Calcul littéral — Troisième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Le calcul littéral consiste à manipuler des expressions contenant des lettres : réduire, développer, factoriser, substituer une valeur. C'est la base de l'algèbre. Ces exercices corrigés couvrent réduction, substitution, développement et premières factorisations. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/troisieme/calcul-litteral

Exercice 1 – Réduire une expression

Réduire $3x + 5x - 2x$.

Exercice 2 – Réduire avec plusieurs termes

Réduire $2x + 3 + 4x - 1$.

Exercice 3 – Substituer une valeur

Calculer $A = 2x^2 - 3x + 1$ pour $x = 2$.

Exercice 4 – Réduire avec des signes

Réduire $5a - 3 - 7a + 8$.

Exercice 5 – Réduire avec x²

Réduire $x^2 + 3x + 2x^2 - x$.

Exercice 6 – Multiplier des monômes

Calculer $3x \times 4x$ et $2x \times 5$.

Exercice 7 – Distributivité simple

Développer $4(2x - 3)$.

Exercice 8 – Un signe moins devant une parenthèse

Développer et réduire $-(3x - 4) + 2(x + 5)$.

Exercice 9 – Calculer avec un nombre négatif

Calculer $C = x^2 - 5x + 3$ pour $x = -2$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 10 – Développer et réduire

Développer et réduire $3(x+2)-2(x-1)$.

Exercice 11 – Substitution avec deux lettres

Calculer $B = 2a - 3b$ pour $a = 4$ et $b = -1$.

Exercice 12 – Factoriser (facteur commun)

Factoriser $6x + 9$ et $4x^2 - 8x$.

Exercice 13 – Deux programmes de calcul

Programme A : choisir un nombre, le multiplier par 4, ajouter 6, diviser le tout par 2. Programme B : choisir un nombre, ajouter 1,5, multiplier par 2. Les deux programmes donnent-ils toujours le même résultat ?

Exercice 14 – Aire d'une figure en L

Dans un rectangle de longueur $x + 5$ et de largeur x (en cm, avec $x > 2$), on découpe un carré de côté 2 cm dans un coin. Exprimer l'aire S de la figure restante sous forme développée, puis la calculer pour $x = 3$.

Exercice 15 – Type brevet : expression d'un périmètre

Un rectangle a une longueur $L = 2x + 1$ et une largeur $\ell = x$. 1) Exprimer son périmètre P réduit. 2) Calculer P pour $x = 3$.

Exercice 16 – Type brevet : expression d'une aire

Un carré de côté x est entouré d'une bande : la figure totale est un carré de côté $x + 2$. Exprimer l'aire totale développée.

Exercice 17 – Type brevet : démontrer une égalité

Démontrer que pour tout x, $3(x+1)-2(x-2) = x + 7$.

Exercice 18 – Type brevet : programme de calcul

Programme : « Choisir x, ajouter 3, multiplier par 2, retrancher 6. » Exprimer le résultat en fonction de x et simplifier.

Exercice 19 – Type brevet : conjecture à prouver

On choisit un nombre, on le met au carré, puis on retranche le carré du nombre diminué de 1. Montrer que le résultat est toujours $2x - 1$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 20 – Type brevet : trois entiers consécutifs

Léo remarque : $4 + 5 + 6 = 15$, $10 + 11 + 12 = 33$, $27 + 28 + 29 = 84$. Il affirme que la somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de 3. Démontrer cette affirmation.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Réduire une expression

On additionne les coefficients des termes en x : $3 + 5 - 2 = 6$.

$3x + 5x - 2x = 6x$.

Réponse. $6x$.

Rappel de cours. Réduire : on regroupe les termes « semblables » (même partie littérale).

Correction de l'exercice 2 – Réduire avec plusieurs termes

Termes en x : $2x + 4x = 6x$. Constantes : $3 - 1 = 2$.

$2x + 3 + 4x - 1 = 6x + 2$.

Réponse. $6x + 2$.

Rappel de cours. On regroupe les x ensemble et les nombres ensemble.

Correction de l'exercice 3 – Substituer une valeur

$A = 2 \times 2^2 - 3 \times 2 + 1 = 2 \times 4 - 6 + 1 = 8 - 6 + 1 = 3$.

Réponse. $A = 3$.

Rappel de cours. Substituer : on remplace la lettre par sa valeur, en respectant les priorités (carrés d'abord).

Correction de l'exercice 4 – Réduire avec des signes

On regroupe les termes de même nature : les termes en a d'un côté, les nombres de l'autre.

$5a - 7a = -2a$ et $-3 + 8 = 5$.

Réponse. $5a - 3 - 7a + 8 = -2a + 5$.

Rappel de cours. Chaque terme garde le signe écrit devant lui : ici $-7a$ et -3.

Erreur fréquente. On ne peut pas additionner $-2a$ et 5 : ce ne sont pas des termes de même nature.

Correction de l'exercice 5 – Réduire avec x²

Termes en x^2 : $x^2 + 2x^2 = 3x^2$. Termes en x : $3x - x = 2x$.

$3x^2 + 2x$.

Réponse. $3x^2 + 2x$.

Rappel de cours. x^2 et x ne sont pas semblables : on ne les additionne pas entre eux.

Erreur fréquente. $x^2 + x$ ne se réduit PAS en x^3 ni $2x$: ce sont des termes différents.

Correction de l'exercice 6 – Multiplier des monômes

$3x \times 4x = (3 \times 4) \times (x \times x) = 12x^2$.

$2x \times 5 = 10x$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. $12x^2$; $10x$.

Rappel de cours. On multiplie les nombres entre eux et les lettres entre elles ($x \times x = x^2$).

Correction de l'exercice 7 – Distributivité simple

$4(2x - 3) = 4 \times 2x - 4 \times 3 = 8x - 12$.

Réponse. $8x - 12$.

Rappel de cours. $k(a + b) = ka + kb$.

Correction de l'exercice 8 – Un signe moins devant une parenthèse

Un signe moins devant une parenthèse change le signe de chaque terme : $-(3x - 4) = -3x + 4$.

Distributivité : $2(x + 5) = 2x + 10$.

On réduit : $-3x + 4 + 2x + 10 = -x + 14$.

Réponse. $-(3x - 4) + 2(x + 5) = -x + 14$.

Rappel de cours. $-(a - b) = -a + b$: enlever des parenthèses précédées de « − » change tous les signes à l'intérieur.

Erreur fréquente. Écrire $-3x - 4$: le -4 devient $+4$.

Correction de l'exercice 9 – Calculer avec un nombre négatif

On remplace x par -2, entre parenthèses : $C = (-2)^2 - 5 \times (-2) + 3$.

$(-2)^2 = 4$ et $-5 \times (-2) = +10$.

$C = 4 + 10 + 3 = 17$.

Réponse. Pour $x = -2$, $C = 17$.

Rappel de cours. Pour substituer un nombre négatif, on l'écrit toujours entre parenthèses.

Erreur fréquente. $-2^2 = -4$ mais $(-2)^2 = 4$: sans parenthèses, le carré ne porte que sur 2.

Correction de l'exercice 10 – Développer et réduire

$3(x + 2) = 3x + 6$ et $-2(x - 1) = -2x + 2$.

Somme : $3x + 6 - 2x + 2 = x + 8$.

Réponse. $x + 8$.

Rappel de cours. Attention au signe − devant la deuxième parenthèse : $-2(x - 1) = -2x + 2$.

Erreur fréquente. $-2 \times (-1) = +2$: le double produit de signes négatifs est positif.

Correction de l'exercice 11 – Substitution avec deux lettres

$B = 2 \times 4 - 3 \times (-1) = 8 + 3 = 11$.

Réponse. $B = 11$.

Rappel de cours. On remplace chaque lettre par sa valeur : $-3 \times (-1) = +3$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 12 – Factoriser (facteur commun)

$6x + 9 = 3(2x + 3)$ (facteur commun 3).

$4x^2 - 8x = 4x(x - 2)$ (facteur commun $4x$).

Réponse. $3(2x + 3)$; $4x(x - 2)$.

Rappel de cours. Factoriser : repérer le facteur commun à tous les termes et le mettre devant.

Correction de l’exercice 13 – Deux programmes de calcul

On note x le nombre choisi et on traduit chaque programme.

A : $\dfrac{4x + 6}{2} = \dfrac{4x}{2} + \dfrac{6}{2} = 2x + 3$.

B : $(x + 1{,}5) \times 2 = 2x + 3$.

Les deux expressions sont égales pour tout x : les programmes donnent toujours le même résultat. Exemple : avec 5, A donne $(20 + 6) \div 2 = 13$ et B donne $6{,}5 \times 2 = 13$.

Réponse. Oui : les deux programmes donnent $2x + 3$.

Rappel de cours. Un exemple ne prouve rien pour tous les nombres ; le calcul littéral, si.

Correction de l’exercice 14 – Aire d’une figure en L

Aire du rectangle : $x(x + 5) = x^2 + 5x$. Aire du carré découpé : $2^2 = 4$.

$S = x^2 + 5x - 4$.

Pour $x = 3$: $S = 9 + 15 - 4 = 20$ cm^2. Contrôle : rectangle de 8 cm sur 3 cm, soit 24 cm^2, moins 4 cm^2.

Réponse. $S = x^2 + 5x - 4$; pour $x = 3$, 20 cm^2.

Rappel de cours. Pour une figure découpée, aire restante = aire totale − aire enlevée.

Correction de l’exercice 15 – Type brevet : expression d’un périmètre

$P = 2(L + \ell) = 2(2x + 1 + x) = 2(3x + 1) = 6x + 2$.

$P(3) = 6 \times 3 + 2 = 20$.

Réponse. $P = 6x + 2$; $P(3) = 20$.

Rappel de cours. On exprime la grandeur en fonction de x, on réduit, puis on substitue.

Correction de l’exercice 16 – Type brevet : expression d’une aire

Aire totale : $(x + 2)^2 = (x + 2)(x + 2)$.

$= x^2 + 2x + 2x + 4 = x^2 + 4x + 4$.

Réponse. Aire totale $= x^2 + 4x + 4$.

Rappel de cours. $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$ (identité remarquable, ou double distributivité).

Correction de l’exercice 17 – Type brevet : démontrer une égalité

On développe le membre de gauche : $3(x + 1) = 3x + 3$ et $-2(x - 2) = -2x + 4$.

Somme : $3x + 3 - 2x + 4 = x + 7$. On retrouve le membre de droite : l’égalité est démontrée.

Réponse. $3(x + 1) - 2(x - 2) = x + 7$ (vérifié).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. Pour prouver une égalité, on développe et réduit un membre jusqu'à retrouver l'autre.

Correction de l'exercice 18 – Type brevet : programme de calcul

« Ajouter 3 » : $x + 3$. « Multiplier par 2 » : $2(x + 3) = 2x + 6$. « Retrancher 6 » : $2x + 6 - 6 = 2x$.

Le résultat est $2x$: le programme double le nombre choisi.

Réponse. Résultat = $2x$ (le double du nombre de départ).

Rappel de cours. On traduit chaque étape du programme en opération algébrique, puis on réduit.

Correction de l'exercice 19 – Type brevet : conjecture à prouver

Le calcul est $x^2 - (x - 1)^2$. On développe $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$.

$x^2 - (x^2 - 2x + 1) = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2x - 1$.

Réponse. $x^2 - (x - 1)^2 = 2x - 1$ (toujours).

Rappel de cours. Distribuer le signe $-$ devant la parenthèse : $-(x^2 - 2x + 1) = -x^2 + 2x - 1$.

Correction de l'exercice 20 – Type brevet : trois entiers consécutifs

On note n le plus petit des trois entiers. Les deux suivants sont $n + 1$ et $n + 2$.

Somme : $n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3$.

On factorise par 3 : $3n + 3 = 3(n + 1)$. Comme $n + 1$ est un entier, la somme est un multiple de 3.

Bonus : la somme vaut 3 fois l'entier du milieu ($n + 1$). Par exemple, $27 + 28 + 29 = 3 \times 28 = 84$.

Réponse. La somme vaut $3(n + 1)$: c'est toujours un multiple de 3.

Rappel de cours. Pour démontrer qu'un nombre est multiple de 3, on l'écrit sous la forme $3 \times k$ avec k entier.

Erreur fréquente. Vérifier sur plusieurs exemples ne suffit pas : il faut un calcul valable pour tout n.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).