Développement et factorisation — Troisième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Développer transforme un produit en somme ; factoriser fait l'inverse. En Troisième, on utilise la double distributivité et les identités remarquables $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)(a-b)$. Ces exercices corrigés couvrent développement, identités et factorisation. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables : mathlvl.fr/exercices-corriges/troisieme/developpement-factorisation

Exercice 1 – Double distributivité

Développer $(x+2)(x+5)$.

Exercice 2 – Avec un signe négatif

Développer $(x-3)(x+4)$.

Exercice 3 – Développer (a+b)²

Développer $(x+4)^2$.

Exercice 4 – Distributivité simple, facteurs variés

Développer $A = -3(2x-5)$ et $B = 2x(x+4)$.

Exercice 5 – Développer (a−b)²

Développer $(2x-3)^2$.

Exercice 6 – Développer (a+b)(a−b)

Développer $(x+5)(x-5)$.

Exercice 7 – Développer et réduire

Développer et réduire $(x+1)^2-(x-2)^2$.

Exercice 8 – Factoriser (facteur commun)

Factoriser $5x+15$ et x^2+3x.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Double distributivité avec coefficients

Développer et réduire $(2x+3)(3x-1)$.

Exercice 10 – Facteur commun (parenthèse)

Factoriser $(x+1)(x+3)+(x+1)(2x-5)$.

Exercice 11 – Factoriser une différence de carrés

Factoriser x^2-16 et $9x^2-4$.

Exercice 12 – Factoriser un carré parfait

Factoriser $x^2+10x+25$.

Exercice 13 – Facteur commun et carré

Factoriser $C=(x-2)(3x+1)-(x-2)^2$.

Exercice 14 – Calcul mental avec les identités

Sans calculatrice, calculer 101^2, 99^2 et 52×48 à l'aide des identités remarquables.

Exercice 15 – Type brevet : factoriser avec parenthèse au carré

Factoriser $(x+1)^2-9$.

Exercice 16 – Type brevet : factoriser puis résoudre

Factoriser x^2-6x+9, puis résoudre $x^2-6x+9=0$.

Exercice 17 – Type brevet : double factorisation

Factoriser $(3x-1)^2-(x+2)^2$.

Exercice 18 – Type brevet : choisir développer ou factoriser

Soit $A=(x+3)^2-(x+3)(x-1)$. 1) Développer puis réduire. 2) Factoriser A.

Exercice 19 – Type brevet : factoriser pour résoudre

Résoudre $(2x+1)^2-16=0$.

Exercice 20 – Type brevet : programme et identité remarquable

Programme : choisir un nombre, lui ajouter 5, élever le résultat au carré, puis retrancher 25.

1. Tester le programme avec 1 et avec -3.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2. Montrer que le résultat s'écrit $x(x + 10)$, où x est le nombre choisi.

3. Quels nombres faut-il choisir pour obtenir 0 ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Double distributivité

$(x+2)(x+5) = x\times x + x\times 5 + 2\times x + 2\times 5 = x^2 + 5x + 2x + 10$.

$= x^2 + 7x + 10$.

Réponse. $x^2 + 7x + 10$.

Rappel de cours. $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$, puis on réduit.

Correction de l'exercice 2 – Avec un signe négatif

$(x-3)(x+4) = x^2 + 4x - 3x - 12 = x^2 + x - 12$.

Réponse. $x^2 + x - 12$.

Rappel de cours. Soigner les signes : $-3\times 4 = -12$, $-3\times x = -3x$.

Correction de l'exercice 3 – Développer (a+b)²

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = x$, $b = 4$.

$(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$.

Réponse. $x^2 + 8x + 16$.

Rappel de cours. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$: ne pas oublier le double produit $2ab$.

Correction de l'exercice 4 – Distributivité simple, facteurs variés

On multiplie le facteur devant la parenthèse par chaque terme à l'intérieur.

$A = -3\times 2x + (-3)\times(-5) = -6x + 15$.

$B = 2x\times x + 2x\times 4 = 2x^2 + 8x$.

Réponse. $A = -6x + 15$; $B = 2x^2 + 8x$.

Rappel de cours. $k(a+b) = ka + kb$, en tenant compte du signe de k.

Erreur fréquente. $-3\times(-5) = +15$: moins par moins donne plus.

Correction de l'exercice 5 – Développer (a−b)²

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 2x$, $b = 3$.

$(2x)^2 - 2\times 2x\times 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$.

Réponse. $4x^2 - 12x + 9$.

Rappel de cours. $(2x)^2 = 4x^2$: on élève coefficient ET variable au carré.

Correction de l'exercice 6 – Développer (a+b)(a−b)

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ avec $a = x$, $b = 5$.

$(x+5)(x-5) = x^2 - 25$.

Réponse. $x^2 - 25$.

Rappel de cours. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$: pas de terme en x dans le résultat.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 7 – Développer et réduire

$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$; $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$.

Différence : $(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 4x + 4) = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 4x - 4 = 6x - 3$.

Réponse. $6x - 3$.

Rappel de cours. Distribuer le $-$ devant la parenthèse : $-(x^2 - 4x + 4) = -x^2 + 4x - 4$.

Correction de l’exercice 8 – Factoriser (facteur commun)

$5x + 15 = 5(x + 3)$.

$x^2 + 3x = x(x + 3)$.

Réponse. $5(x + 3)$; $x(x + 3)$.

Rappel de cours. On met en facteur le terme commun à tous les morceaux.

Correction de l’exercice 9 – Double distributivité avec coefficients

Chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde : 4 produits.

$2x \times 3x = 6x^2$, $2x \times (-1) = -2x$, $3 \times 3x = 9x$, $3 \times (-1) = -3$.

On réduit : $6x^2 - 2x + 9x - 3 = 6x^2 + 7x - 3$.

Réponse. $(2x + 3)(3x - 1) = 6x^2 + 7x - 3$.

Rappel de cours. $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

Erreur fréquente. Contrôle rapide avec $x = 1$: $(5)(2) = 10$ et $6 + 7 - 3 = 10$.

Correction de l’exercice 10 – Facteur commun (parenthèse)

Facteur commun $(x + 1)$: $(x + 1)[(x + 3) + (2x - 5)]$.

$= (x + 1)(3x - 2)$.

Réponse. $(x + 1)(3x - 2)$.

Rappel de cours. Le facteur commun peut être une parenthèse entière.

Correction de l’exercice 11 – Factoriser une différence de carrés

$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x - 4)(x + 4)$.

$9x^2 - 4 = (3x)^2 - 2^2 = (3x - 2)(3x + 2)$.

Réponse. $(x - 4)(x + 4)$; $(3x - 2)(3x + 2)$.

Rappel de cours. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Repérer les carrés (même de $9x^2 = (3x)^2$).

Correction de l’exercice 12 – Factoriser un carré parfait

$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x + 5)^2$.

Réponse. $(x + 5)^2$.

Rappel de cours. $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$: vérifier que le terme du milieu est le double produit.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 13 – Facteur commun et carré

$(x-2)^2 = (x-2)(x-2)$: le facteur $(x-2)$ apparaît dans les deux termes.

$C = (x-2)[(3x+1)-(x-2)]$.

Dans le crochet, le signe moins change les signes de $(x-2)$: $3x+1-x+2 = 2x+3$.

$C = (x-2)(2x+3)$.

Réponse. $C = (x-2)(2x+3)$.

Rappel de cours. Un carré A^2 cache le facteur A : $A^2 = A \times A$.

Erreur fréquente. Écrire $(3x+1)-x-2$: on oublie de changer le signe du -2.

Correction de l’exercice 14 – Calcul mental avec les identités

$101^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 2\times 100\times 1 + 1^2 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201$.

$99^2 = (100-1)^2 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801$.

$52 \times 48 = (50+2)(50-2) = 50^2 - 2^2 = 2\,500 - 4 = 2\,496$.

Réponse. $101^2 = 10\,201$, $99^2 = 9\,801$, $52\times 48 = 2\,496$.

Rappel de cours. $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$, $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$.

Correction de l’exercice 15 – Type brevet : factoriser avec parenthèse au carré

Différence de carrés : $(x+1)^2 - 3^2$.

$(x+1-3)(x+1+3) = (x-2)(x+4)$.

Réponse. $(x-2)(x+4)$.

Rappel de cours. $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$ marche même si $A = (x+1)$.

Correction de l’exercice 16 – Type brevet : factoriser puis résoudre

$x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$.

$(x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Réponse. Factorisation $(x-3)^2$; solution $x = 3$.

Rappel de cours. Factoriser ramène l’équation à un produit (ou un carré) nul.

Correction de l’exercice 17 – Type brevet : double factorisation

$A^2 - B^2$ avec $A = 3x-1$, $B = x+2$.

$(A-B)(A+B) = [(3x-1)-(x+2)][(3x-1)+(x+2)] = (2x-3)(4x+1)$.

Réponse. $(2x-3)(4x+1)$.

Rappel de cours. Distribuer le $-$: $A-B = (3x-1)-(x+2) = 2x-3$.

Correction de l’exercice 18 – Type brevet : choisir développer ou factoriser

Développement : $(x+3)^2 = x^2+6x+9$ et $(x+3)(x-1) = x^2+2x-3$.
$A = (x^2+6x+9)-(x^2+2x-3) = 4x+12$.

Factorisation (directe) : facteur commun $(x+3)$ dans

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$A = (x+3)[(x+3)-(x-1)] = (x+3)(4) = 4(x+3)$.

Cohérent : $4(x+3) = 4x+12$. ✓

Réponse. Développé : $4x+12$; factorisé : $4(x+3)$.

Rappel de cours. Repérer le facteur commun $(x+3)$ évite de tout développer pour factoriser.

Correction de l'exercice 19 – Type brevet : factoriser pour résoudre

On reconnaît a^2-b^2 avec $a = 2x+1$ et $b = 4$ (car $16 = 4^2$).

$(2x+1)^2 - 4^2 = (2x+1-4)(2x+1+4) = (2x-3)(2x+5)$.

L'équation devient $(2x-3)(2x+5) = 0$: un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul.

$2x-3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$; $2x+5 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$.

Vérification : $(2\times 1{,}5+1)^2 = 16$ et $(2\times(-2{,}5)+1)^2 = (-4)^2 = 16$.

Réponse. $x = \frac{3}{2}$ ou $x = -\frac{5}{2}$.

Rappel de cours. Pour résoudre une équation du second degré au collège, on factorise pour obtenir une équation produit.

Erreur fréquente. Développer donnerait $4x^2+4x-15 = 0$, qu'on ne sait pas résoudre en 3e : il faut factoriser.

Correction de l'exercice 20 – Type brevet : programme et identité remarquable

1) Avec 1 : $(1+5)^2 - 25 = 36-25 = 11$. Avec -3 : $(2)^2 - 25 = 4-25 = -21$.

2) Le résultat est $(x+5)^2 - 25$. On développe : $x^2+10x+25-25 = x^2+10x$, puis on factorise par x : $x(x+10)$.

Contrôle : $1\times 11 = 11$ et $-3\times 7 = -21$.

3) $x(x+10) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -10$.

Réponse. 11 et -21 ; résultat $x(x+10)$; il faut choisir 0 ou -10.

Rappel de cours. On peut aussi factoriser directement $(x+5)^2 - 5^2 = (x+5-5)(x+5+5) = x(x+10)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).