Fonctions affines — Troisième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Une fonction affine s'écrit $f(x) = ax + b$: a est le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine. Sa représentation est une droite (qui ne passe pas par l'origine si $b \neq 0$). Ces exercices corrigés couvrent images, détermination de l'expression, lecture graphique et problèmes type brevet. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/troisieme/fonctions-affines

Exercice 1 – Calculer des images

Soit $f(x) = 2x + 3$. Calculer $f(0)$, $f(4)$ et $f(-1)$.

Exercice 2 – Distinguer linéaire et affine

Parmi $f(x) = 4x$, $g(x) = 4x - 2$, $h(x) = 7$, lesquelles sont linéaires ? affines ?

Exercice 3 – Coefficient directeur

Donner le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de $f(x) = -3x + 5$.

Exercice 4 – Image et antécédent

Soit $f(x) = -3x + 4$. Calculer l'image de 2, puis l'antécédent de 10.

Exercice 5 – Déterminer l'expression

Une fonction affine vérifie $f(0) = 2$ et $f(3) = 8$. Déterminer f.

Exercice 6 – Coefficient directeur par deux points

Une fonction affine vérifie $f(1) = 5$ et $f(4) = 14$. Déterminer son coefficient directeur.

Exercice 7 – Expression complète

Avec $f(1) = 5$ et coefficient directeur $a = 3$, déterminer f.

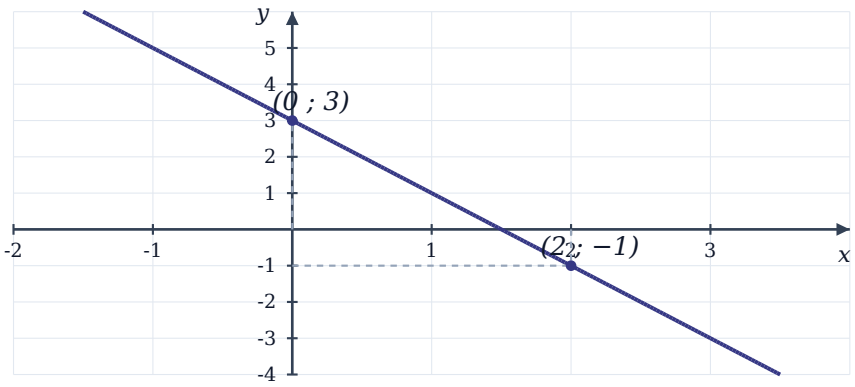
Exercice 8 – Sens de variation

La fonction $f(x) = -2x + 7$ est-elle croissante ou décroissante ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Retrouver f à partir de sa droite

La droite ci-dessous représente une fonction affine f. Déterminer $f(x)$ par lecture graphique.



Exercice 10 – Un point est-il sur la droite ?

$f(x) = 1{,}5x - 2$. Les points $A(4\,;4)$ et $B(-2\,;-4)$ appartiennent-ils à la droite représentant f ?

Exercice 11 – Antécédent de 0

Soit $f(x) = 4x - 12$. Déterminer l'antécédent de 0 (où la droite coupe l'axe des abscisses).

Exercice 12 – Lecture graphique

Une droite passe par $(0\,;-1)$ et $(2\,;3)$. Déterminer l'expression de la fonction affine associée.

Exercice 13 – Tableau de signes

Étudier le signe de $f(x) = 2x - 6$ selon x.

Exercice 14 – Le prix d'une course en taxi

Un taxi facture 4 € de prise en charge, puis 1,20 € par kilomètre. On note $P(x)$ le prix d'une course de x km.

1. Exprimer $P(x)$. Est-ce une fonction linéaire ?

2. Calculer le prix d'une course de 15 km.

3. Avec 31 €, quelle distance maximale peut-on parcourir ?

Exercice 15 – Degrés Celsius et Fahrenheit

Pour convertir une température x en degrés Celsius en degrés Fahrenheit, on utilise $F(x) = 1{,}8x + 32$.

1. À combien de degrés Fahrenheit l'eau bout-elle (100 °C) ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2. Il fait 77 °F à New York. Combien cela fait-il en degrés Celsius ?

3. Existe-t-il une température qui s'écrit avec le même nombre dans les deux échelles ?

Exercice 16 – Type brevet : comparer deux tarifs

Salle A : 20 € d'entrée puis 2 € la séance. Salle B : 5 € la séance. 1) Exprimer les coûts $A(x)$ et $B(x)$. 2) À partir de combien de séances A est-elle plus avantageuse ?

Exercice 17 – Type brevet : déterminer une expression

Une fonction affine f vérifie $f(-2) = 7$ et $f(3) = -3$. Déterminer $f(x)$.

Exercice 18 – Type brevet : conversion

Une facture d'eau est de 15 € d'abonnement plus 3 € par m³. 1) Exprimer le coût C en fonction du volume v. 2) Combien de m³ pour une facture de 60 € ?

Exercice 19 – Type brevet : intersection de droites

Déterminer le point d'intersection des droites $f(x) = 3x - 2$ et $g(x) = -x + 6$.

Exercice 20 – Type brevet : deux bougies

On allume en même temps deux bougies. La première mesure 20 cm et diminue de 1,5 cm par heure ; la seconde mesure 15 cm et diminue de 0,9 cm par heure. On note t le temps écoulé en heures.

1. Exprimer les hauteurs $h_1(t)$ et $h_2(t)$.

2. Au bout de combien de temps la première bougie sera-t-elle entièrement consumée ? Donner le résultat en heures et minutes.

3. À quel instant les deux bougies ont-elles la même hauteur ? Quelle est cette hauteur ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Calculer des images

$f(0) = 2 \times 0 + 3 = 3$; $f(4) = 2 \times 4 + 3 = 11$; $f(-1) = 2 \times (-1) + 3 = 1$.

Réponse. $f(0) = 3$, $f(4) = 11$, $f(-1) = 1$.

Rappel de cours. $f(x) = ax + b$: on remplace x puis on calcule.

Correction de l'exercice 2 – Distinguer linéaire et affine

$f(x) = 4x$ est linéaire (de la forme ax, donc aussi affine avec $b = 0$).

$g(x) = 4x - 2$ est affine (non linéaire, car $b = -2 \neq 0$).

$h(x) = 7$ est affine constante ($a = 0$, $b = 7$).

Réponse. f linéaire ; g affine ; h affine constante.

Rappel de cours. Toute fonction linéaire est affine ($b = 0$) ; une affine est linéaire seulement si $b = 0$.

Correction de l'exercice 3 – Coefficient directeur

Coefficient directeur : $a = -3$. Ordonnée à l'origine : $b = 5$.

Réponse. $a = -3$, $b = 5$.

Rappel de cours. Dans $f(x) = ax + b$: a = pente, $b = f(0)$ = ordonnée à l'origine.

Correction de l'exercice 4 – Image et antécédent

Image de 2 : $f(2) = -3 \times 2 + 4 = -6 + 4 = -2$.

Antécédent de 10 : on résout $-3x + 4 = 10$, soit $-3x = 6$, donc $x = -2$.

Vérification : $f(-2) = -3 \times (-2) + 4 = 6 + 4 = 10$.

Réponse. $f(2) = -2$; l'antécédent de 10 est -2.

Rappel de cours. Image : on calcule f(nombre). Antécédent : on résout l'équation $f(x) =$ nombre.

Correction de l'exercice 5 – Déterminer l'expression

$f(x) = ax + b$. $f(0) = b = 2$.

$f(3) = 3a + 2 = 8$, donc $3a = 6$ et $a = 2$. Ainsi $f(x) = 2x + 2$.

Réponse. $f(x) = 2x + 2$.

Rappel de cours. $f(0)$ donne b directement ; un second point donne a.

Correction de l'exercice 6 – Coefficient directeur par deux points

$$a = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{14 - 5}{3} = \frac{9}{3} = 3.$$

Réponse. $a = 3$.

Rappel de cours. $a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$: variation des images sur variation des x.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 7 – Expression complète

$f(x) = 3x + b$. $f(1) = 3 + b = 5$, donc $b = 2$.

$f(x) = 3x + 2$.

Réponse. $f(x) = 3x + 2$.

Rappel de cours. Connaissant a et un point, on trouve b en injectant les coordonnées.

Correction de l’exercice 8 – Sens de variation

Le sens dépend du signe du coefficient directeur a.

$a = -2 < 0$: la fonction est décroissante.

Réponse. Décroissante ($a = -2 < 0$).

Rappel de cours. $a > 0$: croissante ; $a < 0$: décroissante ; $a = 0$: constante.

Correction de l’exercice 9 – Retrouver f à partir de sa droite

L’ordonnée à l’origine b se lit à l’intersection avec l’axe des ordonnées : la droite passe par $(0\,;3)$, donc $b = 3$.

Coefficient directeur : de $(0\,;3)$ à $(2\,;-1)$, quand x augmente de 2, y varie de $-1 - 3 = -4$. Donc $a = \dfrac{-4}{2} = -2$.

Donc $f(x) = -2x + 3$. Contrôle : $f(2) = -4 + 3 = -1$.

Réponse. $f(x) = -2x + 3$.

Rappel de cours. $a = \dfrac{\text{variation de } y}{\text{variation de } x}$. Une droite qui descend a un coefficient directeur négatif.

Erreur fréquente. Le signe de a doit être cohérent avec le dessin : la droite descend, donc $a < 0$.

Correction de l’exercice 10 – Un point est-il sur la droite ?

Un point $(x\,;y)$ est sur la droite si et seulement si $y = f(x)$.

Pour A : $f(4) = 1{,}5 \times 4 - 2 = 6 - 2 = 4$, égal à l’ordonnée de A. A est sur la droite.

Pour B : $f(-2) = 1{,}5 \times (-2) - 2 = -3 - 2 = -5 \neq -4$. B n’est pas sur la droite.

Réponse. A appartient à la droite, B non.

Rappel de cours. Tester un point : on calcule l’image de son abscisse et on compare avec son ordonnée.

Correction de l’exercice 11 – Antécédent de 0

On résout $4x - 12 = 0$, donc $4x = 12$ et $x = 3$.

Réponse. L’antécédent de 0 est 3.

Rappel de cours. La droite coupe l’axe des abscisses en l’antécédent de 0 : on résout $ax + b = 0$.

Correction de l’exercice 12 – Lecture graphique

Ordonnée à l’origine : $b = -1$ (point d’abscisse 0).

$a = \dfrac{3 - (-1)}{2 - 0} = \dfrac{4}{2} = 2$. Donc $f(x) = 2x - 1$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. $f(x) = 2x - 1$.

Rappel de cours. Le point sur l'axe des ordonnées donne b ; la pente donne a.

Correction de l'exercice 13 – Tableau de signes

f s'annule en $x = 3$. $a = 2 > 0$: la fonction est croissante.

$f(x) < 0$ pour $x < 3$, $f(x) > 0$ pour $x > 3$.

Réponse. $f < 0$ sur $]-\infty ; 3[$, $f > 0$ sur $]3 ; +\infty[$.

Rappel de cours. Une fonction affine change de signe en sa racine ; l'ordre des signes dépend du signe de a.

Correction de l'exercice 14 – Le prix d'une course en taxi

1) $P(x) = 1{,}2x + 4$. C'est une fonction affine mais pas linéaire, à cause du terme fixe 4 : le prix n'est pas proportionnel à la distance (30 km ne coûtent pas le double de 15 km).

2) $P(15) = 1{,}2 \times 15 + 4 = 18 + 4 = 22$ €.

3) On résout $1{,}2x + 4 = 31$: $1{,}2x = 27$, donc $x = \dfrac{27}{1{,}2} = 22{,}5$ km.

Réponse. $P(x) = 1{,}2x + 4$ (affine, non linéaire) ; 22 € ; 22,5 km.

Rappel de cours. Dans $f(x) = ax + b$, b est la partie fixe et a le coût par unité.

Correction de l'exercice 15 – Degrés Celsius et Fahrenheit

1) $F(100) = 1{,}8 \times 100 + 32 = 212$ °F.

2) On résout $1{,}8x + 32 = 77$: $1{,}8x = 45$, donc $x = 25$ °C.

3) On cherche x tel que $F(x) = x$: $1{,}8x + 32 = x$, soit $0{,}8x = -32$, donc $x = -40$.

Vérification : $F(-40) = -72 + 32 = -40$. Il fait aussi froid à −40 °C qu'à −40 °F.

Réponse. 212 °F ; 25 °C ; oui, −40 degrés dans les deux échelles.

Rappel de cours. Chercher un nombre qui ne change pas revient à résoudre $f(x) = x$: c'est l'intersection de la droite avec la droite d'équation $y = x$.

Correction de l'exercice 16 – Type brevet : comparer deux tarifs

$A(x) = 2x + 20$ (affine) ; $B(x) = 5x$ (linéaire).

« A plus avantageuse » : $A(x) < B(x)$, soit $2x + 20 < 5x$, donc $20 < 3x$ et $x > \dfrac{20}{3} \approx 6{,}7$.

À partir de 7 séances, A est plus avantageuse.

Réponse. $A(x) = 2x + 20$, $B(x) = 5x$; A avantageuse à partir de 7 séances.

Rappel de cours. Comparer deux tarifs = résoudre l'inéquation entre les deux fonctions.

Correction de l'exercice 17 – Type brevet : déterminer une expression

$a = \dfrac{-3 - 7}{3 - (-2)} = \dfrac{-10}{5} = -2$.

$f(x) = -2x + b$. Avec $f(3) = -3$: $-6 + b = -3$, donc $b = 3$. Ainsi $f(x) = -2x + 3$.

Réponse. $f(x) = -2x + 3$.

Rappel de cours. On calcule a avec les deux points, puis b avec l'un d'eux.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 18 – Type brevet : conversion

$C(v) = 3v + 15$.

On résout $3v + 15 = 60$, soit $3v = 45$, donc $v = 15$ m³.

Réponse. $C(v) = 3v + 15$; 15 m³ pour 60 €.

Rappel de cours. Abonnement = ordonnée à l’origine b ; prix par unité = coefficient directeur a.

Correction de l’exercice 19 – Type brevet : intersection de droites

Au point d’intersection, $f(x) = g(x)$: $3x - 2 = -x + 6$.

$4x = 8$, donc $x = 2$, puis $y = 3 \times 2 - 2 = 4$.

Réponse. Point d’intersection $(2\,;4)$.

Rappel de cours. Intersection : on résout $f(x) = g(x)$, puis on calcule l’ordonnée.

Correction de l’exercice 20 – Type brevet : deux bougies

1) Chaque bougie perd la même hauteur chaque heure : $h_1(t) = 20 - 1{,}5t$ et $h_2(t) = 15 - 0{,}9t$, deux fonctions affines décroissantes.

2) $h_1(t) = 0 \Leftrightarrow 1{,}5t = 20 \Leftrightarrow t = \dfrac{20}{1{,}5} = \dfrac{40}{3}$ h. Or $\frac{40}{3} = 13 + \frac{1}{3}$ et $\frac{1}{3}$ h = 20 min : 13 h 20 min.

3) On résout $20 - 1{,}5t = 15 - 0{,}9t$: $5 = 0{,}6t$, donc $t = \dfrac{5}{0{,}6} = \dfrac{25}{3}$ h = 8 h 20 min.

Hauteur commune : $h_1\left(\frac{25}{3}\right) = 20 - 1{,}5 \times \frac{25}{3} = 20 - 12{,}5 = 7{,}5$ cm (et $h_2 = 15 - 0{,}9 \times \frac{25}{3} = 15 - 7{,}5 = 7{,}5$).

Réponse. $h_1(t) = 20 - 1{,}5t$, $h_2(t) = 15 - 0{,}9t$; 13 h 20 min ; même hauteur 7,5 cm au bout de 8 h 20 min.

Rappel de cours. « Même valeur au même instant » se traduit par l’équation $h_1(t) = h_2(t)$: c’est l’abscisse du point d’intersection des deux droites.

Erreur fréquente. 13,33 h ne fait pas 13 h 33 min : on convertit la partie décimale, $0{,}33 \times 60 \approx 20$ min.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).