Suites numériques et modèles — Terminale STMG

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés

Présentation

En Première, on apprenait à reconnaître une suite arithmétique (on ajoute toujours le même montant) et une suite géométrique (on multiplie toujours par le même coefficient). La Terminale STMG ajoute les outils que le bac réclame : la SOMME des termes, écrite avec le symbole $\sum$, qui donne le cumul des ventes d'une année ou la valeur acquise d'un plan d'épargne avec versements réguliers ; les moyennes arithmétique et géométrique, qui permettent d'estimer une valeur manquante ou un taux moyen ; et la recherche de seuils, au tableur, par algorithme ou avec le logarithme décimal. Ces 20 exercices vont du calcul d'un terme à l'étude complète d'un placement de type bac.

Version en ligne, avec les corrections dépliables : mathlvl.fr/exercices-corriges/terminale-stmg/suites-numeriques-modeles

Exercice 1 – Reconnaître le modèle

Pour chaque série de valeurs, dis si la suite est arithmétique, géométrique, ou ni l'une ni l'autre, et donne sa raison quand elle existe.

1. Un loyer : 1 500 ; 1 560 ; 1 620 ; 1 680.

2. Un chiffre d'affaires : 800 ; 840 ; 882 ; 926,1.

3. Un stock : 2 000 ; 1 900 ; 1 805 ; 1 714,75.

4. Des ventes : 5 ; 8 ; 13 ; 20.

Exercice 2 – Terme général d'une suite arithmétique

Un salarié gagne 1 850 € par mois à l'embauche. Son contrat prévoit une augmentation de 55 € par mois chaque année. On note u_n son salaire mensuel après n années, avec $u_0 = 1\,850$.

1. Exprime u_n en fonction de n.

2. Quel sera son salaire au bout de 10 ans ?

3. Au bout de combien d'années dépassera-t-il 2 500 € ?

Exercice 3 – Terme général d'une suite géométrique

Un capital de 12 000 € est placé au taux annuel de 3 %, les intérêts étant capitalisés chaque année. On note C_n le capital après n années.

1. Exprime C_{n+1} en fonction de C_n, puis C_n en fonction de n.

2. Calcule le capital au bout de 10 ans, arrondi au centime.

3. Au bout de combien d'années le capital aura-t-il doublé ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 4 – Sens de variation d'une suite

Détermine le sens de variation de chacune de ces suites, en justifiant par la raison.

1. $u_n = 2\,400 - 75n$ (valeur comptable d'un véhicule, en euros).

2. $v_n = 500 \times 1{,}08^{\,n}$ (chiffre d'affaires, en milliers d'euros).

3. $w_n = 900 \times 0{,}85^{\,n}$ (stock restant, en unités).

4. $t_n = 120 + 45n$ (nombre de clients).

Exercice 5 – Somme des termes d'une suite arithmétique

Une boutique vend 120 articles le premier mois de son ouverture, puis 15 articles de plus chaque mois. On note $u_1 = 120$ les ventes du premier mois.

1. Combien d'articles vend-elle le douzième mois ?

2. Combien d'articles a-t-elle vendus au total sur les douze premiers mois ?

Exercice 6 – Somme des termes d'une suite géométrique

Une société réalise 30 000 € de chiffre d'affaires sa première année, puis progresse de 6 % chaque année.

1. Quel est son chiffre d'affaires la huitième année, arrondi à l'euro ?

2. Quel chiffre d'affaires cumulé a-t-elle réalisé sur ces huit années ?

Exercice 7 – Moyenne arithmétique ou géométrique

On cherche à reconnaître des termes consécutifs de suites, puis à estimer une valeur manquante.

1. Les nombres 12 ; 18 ; 24 sont-ils trois termes consécutifs d'une suite arithmétique ? d'une suite géométrique ?

2. Même question pour 12 ; 18 ; 27.

3. Une ville comptait 50 000 habitants en 2019 et 54 080 en 2021, avec un même pourcentage d'évolution chaque année. Estime la population de 2020 et ce pourcentage.

Exercice 8 – Chercher un seuil au tableur

Un capital de 8 000 € est placé à 2,5 % par an, intérêts capitalisés. On note C_n le capital après n années.

1. Exprime C_n en fonction de n.

2. À partir de quelle année le capital dépasse-t-il 12 000 € ?

3. Quelle formule saisir en $B3$ d'un tableur pour obtenir les capitaux successifs, si $B2$ contient 8 000 ?

Exercice 9 – Choisir entre modèle linéaire et exponentiel

Le nombre d'abonnés d'un service est le suivant : 1 200 en 2020, 1 320 en 2021, 1 452 en 2022, 1 597 en 2023.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

1. Ces données suivent-elles plutôt un modèle arithmétique ou géométrique ? Justifie par des calculs.

2. Propose une expression de u_n, le nombre d'abonnés n années après 2020, et estime le nombre d'abonnés en 2026.

Exercice 10 – La notation sigma

Calcule chaque somme en précisant le nombre de termes.

1. $\sum_{k=0}^{11}(500+25k)$: les ventes mensuelles d'un an, qui augmentent de 25 unités par mois.

2. $\sum_{k=0}^{5} 3\times 2^{k}$.

Exercice 11 – Une épargne mensuelle

Une personne verse 150 € à la fin de chaque mois sur un compte rémunéré à 0,3 % par mois, pendant 3 ans.

1. Exprime le capital obtenu juste après le dernier versement sous la forme d'une somme, puis calcule-le.

2. Quelle part de ce capital provient des intérêts ?

Exercice 12 – Comparer deux offres commerciales

Deux commerciaux se voient proposer une rémunération annuelle. Offre A : 1 200 € la première année, puis 80 € de plus chaque année. Offre B : 1 000 € la première année, puis 8 % de plus chaque année. On note a_n et b_n les montants après n années, avec $a_0 = 1\,200$ et $b_0 = 1\,000$.

1. Exprime a_n et b_n en fonction de n.

2. Compare les deux offres au bout de 5 ans.

3. À partir de quelle année l'offre B devient-elle la plus avantageuse ?

Exercice 13 – Valeur acquise d'un plan d'épargne

Un épargnant verse 1 500 € à la fin de chaque année sur un compte rémunéré à 3 % par an, pendant 10 ans.

1. Quel est le montant total versé par l'épargnant ?

2. Quelle somme possède-t-il au bout de 10 ans, arrondie au centime ?

3. Quelle part de cette somme provient des intérêts ?

Exercice 14 – Amortissement linéaire ou dégressif

Une machine achetée 24 000 € peut être amortie de deux façons. Amortissement linéaire : 3 000 € de perte de valeur chaque année pendant 8 ans. Amortissement dégressif : 25 % de perte de valeur chaque année.

1. Exprime la valeur comptable v_n (linéaire) et w_n (dégressif) après n années.

2. Compare les deux valeurs au bout de 3 ans.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

3. Au bout de combien d'années la valeur dégressive passe-t-elle sous 10 000 € ?

4. Que vaut chaque méthode au bout de 8 ans ?

Exercice 15 – Un taux d'évolution moyen

Le chiffre d'affaires d'une entreprise a augmenté de 12 % en 2024, puis de 3 % en 2025.

1. Calcule le coefficient multiplicateur global sur les deux ans.

2. Calcule le taux d'évolution annuel moyen. Est-ce 7,5 % ?

Exercice 16 – Type bac : adhérents d'une salle de sport

Une salle de sport compte 1200 adhérents en 2024, et leur nombre augmente de 5 % par an. La cotisation annuelle est de 300 €. On note a_n le nombre d'adhérents l'année $2024 + n$.

1. Exprime a_n en fonction de n.

2. Calcule les recettes cumulées de 2024 à 2030, en les écrivant avec $\sum$.

3. À partir de quelle année la salle comptera-t-elle plus de 1800 adhérents ?

Exercice 17 – Type bac : intérêts simples contre intérêts composés

Deux placements de 10 000 € sont proposés. Placement A : intérêts composés au taux annuel de 3 %. Placement B : intérêts simples de 400 € versés chaque année. On note a_n et b_n les capitaux après n années.

1. Exprime a_n et b_n en fonction de n, en précisant la nature de chaque suite.

2. Compare les deux placements au bout de 5 ans, puis de 10 ans.

3. À partir de quelle année le placement A devient-il le meilleur ?

4. Que conseiller à un épargnant selon son horizon de placement ?

Exercice 18 – Type bac : plan d'épargne et objectif

Un salarié verse 1 200 € à la fin de chaque année sur un plan d'épargne rémunéré à 2,5 % par an.

1. Quelle somme aura-t-il constituée au bout de 15 ans, arrondie à l'euro ?

2. Quelle part représente les intérêts ?

3. Il souhaite disposer de 30 000 €. Le tableur donne : 19 versements → ≈ 28 735 €, 20 versements → ≈ 30 654 €. Combien d'années doit-il épargner ?

Exercice 19 – Type bac : une épargne retraite

Une personne verse 3000 € à la fin de chaque année sur un plan d'épargne retraite rémunéré à 2 % par an.

1. Montre que le capital après n versements vaut $C_n = 150\,000 \times (1{,}02^n - 1)$.

2. Au bout de combien d'années le capital dépassera-t-il 100 000 € ?

3. Quelle part du capital provient alors des intérêts ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 20 – Type bac : synthèse, modèle et prévision

Le chiffre d'affaires d'une enseigne, en milliers d'euros, est : 500 en 2019, 540 en 2020, 583 en 2021, 630 en 2022, 680 en 2023.

1. Montre qu'un modèle géométrique convient et donne sa raison, arrondie à 0,01.

2. Exprime u_n, chiffre d'affaires n années après 2019, et vérifie le modèle sur 2023.

3. Estime le chiffre d'affaires de 2026.

4. Calcule le chiffre d'affaires cumulé de 2019 à 2026 selon ce modèle.

5. Quelles limites ce modèle présente-t-il ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).