Suites numériques et modèles — Terminale STMG

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

En Première, on apprenait à reconnaître une suite arithmétique (on ajoute toujours le même montant) et une suite géométrique (on multiplie toujours par le même coefficient). La Terminale STMG ajoute les outils que le bac réclame : la SOMME des termes, écrite avec le symbole $\sum$, qui donne le cumul des ventes d'une année ou la valeur acquise d'un plan d'épargne avec versements réguliers ; les moyennes arithmétique et géométrique, qui permettent d'estimer une valeur manquante ou un taux moyen ; et la recherche de seuils, au tableur, par algorithme ou avec le logarithme décimal. Ces 20 exercices vont du calcul d'un terme à l'étude complète d'un placement de type bac.

Version en ligne, avec les corrections dépliables : mathlvl.fr/exercices-corriges/terminale-stmg/suites-numeriques-modeles

Exercice 1 – Reconnaître le modèle

Pour chaque série de valeurs, dis si la suite est arithmétique, géométrique, ou ni l'une ni l'autre, et donne sa raison quand elle existe.

1. Un loyer : 1 500 ; 1 560 ; 1 620 ; 1 680.

2. Un chiffre d'affaires : 800 ; 840 ; 882 ; 926,1.

3. Un stock : 2 000 ; 1 900 ; 1 805 ; 1 714,75.

4. Des ventes : 5 ; 8 ; 13 ; 20.

Exercice 2 – Terme général d'une suite arithmétique

Un salarié gagne 1 850 € par mois à l'embauche. Son contrat prévoit une augmentation de 55 € par mois chaque année. On note u_n son salaire mensuel après n années, avec $u_0 = 1\,850$.

1. Exprime u_n en fonction de n.

2. Quel sera son salaire au bout de 10 ans ?

3. Au bout de combien d'années dépassera-t-il 2 500 € ?

Exercice 3 – Terme général d'une suite géométrique

Un capital de 12 000 € est placé au taux annuel de 3 %, les intérêts étant capitalisés chaque année. On note C_n le capital après n années.

1. Exprime C_{n+1} en fonction de C_n, puis C_n en fonction de n.

2. Calcule le capital au bout de 10 ans, arrondi au centime.

3. Au bout de combien d'années le capital aura-t-il doublé ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 4 – Sens de variation d'une suite

Détermine le sens de variation de chacune de ces suites, en justifiant par la raison.

1. $u_n = 2\,400 - 75n$ (valeur comptable d'un véhicule, en euros).

2. $v_n = 500 \times 1{,}08^{\,n}$ (chiffre d'affaires, en milliers d'euros).

3. $w_n = 900 \times 0{,}85^{\,n}$ (stock restant, en unités).

4. $t_n = 120 + 45n$ (nombre de clients).

Exercice 5 – Somme des termes d'une suite arithmétique

Une boutique vend 120 articles le premier mois de son ouverture, puis 15 articles de plus chaque mois. On note $u_1 = 120$ les ventes du premier mois.

1. Combien d'articles vend-elle le douzième mois ?

2. Combien d'articles a-t-elle vendus au total sur les douze premiers mois ?

Exercice 6 – Somme des termes d'une suite géométrique

Une société réalise 30 000 € de chiffre d'affaires sa première année, puis progresse de 6 % chaque année.

1. Quel est son chiffre d'affaires la huitième année, arrondi à l'euro ?

2. Quel chiffre d'affaires cumulé a-t-elle réalisé sur ces huit années ?

Exercice 7 – Moyenne arithmétique ou géométrique

On cherche à reconnaître des termes consécutifs de suites, puis à estimer une valeur manquante.

1. Les nombres 12 ; 18 ; 24 sont-ils trois termes consécutifs d'une suite arithmétique ? d'une suite géométrique ?

2. Même question pour 12 ; 18 ; 27.

3. Une ville comptait 50 000 habitants en 2019 et 54 080 en 2021, avec un même pourcentage d'évolution chaque année. Estime la population de 2020 et ce pourcentage.

Exercice 8 – Chercher un seuil au tableur

Un capital de 8 000 € est placé à 2,5 % par an, intérêts capitalisés. On note C_n le capital après n années.

1. Exprime C_n en fonction de n.

2. À partir de quelle année le capital dépasse-t-il 12 000 € ?

3. Quelle formule saisir en $B3$ d'un tableur pour obtenir les capitaux successifs, si $B2$ contient 8 000 ?

Exercice 9 – Choisir entre modèle linéaire et exponentiel

Le nombre d'abonnés d'un service est le suivant : 1 200 en 2020, 1 320 en 2021, 1 452 en 2022, 1 597 en 2023.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

1. Ces données suivent-elles plutôt un modèle arithmétique ou géométrique ? Justifie par des calculs.

2. Propose une expression de u_n, le nombre d'abonnés n années après 2020, et estime le nombre d'abonnés en 2026.

Exercice 10 – La notation sigma

Calcule chaque somme en précisant le nombre de termes.

1. $\sum_{k=0}^{11}(500+25k)$: les ventes mensuelles d'un an, qui augmentent de 25 unités par mois.

2. $\sum_{k=0}^{5} 3\times 2^{k}$.

Exercice 11 – Une épargne mensuelle

Une personne verse 150 € à la fin de chaque mois sur un compte rémunéré à 0,3 % par mois, pendant 3 ans.

1. Exprime le capital obtenu juste après le dernier versement sous la forme d'une somme, puis calcule-le.

2. Quelle part de ce capital provient des intérêts ?

Exercice 12 – Comparer deux offres commerciales

Deux commerciaux se voient proposer une rémunération annuelle. Offre A : 1 200 € la première année, puis 80 € de plus chaque année. Offre B : 1 000 € la première année, puis 8 % de plus chaque année. On note a_n et b_n les montants après n années, avec $a_0 = 1\,200$ et $b_0 = 1\,000$.

1. Exprime a_n et b_n en fonction de n.

2. Compare les deux offres au bout de 5 ans.

3. À partir de quelle année l'offre B devient-elle la plus avantageuse ?

Exercice 13 – Valeur acquise d'un plan d'épargne

Un épargnant verse 1 500 € à la fin de chaque année sur un compte rémunéré à 3 % par an, pendant 10 ans.

1. Quel est le montant total versé par l'épargnant ?

2. Quelle somme possède-t-il au bout de 10 ans, arrondie au centime ?

3. Quelle part de cette somme provient des intérêts ?

Exercice 14 – Amortissement linéaire ou dégressif

Une machine achetée 24 000 € peut être amortie de deux façons. Amortissement linéaire : 3 000 € de perte de valeur chaque année pendant 8 ans. Amortissement dégressif : 25 % de perte de valeur chaque année.

1. Exprime la valeur comptable v_n (linéaire) et w_n (dégressif) après n années.

2. Compare les deux valeurs au bout de 3 ans.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

3. Au bout de combien d'années la valeur dégressive passe-t-elle sous 10 000 € ?

4. Que vaut chaque méthode au bout de 8 ans ?

Exercice 15 – Un taux d'évolution moyen

Le chiffre d'affaires d'une entreprise a augmenté de 12 % en 2024, puis de 3 % en 2025.

1. Calcule le coefficient multiplicateur global sur les deux ans.

2. Calcule le taux d'évolution annuel moyen. Est-ce 7,5 % ?

Exercice 16 – Type bac : adhérents d'une salle de sport

Une salle de sport compte 1200 adhérents en 2024, et leur nombre augmente de 5 % par an. La cotisation annuelle est de 300 €. On note a_n le nombre d'adhérents l'année $2024 + n$.

1. Exprime a_n en fonction de n.

2. Calcule les recettes cumulées de 2024 à 2030, en les écrivant avec $\sum$.

3. À partir de quelle année la salle comptera-t-elle plus de 1800 adhérents ?

Exercice 17 – Type bac : intérêts simples contre intérêts composés

Deux placements de 10 000 € sont proposés. Placement A : intérêts composés au taux annuel de 3 %. Placement B : intérêts simples de 400 € versés chaque année. On note a_n et b_n les capitaux après n années.

1. Exprime a_n et b_n en fonction de n, en précisant la nature de chaque suite.

2. Compare les deux placements au bout de 5 ans, puis de 10 ans.

3. À partir de quelle année le placement A devient-il le meilleur ?

4. Que conseiller à un épargnant selon son horizon de placement ?

Exercice 18 – Type bac : plan d'épargne et objectif

Un salarié verse 1 200 € à la fin de chaque année sur un plan d'épargne rémunéré à 2,5 % par an.

1. Quelle somme aura-t-il constituée au bout de 15 ans, arrondie à l'euro ?

2. Quelle part représente les intérêts ?

3. Il souhaite disposer de 30 000 €. Le tableur donne : 19 versements → ≈ 28 735 €, 20 versements → ≈ 30 654 €. Combien d'années doit-il épargner ?

Exercice 19 – Type bac : une épargne retraite

Une personne verse 3000 € à la fin de chaque année sur un plan d'épargne retraite rémunéré à 2 % par an.

1. Montre que le capital après n versements vaut $C_n = 150\,000 \times (1{,}02^n - 1)$.

2. Au bout de combien d'années le capital dépassera-t-il 100 000 € ?

3. Quelle part du capital provient alors des intérêts ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 20 – Type bac : synthèse, modèle et prévision

Le chiffre d'affaires d'une enseigne, en milliers d'euros, est : 500 en 2019, 540 en 2020, 583 en 2021, 630 en 2022, 680 en 2023.

1. Montre qu'un modèle géométrique convient et donne sa raison, arrondie à 0,01.

2. Exprime u_n, chiffre d'affaires n années après 2019, et vérifie le modèle sur 2023.

3. Estime le chiffre d'affaires de 2026.

4. Calcule le chiffre d'affaires cumulé de 2019 à 2026 selon ce modèle.

5. Quelles limites ce modèle présente-t-il ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Reconnaître le modèle

Méthode : on teste D'ABORD les différences (suite arithmétique), PUIS les quotients (suite géométrique), et toujours sur tous les couples disponibles.

a) Différences : $1\,560 - 1\,500 = 60$, puis 60, puis 60. Constantes : suite ARITHMÉTIQUE de raison $r = 60$.

b) Différences : 40, 42, 44,1 — non constantes. Quotients : $\frac{840}{800} = 1{,}05$, $\frac{882}{840} = 1{,}05$, $\frac{926{,}1}{882} = 1{,}05$. Suite GÉOMÉTRIQUE de raison $q = 1{,}05$.

On reconnaît le coefficient multiplicateur d'une hausse de 5 % par période.

c) Quotients : $\frac{1\,900}{2\,000} = 0{,}95$, $\frac{1\,805}{1\,900} = 0{,}95$, $\frac{1\,714{,}75}{1\,805} = 0{,}95$. Suite GÉOMÉTRIQUE de raison $q = 0{,}95$, soit une baisse de 5 % par période.

d) Différences : 3, 5, 7 — non constantes. Quotients : 1,6 ; 1,625 ; ≈ 1,538 — non constants. La suite n'est NI arithmétique NI géométrique.

Traduction en gestion : a) un montant fixe s'ajoute chaque période (indexation forfaitaire) ; b) et c) un taux fixe s'applique (+5 % et −5 %) ; d) aucun modèle simple ne convient.

Réflexe à installer : « on AJOUTE toujours la même chose » ⇒ arithmétique ; « on MULTIPLIE toujours par la même chose » ⇒ géométrique.

Réponse. a) arithmétique, $r = 60$ · b) géométrique, $q = 1{,}05$ · c) géométrique, $q = 0{,}95$ · d) ni l'une ni l'autre.

Rappel de cours. Arithmétique : $u_{n+1} = u_n + r$. Géométrique : $u_{n+1} = q \times u_n$, avec $q = 1 + \frac{t}{100}$.

Erreur fréquente. Conclure sur un seul quotient. En d), le premier vaut 1,6 : s'arrêter là ferait annoncer à tort une suite géométrique.

Correction de l'exercice 2 – Terme général d'une suite arithmétique

L'augmentation est un MONTANT fixe : la suite est arithmétique de raison $r = 55$.

Terme général : $u_n = u_0 + n \times r = 1\,850 + 55n$.

Au bout de 10 ans : $u_{10} = 1\,850 + 55 \times 10 = 1\,850 + 550 = 2\,400$ €.

Pour la troisième question, on résout $1\,850 + 55n > 2\,500$.

$55n > 650$, donc $n > \frac{650}{55} \approx 11{,}82$.

Comme n est un nombre entier d'années, le premier rang qui convient est $n = 12$.

Vérification : $u_{11} = 1\,850 + 605 = 2\,455$ € (insuffisant) et $u_{12} = 1\,850 + 660 = 2\,510$ € (dépasse) ✔.

Le salaire dépasse donc 2 500 € au bout de 12 ans.

Attention à ne pas arrondir 11,82 à 12 « parce que c'est plus proche » : on prend l'entier SUPÉRIEUR parce qu'il faut dépasser le seuil, et $n = 11$ ne suffit pas.

Réponse. $u_n = 1\,850 + 55n$ · $u_{10} = 2\,400$ € · le salaire dépasse 2 500 € au bout de 12 ans.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. $u_n = u_0 + nr$. Un seuil se franchit au premier ENTIER qui vérifie l'inéquation.

Erreur fréquente. Écrire $u_n = 1\,850 + 55(n-1)$ alors que la suite commence à u_0. Cette forme ne vaut que si le premier terme est u_1.

Correction de l'exercice 3 – Terme général d'une suite géométrique

Un taux de 3 % capitalisé donne le coefficient multiplicateur 1,03 chaque année.

Relation de récurrence : $C_{n+1} = 1{,}03 \times C_n$. C'est une suite géométrique de raison $q = 1{,}03$.

Terme général : $C_n = C_0 \times q^n = 12\,000 \times 1{,}03^n$.

Au bout de 10 ans : $1{,}03^{10} \approx 1{,}343916$.

$C_{10} \approx 12\,000 \times 1{,}343916 \approx 16\,127{,}00$ €.

Le capital a donc gagné environ 4 127 € d'intérêts en dix ans.

Pour le doublement, on cherche le plus petit entier n tel que $12\,000 \times 1{,}03^n > 24\,000$, c'est-à-dire $1{,}03^n > 2$.

On balaie au tableur ou à la calculatrice : $1{,}03^{23} \approx 1{,}9736$ (insuffisant) et $1{,}03^{24} \approx 2{,}0328$ (dépasse).

Le capital double donc au bout de 24 ans.

Contrôle de vraisemblance : à 3 % par an, doubler en 24 ans est cohérent — l'ordre de grandeur bien connu des gestionnaires est « 70 divisé par le taux », soit environ 23 ans ici. ✔

Remarque : $12\,000 \times 1{,}03^{24} \approx 24\,394$ €, on dépasse bien les 24 000 € visés.

Réponse. $C_{n+1} = 1{,}03\,C_n$ et $C_n = 12\,000 \times 1{,}03^n$ · $C_{10} \approx 16\,127{,}00$ € · le capital double au bout de 24 ans.

Rappel de cours. $C_n = C_0 \times q^n$. Les intérêts composés forment toujours une suite géométrique.

Erreur fréquente. Croire qu'à 3 % par an on double en 33 ans (100 ÷ 3). Ce serait vrai avec des intérêts SIMPLES, pas composés.

Correction de l'exercice 4 – Sens de variation d'une suite

Pour une suite arithmétique, tout se lit sur le signe de la raison r : $r > 0$ donne une suite croissante, $r < 0$ une suite décroissante.

Pour une suite géométrique à termes positifs, tout se lit sur q : $q > 1$ donne une suite croissante, $0 < q < 1$ une suite décroissante.

a) $u_n = 2\,400 - 75n$ est arithmétique de raison $r = -75 < 0$: suite DÉCROISSANTE. Le véhicule perd 75 € de valeur par période.

b) $v_n = 500 \times 1{,}08^n$ est géométrique de raison $q = 1{,}08 > 1$, avec $v_0 = 500 > 0$: suite CROISSANTE. Le chiffre d'affaires progresse de 8 % par période.

c) $w_n = 900 \times 0{,}85^n$ est géométrique de raison $q = 0{,}85$, comprise entre 0 et 1 : suite DÉCROISSANTE. Le stock perd 15 % par période.

d) $t_n = 120 + 45n$ est arithmétique de raison $r = 45 > 0$: suite CROISSANTE.

Vérification rapide sur les premiers termes de c) : $w_0 = 900$, $w_1 = 765$, $w_2 = 650{,}25$ — cela décroît bien ✔.

Attention à une nuance importante : la règle sur q suppose le premier terme POSITIF.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Avec un premier terme négatif, tout s'inverse.

Réponse. a) décroissante ($r = -75$) · b) croissante ($q = 1{,}08 > 1$) · c) décroissante ($0 < q = 0{,}85 < 1$) · d) croissante ($r = 45$).

Rappel de cours. Arithmétique : signe de r. Géométrique à termes positifs : position de q par rapport à 1.

Erreur fréquente. Dire que $w_n = 900 \times 0{,}85^{\,n}$ croît parce que n augmente. C'est le coefficient $0{,}85 < 1$ qui commande, et il fait décroître.

Correction de l'exercice 5 – Somme des termes d'une suite arithmétique

La suite est arithmétique de raison $r = 15$, avec un premier terme $u_1 = 120$.

Comme la suite démarre au rang 1, le terme général s'écrit $u_n = u_1 + (n-1) \times r = 120 + 15(n-1)$.

Douzième mois : $u_{12} = 120 + 15 \times 11 = 120 + 165 = 285$ articles.

Pour le total, on utilise la somme des termes d'une suite arithmétique : $S = \text{nombre de termes} \times \dfrac{\text{premier} + \text{dernier}}{2}$.

Il y a 12 termes, le premier vaut 120 et le dernier 285.

$S = 12 \times \dfrac{120 + 285}{2} = 12 \times \dfrac{405}{2} = 12 \times 202{,}5$.

$S = 2\,430$ articles vendus sur l'année.

Contrôle de vraisemblance : la vente moyenne mensuelle est 202,5 articles, soit exactement la moyenne entre le premier et le dernier mois — c'est ce que dit la formule, et c'est propre aux suites arithmétiques ✔.

Autre contrôle : $12 \times 120 = 1\,440$ au minimum, $12 \times 285 = 3\,420$ au maximum. Le total 2 430 est bien entre les deux ✔.

Réponse. $u_{12} = 285$ articles le douzième mois · 2 430 articles vendus au total sur l'année.

Rappel de cours. $S = n \times \dfrac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}$. Il faut connaître le dernier terme AVANT de sommer.

Erreur fréquente. Compter 12 termes puis utiliser u_{11} comme dernier terme. Si la suite commence à u_1, le douzième terme est u_{12}.

Correction de l'exercice 6 – Somme des termes d'une suite géométrique

La suite est géométrique de raison $q = 1{,}06$, de premier terme $u_0 = 30\,000$ (première année).

En notant u_0 la première année, la huitième année correspond à u_7.

$u_7 = 30\,000 \times 1{,}06^7$. Or $1{,}06^7 \approx 1{,}503630$.

$u_7 \approx 45\,109$ €.

Pour le cumul, on somme 8 termes consécutifs d'une suite géométrique : $S = u_0 \times \dfrac{1 - q^8}{1 - q}$.

Avec $q = 1{,}06$, il est plus commode d'écrire $S = u_0 \times \dfrac{q^8 - 1}{q - 1}$ — c'est la même chose, sans signes négatifs.

$1{,}06^8 \approx 1{,}593848$, donc $\dfrac{1{,}593848 - 1}{0{,}06} = \dfrac{0{,}593848}{0{,}06} \approx 9{,}897467$.

$S \approx 30\,000 \times 9{,}897467 \approx 296\,924$ €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Contrôle de vraisemblance : huit années à 30 000 € auraient donné 240 000 €. Avec la croissance, on obtient 296 924 €, soit environ 24 % de plus. C'est cohérent ✔.

Autre contrôle : le cumul doit être compris entre $8 \times 30\,000 = 240\,000$ et $8 \times 45\,109 = 360\,872$ €. C'est le cas ✔.

Attention au nombre de termes : de u_0 à u_7, il y a 8 termes, donc l'exposant de la formule est 8, pas 7.

Réponse. $u_7 \approx 45\,109$ € la huitième année · cumul $\approx 296\,924$ € sur les huit années.

Rappel de cours. $S = u_0 \times \dfrac{q^N - 1}{q - 1}$, où N est le NOMBRE DE TERMES sommés (et non le dernier rang).

Erreur fréquente. Utiliser l'exposant 7 dans la somme parce que le dernier terme est u_7. Il y a 8 termes de u_0 à u_7.

Correction de l'exercice 7 – Moyenne arithmétique ou géométrique

Trois nombres a, b, c sont consécutifs dans une suite arithmétique si $b = \dfrac{a+c}{2}$, dans une suite géométrique (termes positifs) si $b = \sqrt{ac}$.

Pour 12 ; 18 ; 24 : $\dfrac{12+24}{2} = 18$, suite arithmétique de raison 6. Mais $\sqrt{12 \times 24} = \sqrt{288} \approx 16{,}97 \neq 18$: pas géométrique.

Pour 12 ; 18 ; 27 : $\dfrac{12+27}{2} = 19{,}5 \neq 18$, pas arithmétique ; $\sqrt{12 \times 27} = \sqrt{324} = 18$, suite géométrique de raison 1,5.

Avec un pourcentage constant, les populations sont en progression géométrique : la population de 2020 est la moyenne géométrique $\sqrt{50\,000 \times 54\,080} = 52\,000$ habitants.

Le coefficient annuel vaut $\dfrac{52\,000}{50\,000} = 1{,}04$: +4 % par an.

Réponse. a) arithmétique seulement · b) géométrique seulement · c) 52 000 habitants, +4 % par an.

Rappel de cours. Moyenne arithmétique $\dfrac{a+c}{2}$ pour une suite arithmétique ; moyenne géométrique $\sqrt{ac}$ pour une suite géométrique.

Erreur fréquente. Estimer la population de 2020 par la moyenne arithmétique (52 040) alors que l'évolution est en pourcentage.

Correction de l'exercice 8 – Chercher un seuil au tableur

Suite géométrique de raison $q = 1{,}025$: $C_n = 8\,000 \times 1{,}025^{\,n}$.

On cherche le plus petit entier n tel que $8\,000 \times 1{,}025^{\,n} > 12\,000$, c'est-à-dire $1{,}025^{\,n} > 1{,}5$.

Sans logarithme, on procède par balayage — c'est exactement ce que fait un tableur.

$n = 15$: $1{,}025^{15} \approx 1{,}44830$, soit $C_{15} \approx 11\,586$ € — insuffisant.

$n = 16$: $1{,}025^{16} \approx 1{,}48451$, soit $C_{16} \approx 11\,876$ € — encore insuffisant.

$n = 17$: $1{,}025^{17} \approx 1{,}52162$, soit $C_{17} \approx 12\,173$ € — le seuil est dépassé.

Le capital dépasse donc 12 000 € au bout de 17 ans.

Formule de tableur : en $B3$ on saisit $= B2 * 1{,}025$, puis on recopie la formule vers le bas.

On peut aussi écrire directement $= 8000 * 1{,}025\hat{}A3$ si la colonne A contient les rangs — les deux méthodes donnent la même colonne.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Remarque de rédaction : au bac, on attend soit le tableau de valeurs autour du seuil ($n = 16$ et $n = 17$), soit la formule de tableur. Une réponse sans justification numérique ne rapporte pas les points.

Réponse. $C_n = 8\,000 \times 1{,}025^n$ · le capital dépasse 12 000 € au bout de 17 ans (≈ 12 173 €) · formule = $B2 * 1{,}025$.

Rappel de cours. Un seuil en STMG se cherche par BALAYAGE : on encadre le rang cherché par deux valeurs, l'une en dessous, l'autre au-dessus.

Erreur fréquente. Donner $n = 16$ parce que 11 876 € est « presque » 12 000 €. Le seuil doit être STRICTEMENT dépassé.

Correction de l'exercice 9 – Choisir entre modèle linéaire et exponentiel

On teste les différences : $1\,320 - 1\,200 = 120$; $1\,452 - 1\,320 = 132$; $1\,597 - 1\,452 = 145$.

Elles augmentent régulièrement : le modèle arithmétique ne convient pas.

On teste les quotients : $\frac{1\,320}{1\,200} = 1{,}1$; $\frac{1\,452}{1\,320} = 1{,}1$; $\frac{1\,597}{1\,452} \approx 1{,}0999$.

Les quotients sont constants (aux arrondis près) et valent 1,1 : le modèle GÉOMÉTRIQUE convient, avec $q = 1{,}1$.

Traduction : le nombre d'abonnés progresse d'environ 10 % par an.

Expression : $u_n = 1\,200 \times 1{,}1^n$, où n est le nombre d'années depuis 2020.

Vérification du modèle sur 2023 ($n = 3$) : $1\,200 \times 1{,}1^3 = 1\,200 \times 1{,}331 = 1\,597{,}2$, à comparer aux 1 597 observés ✔.

Prévision pour 2026, soit $n = 6$: $1{,}1^6 \approx 1{,}771561$.

$u_6 \approx 1\,200 \times 1{,}771561 \approx 2\,126$ abonnés.

Réserve à formuler : le modèle suppose que le rythme de +10 % se maintient trois ans de plus. Un service atteint tôt ou tard un plafond de marché — la prévision est une projection, pas une garantie.

Réponse. Modèle géométrique de raison $q = 1{,}1$ (quotients constants) · $u_n = 1\,200 \times 1{,}1^n$ · environ 2 126 abonnés en 2026.

Rappel de cours. Différences constantes ⇒ arithmétique. Quotients constants ⇒ géométrique. On teste les deux avant de choisir.

Erreur fréquente. Choisir le modèle arithmétique parce que les différences « ne sont pas si éloignées ». 120, 132, 145 augmentent de façon nette et régulière.

Correction de l'exercice 10 – La notation sigma

Le symbole $\sum_{k=p}^{n}$ indique qu'on additionne les termes pour k allant de p à n : il y a $n - p + 1$ termes.

a) De $k = 0$ à $k = 11$: 12 termes, en progression arithmétique de raison 25, de 500 à $500 + 25 \times 11 = 775$.

La somme vaut $12 \times \frac{500 + 775}{2} = 12 \times 637{,}5 = 7650$ unités vendues sur l'année.

b) De $k = 0$ à $k = 5$: 6 termes en progression géométrique, de premier terme 3 et de raison 2.

La somme vaut $3 \times \frac{2^6 - 1}{2 - 1} = 3 \times 63 = 189$. Contrôle : $3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96 = 189$.

Réponse. a) 12 termes, 7650 · b) 6 termes, 189.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. Nombre de termes de $\sum_{k=p}^{n}$: $n - p + 1$.

Erreur fréquente. Compter 11 termes de 0 à 11 au lieu de 12.

Correction de l'exercice 11 – Une épargne mensuelle

Il y a 36 versements. Le premier est capitalisé 35 mois, le dernier 0 mois : le capital vaut $150 + 150 \times 1{,}003 + \cdots + 150 \times 1{,}003^{35}$.

C'est la somme de 36 termes d'une suite géométrique de premier terme 150 et de raison 1,003 : $150 \times \dfrac{1{,}003^{36} - 1}{0{,}003} \approx 5693{,}38$ €.

Les versements totalisent $36 \times 150 = 5400$ € ; les intérêts représentent donc environ 293,38 €, soit un peu plus de 5 % du capital.

Réponse. ≈ 5693,38 €, dont ≈ 293,38 € d'intérêts.

Rappel de cours. Valeur acquise de n versements V au taux t : $V \times \dfrac{(1+t)^n - 1}{t}$.

Correction de l'exercice 12 – Comparer deux offres commerciales

Offre A : un montant fixe s'ajoute, la suite est arithmétique de raison 80.
$a_n = 1\,200 + 80n$.

Offre B : un taux fixe s'applique, la suite est géométrique de raison 1,08.
$b_n = 1\,000 \times 1{,}08^n$.

Au bout de 5 ans ($n = 5$) : $a_5 = 1\,200 + 400 = 1\,600$ €.

$b_5 = 1\,000 \times 1{,}08^5 \approx 1\,000 \times 1{,}469328 \approx 1\,469{,}33$ €.

L'offre A reste donc nettement plus avantageuse au bout de cinq ans (130,67 € d'écart).

Pour la troisième question, on compare les deux suites par balayage au tableur.

$n = 6$: $a_6 = 1\,680$ et $b_6 \approx 1\,586{,}87$ — A devant.

$n = 7$: $a_7 = 1\,760$ et $b_7 \approx 1\,713{,}82$ — A encore devant, mais l'écart fond.

$n = 8$: $a_8 = 1\,840$ et $b_8 \approx 1\,850{,}93$ — B passe devant.

L'offre B devient donc la plus avantageuse à partir de $n = 8$, c'est-à-dire la neuvième année de rémunération.

Explication : une suite géométrique de raison > 1 finit TOUJOURS par dépasser une suite arithmétique, quelle que soit l'avance de départ. Elle est simplement lente à démarrer.

Conseil de gestion : pour un commercial qui compte rester peu de temps, A est préférable ; pour une carrière longue dans l'entreprise, B l'emporte largement — $b_{20} \approx 4\,661$ € contre $a_{20} = 2\,800$ €.

Réponse. $a_n = 1\,200 + 80n$ et $b_n = 1\,000 \times 1{,}08^n$ · au bout de 5 ans, A donne 1 600 € contre ≈ 1 469 € pour B · B passe devant à partir de $n = 8$ (neuvième année).

Rappel de cours. Croissance exponentielle contre croissance linéaire : l'exponentielle finit toujours par gagner, même en partant plus bas.

Erreur fréquente. Conclure au bout de cinq ans que « A est meilleure », sans préciser l'horizon. La réponse dépend entièrement de la durée envisagée.

Correction de l'exercice 13 – Valeur acquise d'un plan d'épargne

Total versé : $10 \times 1\,500 = 15\,000$ €. C'est l'argent sorti de sa poche.

Chaque versement rapporte des intérêts pendant un nombre d'années différent : le

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

premier pendant 9 ans, le dernier pendant 0 an.

La somme finale s'écrit donc $1\,500 \times 1{,}03^{9} + 1\,500 \times 1{,}03^{8} + \ldots + 1\,500 \times 1{,}03^{0}$.

On reconnaît une somme de 10 termes d'une suite géométrique de raison 1,03, de premier terme 1 500.

$S = 1\,500 \times \dfrac{1{,}03^{10} - 1}{1{,}03 - 1}$.

$1{,}03^{10} \approx 1{,}343916$, donc $\dfrac{0{,}343916}{0{,}03} \approx 11{,}463879$.

$S \approx 1\,500 \times 11{,}463879 \approx 17\,195{,}82$ €.

Part des intérêts : $17\,195{,}82 - 15\,000 = 2\,195{,}82$ €.

Cela représente environ 14,6 % du total versé — un rendement effectif bien inférieur à $3 \times 10 = 30$ %, parce que les derniers versements ne travaillent presque pas.

Contrôle de vraisemblance : la somme doit être supérieure à 15 000 € (il y a des intérêts) et inférieure à $15\,000 \times 1{,}03^{10} \approx 20\,159$ € (cas où tout aurait été versé dès le départ). 17 196 € est bien entre les deux ✔.

À retenir pour le bac : « versements réguliers + intérêts composés » signifie toujours SOMME de suite géométrique, jamais un simple produit.

Réponse. 15 000 € versés · ≈ 17 195,82 € au bout de 10 ans · dont ≈ 2 195,82 € d'intérêts.

Rappel de cours. Valeur acquise de N versements V au taux $q - 1$: $S = V \times \dfrac{q^{N} - 1}{q - 1}$.

Erreur fréquente. Calculer $15\,000 \times 1{,}03^{10}$. Cela supposerait que la totalité a été versée dès la première année, ce qui surestime de près de 3 000 €.

Correction de l'exercice 14 – Amortissement linéaire ou dégressif

Linéaire : un MONTANT fixe est retiré chaque année, suite arithmétique de raison $-3\,000$. $v_n = 24\,000 - 3\,000n$.

Dégressif : un TAUX fixe s'applique, il reste 75 % chaque année, suite géométrique de raison 0,75. $w_n = 24\,000 \times 0{,}75^{n}$.

Au bout de 3 ans : $v_3 = 24\,000 - 9\,000 = 15\,000$ €.

$w_3 = 24\,000 \times 0{,}75^{3} = 24\,000 \times 0{,}421875 = 10\,125$ €.

Le dégressif fait donc perdre beaucoup plus de valeur au début : 4 875 € d'écart dès la troisième année.

Pour le seuil, on balaie : $w_3 = 10\,125$ € (au-dessus de 10 000) et $w_4 = 24\,000 \times 0{,}31640625 = 7\,593{,}75$ € (en dessous).

La valeur dégressive passe donc sous 10 000 € au cours de la quatrième année.

Au bout de 8 ans : $v_8 = 24\,000 - 24\,000 = 0$ €. La machine est entièrement amortie, sa valeur comptable est nulle.

$w_8 = 24\,000 \times 0{,}75^{8} \approx 24\,000 \times 0{,}100113 \approx 2\,402{,}71$ €.

Différence de nature essentielle : le linéaire atteint 0 exactement au bout de 8 ans, le dégressif ne l'atteint JAMAIS — il s'en approche seulement.

C'est d'ailleurs pour cette raison qu'en comptabilité, l'amortissement dégressif bascule en linéaire sur les dernières années.

Intérêt fiscal du dégressif : il concentre la charge sur les premières années, ce qui réduit

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

le bénéfice imposable au début. Le total amorti reste identique, seul le calendrier change.

Réponse. $v_n = 24\,000 - 3\,000n$ et $w_n = 24\,000 \times 0{,}75^n$ · à 3 ans : 15 000 € contre 10 125 € · le dégressif passe sous 10 000 € la quatrième année · à 8 ans : 0 € contre ≈ 2 402,71 €.

Rappel de cours. Amortissement linéaire = suite arithmétique (montant fixe). Amortissement dégressif = suite géométrique (taux fixe).

Erreur fréquente. Croire que le dégressif atteint 0 au bout de 8 ans comme le linéaire. Une suite géométrique de raison 0,75 ne s'annule jamais.

Correction de l'exercice 15 – Un taux d'évolution moyen

Les évolutions se composent : le coefficient global vaut $1{,}12 \times 1{,}03 = 1{,}1536$, soit +15,36 % en deux ans.

Le coefficient annuel moyen c vérifie $c^2 = 1{,}1536$: c'est la moyenne géométrique des deux coefficients, $c = \sqrt{1{,}12 \times 1{,}03} \approx 1{,}0741$.

Le taux annuel moyen est donc d'environ 7,41 %, et non 7,5 %.

Contrôle : $1{,}075^2 = 1{,}155625$, un peu plus que 1,1536 : la moyenne arithmétique des taux surestime toujours le taux moyen.

Réponse. 1,1536 ; taux moyen ≈ 7,41 % par an.

Erreur fréquente. Faire la moyenne arithmétique des taux $\dfrac{12+3}{2} = 7{,}5\,\%$.

Correction de l'exercice 16 – Type bac : adhérents d'une salle de sport

La suite est géométrique de premier terme 1200 et de raison 1,05 : $a_n = 1200 \times 1{,}05^n$.

Les recettes de l'année $2024 + k$ valent $300\,a_k = 360\,000 \times 1{,}05^k$. De 2024 à 2030, k va de 0 à 6 : 7 termes.

$$\sum_{k=0}^{6} 360\,000 \times 1{,}05^k = 360\,000 \times \frac{1{,}05^7 - 1}{0{,}05} \approx 2\,931\,123 \text{ €}.$$

On résout $1200 \times 1{,}05^n > 1800$, soit $1{,}05^n > 1{,}5$: $n > \dfrac{\ln(1{,}5)}{\ln(1{,}05)} \approx 8{,}31$, donc $n = 9$.

Vérification : $a_8 \approx 1773$ et $a_9 \approx 1862$. La salle dépassera 1800 adhérents en 2033.

Réponse. $a_n = 1200 \times 1{,}05^n$ · recettes ≈ 2 931 123 € · en 2033.

Correction de l'exercice 17 – Type bac : intérêts simples contre intérêts composés

Placement A : le capital est multiplié par 1,03 chaque année, suite GÉOMÉTRIQUE. $a_n = 10\,000 \times 1{,}03^n$.

Placement B : 400 € s'ajoutent chaque année, suite ARITHMÉTIQUE. $b_n = 10\,000 + 400n$.

Au bout de 5 ans : $a_5 = 10\,000 \times 1{,}03^5 \approx 10\,000 \times 1{,}159274 \approx 11\,592{,}74$ €.

$b_5 = 10\,000 + 2\,000 = 12\,000$ €. Le placement B est meilleur, de 407,26 €.

Au bout de 10 ans : $a_{10} \approx 10\,000 \times 1{,}343916 \approx 13\,439{,}16$ € et $b_{10} = 14\,000$ €. B reste meilleur.

On balaie ensuite les rangs plus élevés au tableur.

$n = 15$: $a_{15} \approx 15\,579{,}67$ € contre $b_{15} = 16\,000$ € — B devant.

$n = 19$: $a_{19} \approx 17\,535{,}06$ € contre $b_{19} = 17\,600$ € — B devant de justesse (65 €).

$n = 20$: $a_{20} \approx 18\,061{,}11$ € contre $b_{20} = 18\,000$ € — A passe devant.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Le placement A devient donc le meilleur à partir de la vingtième année.

Et l'écart se creuse ensuite très vite : $a_{30} \approx 24\,272{,}62$ € contre $b_{30} = 22\,000$ €, soit plus de 2 270 € de différence.

Conseil à rédiger : pour un horizon court ou moyen (moins de 20 ans), le placement B à intérêts simples rapporte davantage. Pour un horizon long, le placement A l'emporte de plus en plus nettement.

Explication du croisement : les 400 € de B sont fixes, alors que les intérêts de A portent chaque année sur un capital plus gros. La première année, A ne rapporte que 300 € ; la vingtième, il en rapporte plus de 525.

Réponse. $a_n = 10\,000 \times 1{,}03^{\,n}$ (géométrique) et $b_n = 10\,000 + 400n$ (arithmétique) · B est devant à 5 ans (12 000 € contre ≈ 11 593 €) et à 10 ans (14 000 € contre ≈ 13 439 €) · A passe devant à partir de $n = 20$ · B pour le court terme, A pour le long terme.

Rappel de cours. Intérêts simples ⇒ suite arithmétique. Intérêts composés ⇒ suite géométrique. La seconde finit toujours par l'emporter.

Erreur fréquente. Comparer les taux « 3 % contre 400 € » sans calculer. 400 € représentent 4 % la première année, mais moins de 2,3 % la vingtième.

Correction de l'exercice 18 – Type bac : plan d'épargne et objectif

Les versements successifs forment une somme de suite géométrique de raison 1,025.

$S_{15} = 1\,200 \times \dfrac{1{,}025^{15} - 1}{1{,}025 - 1}$.

$1{,}025^{15} \approx 1{,}448298$, donc $\dfrac{0{,}448298}{0{,}025} \approx 17{,}931920$.

$S_{15} \approx 1\,200 \times 17{,}931920 \approx 21\,518$ €.

Total versé : $15 \times 1\,200 = 18\,000$ €.

Part des intérêts : $21\,518 - 18\,000 = 3\,518$ €, soit environ 16,4 % des sommes versées.

Contrôle de vraisemblance : la somme doit dépasser 18 000 € (grâce aux intérêts) sans atteindre $18\,000 \times 1{,}025^{15} \approx 26\,069$ € (cas d'un versement unique au départ). 21 518 € est bien entre les deux ✔.

Troisième question, lecture du tableau : 19 versements donnent ≈ 28 735 € (insuffisant) et 20 versements ≈ 30 654 € (objectif dépassé).

Il doit donc épargner pendant 20 ans.

Vérification de l'ordre de grandeur : $20 \times 1\,200 = 24\,000$ € versés pour 30 654 € obtenus, soit 6 654 € d'intérêts. Sur vingt ans à 2,5 %, c'est cohérent ✔.

Remarque utile : passer de 15 à 20 ans ajoute 6 000 € de versements mais 9 136 € de capital. Les cinq dernières années profitent des intérêts accumulés sur les quinze premières.

Erreur à écarter : viser $30\,000 \div 1\,200 = 25$ ans en oubliant les intérêts. On surestime la durée nécessaire de cinq années entières.

Réponse. ≈ 21 518 € au bout de 15 ans · dont ≈ 3 518 € d'intérêts · il faut 20 années de versements pour dépasser 30 000 € (≈ 30 654 €).

Rappel de cours. $S_N = V \times \dfrac{q^N - 1}{q - 1}$. Le nombre de versements N est aussi le nombre d'années ici.

Erreur fréquente. Diviser l'objectif par le versement annuel. Cela revient à ignorer complètement la rémunération du plan.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 19 – Type bac : une épargne retraite

Les versements, capitalisés de $n-1$ à 0 années, forment une somme géométrique : $C_n = 3000 \times \dfrac{1{,}02^n - 1}{0{,}02} = 150\,000 \times (1{,}02^n - 1)$.

On résout $150\,000 \times (1{,}02^n - 1) > 100\,000$, soit $1{,}02^n > \dfrac{5}{3}$.

Avec le logarithme décimal : $n > \dfrac{\log(5/3)}{\log(1{,}02)} \approx 25{,}8$, donc $n = 26$. Vérification : $C_{25} \approx 96\,091$ € et $C_{26} \approx 101\,013$ €.

Au bout de 26 ans, les versements totalisent $26 \times 3000 = 78\,000$ € : les intérêts représentent environ 23 013 €, soit près de 23 % du capital.

Réponse. Au bout de 26 ans ; environ 23 013 € d’intérêts.

Correction de l’exercice 20 – Type bac : synthèse, modèle et prévision

Différences : 40, 43, 47, 50. Elles augmentent : le modèle arithmétique est écarté.

Quotients : $\dfrac{540}{500} = 1{,}08$; $\dfrac{583}{540} \approx 1{,}0796$; $\dfrac{630}{583} \approx 1{,}0806$; $\dfrac{680}{630} \approx 1{,}0794$.

Les quatre quotients valent environ 1,08 : le modèle GÉOMÉTRIQUE convient, avec $q \approx 1{,}08$, soit une croissance d’environ 8 % par an.

Expression : $u_n = 500 \times 1{,}08^n$, avec $n = 0$ pour 2019.

Vérification sur 2023 ($n = 4$) : $1{,}08^4 \approx 1{,}360489$, donc $u_4 \approx 500 \times 1{,}360489 \approx 680{,}2$.

La valeur observée est 680 : l’écart est de 0,2 millier d’euros, soit 0,03 %. Le modèle est excellent ✔.

Prévision 2026, soit $n = 7$: $1{,}08^7 \approx 1{,}713824$.

$u_7 \approx 500 \times 1{,}713824 \approx 856{,}9$ milliers d’euros, soit environ 857 000 €.

Cumul de 2019 à 2026 : cela fait 8 termes, de u_0 à u_7.

$S = 500 \times \dfrac{1{,}08^8 - 1}{0{,}08}$, avec $1{,}08^8 \approx 1{,}850930$.

$\dfrac{0{,}850930}{0{,}08} \approx 10{,}636625$, donc $S \approx 500 \times 10{,}636625 \approx 5\,318$ milliers d’euros, soit environ 5,32 millions d’euros.

Limites du modèle, première réserve : il repose sur cinq années seulement, toutes en croissance. Une seule année de crise le rendrait caduc.

Deuxième réserve : une croissance géométrique de 8 % par an tend vers l’infini. Prolongée sur trente ans, elle donnerait $500 \times 1{,}08^{30} \approx 5\,032$, soit dix fois le chiffre de départ — au-delà de la taille du marché.

Troisième réserve : le modèle ignore tout facteur extérieur (concurrence, réglementation, conjoncture). Il décrit une tendance passée, il ne prédit pas l’avenir.

Formulation attendue au bac : « sous l’hypothèse que la croissance de 8 % par an se poursuive », et non « le chiffre d’affaires sera de 857 000 € ».

Réponse. Quotients constants ≈ 1,08, modèle géométrique · $u_n = 500 \times 1{,}08^n$, vérifié sur 2023 (680,2 contre 680) · $u_7 \approx 857$ milliers d’euros en 2026 · cumul ≈ 5 318 milliers d’euros · modèle fondé sur 5 années, à croissance illimitée, sans facteur extérieur.

Rappel de cours. Valider un modèle, c’est le CONFRONTER à une donnée observée. Le prolonger, c’est faire une hypothèse — qu’il faut écrire.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Erreur fréquente. Annoncer la prévision comme une certitude. Le bac attend explicitement la mention des limites du modèle et de l’hypothèse de prolongement.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).