve de Bernoulli

Parmi ces expériences, lesquelles sont des épreuves de Bernoulli ? a) Lancer une pièce et noter pile ou face. b) Lancer un dé et noter le résultat. c) Interroger un client et noter s'il est satisfait (probabilité 0,85).

Exercice 4 - Deux épreuves sur un arbre

On répète deux fois, de façon indépendante, une épreuve de Bernoulli de paramètre 0,4. Donne la loi du nombre X de succès.

Exercice 5 - Les valeurs immédiates

Sans triangle de Pascal, donne $\binom{7}{0}$, $\binom{7}{1}$, $\binom{7}{6}$ et $\binom{7}{7}$.

Exercice 6 - Lire le triangle de Pascal

La ligne 5 du triangle de Pascal est 1 5 10 10 5 1. Donne $\binom{5}{2}$ et $\binom{5}{3}$, puis interprète $\binom{5}{2}$ avec un arbre.

Exercice 7 - La formule de Pascal

À l'aide de la ligne 5 (1 5 10 10 5 1), calcule $\binom{6}{2}$ et $\binom{6}{3}$.

Exercice 8 - Reconnaître une loi binomiale

Une urne contient 4 boules rouges et 6 blanches. On tire 3 boules et l'on compte les rouges. Le nombre X de rouges suit-il une loi binomiale si l'on remet chaque boule ? si on ne la remet pas ?

Exercice 9 - Une loi binomiale complète

X suit la loi $B(3 ; 0,3)$. Donne sa loi complète.

Exercice 10 - Au moins une pièce défectueuse

Une machine produit 10 % de pièces défectueuses. On prélève 5 pièces (tirages assimilés à des tirages avec remise). Calcule la probabilité de n'avoir aucune pièce défectueuse, puis d'en avoir au moins une.

Exercice 11 - L'espérance np

Une machine produit 4 % de pièces défectueuses. On en contrôle 50. Combien de pièces défectueuses trouvera-t-on en moyenne ?

Exercice 12 - Utiliser un coefficient binomial

X suit la loi $B(5 ; 0,4)$. Calcule $P(X = 2)$, sachant que $\binom{5}{2} = 10$.

Exercice 13 - Répondre au hasard

Un QCM a 10 questions à 4 réponses, dont une seule est juste. Un élève répond au hasard. Calcule la probabilité qu'il n'ait aucune bonne réponse, puis exactement 3, avec $\binom{10}{3} = 120$.

Exercice 14 - Au plus une erreur

Une imprimante fait une erreur sur 5 % des pages, indépendamment. On imprime 8 pages. Calcule la probabilité d'avoir au plus une page avec une erreur, puis au moins deux.

Exercice 15 - Des lancers francs

Un joueur réussit un lancer franc avec la probabilité 0,6, indépendamment. Il en tire 7. Calcule la probabilité qu'il en réussisse au moins 6.

Exercice 16 - Une espérance qui détrompe

Un ticket à gratter coûte 2 €. Il fait gagner 10 € avec la probabilité 0,05, 50 € avec la probabilité 0,01, et rien sinon. Calcule l'espérance du gain net.

Exercice 17 - Repérer une erreur sur l'espérance

Pour X de loi $B(40; 0,05)$, un élève écrit $E(X) = \frac{0,05}{40}$. Corrige.

Exercice 18 - Combien d'appels ?

Un commercial conclut une vente à chaque appel avec la probabilité 0,1, indépendamment. Combien d'appels doit-il passer pour avoir au moins 95 % de chances de conclure au moins une vente ?

Exercice 19 - Problème : la surréservation

Un avion a 50 places ; la compagnie vend 52 billets. Chaque passager se présente avec la probabilité 0,95, indépendamment des autres. On note X le nombre de passagers présents.

1. Calcule $E(X)$.
2. Calcule la probabilité que des passagers soient refusés, c'est-à-dire $P(X \geq 51)$.

Exercice 20 - Problème : un centre d'appels

Chaque appel d'un conseiller aboutit à une vente avec la probabilité 0,2, indépendamment. Il passe 10 appels par heure ; X est le nombre de ventes en une heure.

1. Donne la loi de X et son espérance.
2. Calcule $P(X = 2)$, avec $\binom{10}{2} = 45$, puis $P(X = 0)$.
3. Combien d'appels faut-il pour avoir au moins 99 % de chances de vendre au moins une fois ?