Fonctions linéaires — Troisième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Une fonction linéaire s'écrit $f(x) = ax$: elle traduit une situation de proportionnalité, où a est le coefficient. Sa représentation est une droite passant par l'origine. Ces exercices corrigés couvrent images, coefficient, proportionnalité, pourcentages et représentation graphique. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/troisieme/fonctions-lineaires

Exercice 1 – Calculer des images

Soit $f(x) = 3x$. Calculer $f(2)$, $f(5)$ et $f(-4)$.

Exercice 2 – Déterminer le coefficient

Une fonction linéaire f vérifie $f(4) = 12$. Déterminer son coefficient.

Exercice 3 – Reconnaître la proportionnalité

Le prix de 3 kg de pommes est 6 €. Exprimer le prix p en fonction de la masse m.

Exercice 4 – Coefficient négatif : image et antécédent

Soit la fonction linéaire $f : x \mapsto -2x$. Calculer $f(3)$ et $f(-1{,}5)$, puis l'antécédent de 10.

Exercice 5 – Antécédent

Soit $f(x) = 5x$. Déterminer l'antécédent de 35.

Exercice 6 – Coefficient à partir d'un point

La droite représentant $f(x) = ax$ passe par le point $(2\,;-6)$. Déterminer a.

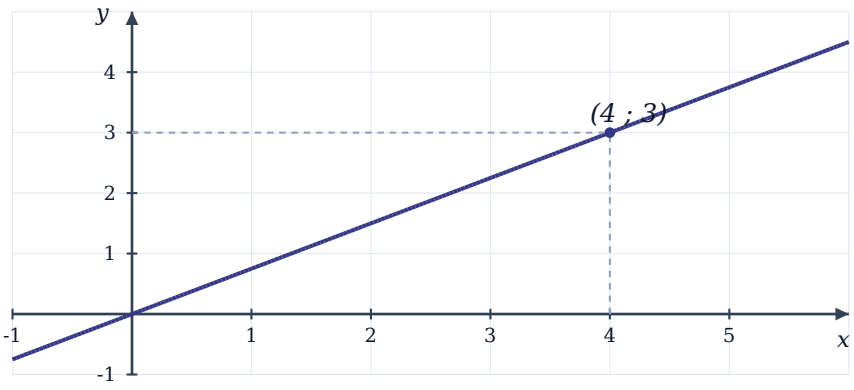
Exercice 7 – Pourcentage comme fonction linéaire

Calculer 20% d'une quantité revient à appliquer quelle fonction linéaire ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 8 – Lire le coefficient sur un graphique

La droite ci-dessous représente une fonction linéaire f. Elle passe par le point de coordonnées $(4\,;3)$. Déterminer $f(x)$, puis calculer $f(10)$.



Exercice 9 – Ce tableau est-il de proportionnalité ?

Pour chaque tableau, dire s'il peut être représenté par une fonction linéaire. Si oui, donner son expression. Tableau 1 : $x = 2\,;5\,;8$ donne $y = 7\,;17{,}5\,;28$. Tableau 2 : $x = 3\,;6$ donne $y = 4\,;9$.

Exercice 10 – Augmentation en pourcentage

Augmenter une quantité de 15% revient à appliquer quelle fonction linéaire ?

Exercice 11 – Représentation graphique

La droite représentant $f(x) = 2x$ passe par l'origine. Donner un second point pour la tracer, et son coefficient directeur.

Exercice 12 – Lien entre deux grandeurs

Une voiture roule à vitesse constante : elle parcourt 150 km en 2 h. Exprimer la distance d en fonction du temps t, puis calculer d pour $t = 3{,}5$ h.

Exercice 13 – Conversion de devises

Un jour donné, 1 € vaut 1,08 dollar. On note $d(x)$ le nombre de dollars obtenus pour x euros (sans frais).

1. Exprimer $d(x)$ en fonction de x.

2. Combien de dollars obtient-on pour 250 € ?

3. Combien d'euros faut-il changer pour obtenir 540 dollars ?

Exercice 14 – Utiliser la linéarité sans le coefficient

f est une fonction linéaire telle que $f(3) = 7{,}5$ et $f(5) = 12{,}5$. Sans calculer le coefficient, déterminer $f(8)$, $f(15)$ et $f(2)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 15 – Type brevet : remise puis calcul

Un magasin applique une remise de 30%. 1) Quelle fonction linéaire donne le prix payé p en fonction du prix initial x ? 2) Combien paie-t-on un article à 80 € ?

Exercice 16 – Type brevet : retrouver le prix initial

Avec la remise de 30% ($p = 0{,}7x$), un article est payé 42 €. Quel était son prix initial ?

Exercice 17 – Type brevet : deux évolutions

Un prix augmente de 10% puis baisse de 10%. Le prix final est-il égal au prix initial ?

Exercice 18 – Type brevet : proportionnalité et tableau

Pour une recette, il faut 150 g de farine pour 4 personnes. Quelle masse pour 10 personnes ?

Exercice 19 – Type brevet : comparaison de coefficients

Deux offres de location de vélo : A à 2 €/h ($f(x) = 2x$) et B à 1,5 €/h ($g(x) = 1{,}5x$). Pour 3 h, laquelle est moins chère et de combien ?

Exercice 20 – Type brevet : deux remises successives

Pendant les soldes, un magasin baisse ses prix de 20 %. Le dernier jour, il applique une remise supplémentaire de 10 % sur le prix déjà soldé.

1. Quelle fonction linéaire donne le prix final $p(x)$ d'un article de prix initial x ?

2. Un client affirme que cela fait 30 % de remise au total. A-t-il raison ?

3. Calculer le prix final d'un article à 85 €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Calculer des images

$f(2) = 3 \times 2 = 6$; $f(5) = 3 \times 5 = 15$; $f(-4) = 3 \times (-4) = -12$.

Réponse. $f(2) = 6$, $f(5) = 15$, $f(-4) = -12$.

Rappel de cours. Fonction linéaire $f(x) = ax$: on multiplie x par le coefficient a.

Correction de l'exercice 2 – Déterminer le coefficient

$f(x) = ax$ avec $f(4) = 4a = 12$.

$a = \dfrac{12}{4} = 3$, donc $f(x) = 3x$.

Réponse. $a = 3$; $f(x) = 3x$.

Rappel de cours. Le coefficient se trouve par $a = \dfrac{f(x)}{x}$ (pour un $x \neq 0$ connu).

Correction de l'exercice 3 – Reconnaître la proportionnalité

Prix proportionnel à la masse : $p = a \times m$, avec le prix au kg $a = \dfrac{6}{3} = 2$ €/kg.

$p = 2m$.

Réponse. $p = 2m$ (2 €/kg).

Rappel de cours. Une situation de proportionnalité se modélise par une fonction linéaire $f(x) = ax$.

Correction de l'exercice 4 – Coefficient négatif : image et antécédent

Image : on remplace x par la valeur. $f(3) = -2 \times 3 = -6$ et $f(-1{,}5) = -2 \times (-1{,}5) = 3$.

Antécédent de 10 : on cherche x tel que $-2x = 10$, donc $x = \dfrac{10}{-2} = -5$.

Vérification : $f(-5) = -2 \times (-5) = 10$.

Réponse. $f(3) = -6$, $f(-1{,}5) = 3$, l'antécédent de 10 est -5.

Rappel de cours. Pour une fonction linéaire $f(x) = ax$ ($a \neq 0$), l'antécédent de y est $\dfrac{y}{a}$.

Erreur fréquente. Le produit de deux nombres négatifs est positif : $-2 \times (-1{,}5) = +3$.

Correction de l'exercice 5 – Antécédent

On résout $5x = 35$, donc $x = 7$.

Réponse. L'antécédent de 35 est 7.

Rappel de cours. Antécédent : on résout $ax = k$, soit $x = \frac{k}{a}$.

Correction de l'exercice 6 – Coefficient à partir d'un point

$f(2) = -6$, donc $2a = -6$, soit $a = -3$.

Réponse. $a = -3$; $f(x) = -3x$.

Rappel de cours. Pour une fonction linéaire, un seul point (autre que l'origine) suffit à trouver a.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l'exercice 7 – Pourcentage comme fonction linéaire

Prendre 20% revient à multiplier par $\frac{20}{100} = 0{,}2$.

La fonction est $f(x) = 0{,}2x$.

Réponse. $f(x) = 0{,}2x$.

Rappel de cours. Prendre t% = multiplier par $\frac{t}{100}$: c'est une fonction linéaire de coefficient $\frac{t}{100}$.

Correction de l'exercice 8 – Lire le coefficient sur un graphique

La droite passe par l'origine : c'est bien une fonction linéaire, de la forme $f(x) = ax$.

Le point $(4\,;3)$ est sur la droite, donc $f(4) = 3$, soit $4a = 3$ et $a = \frac{3}{4} = 0{,}75$.

Donc $f(x) = 0{,}75x$ et $f(10) = 7{,}5$.

Réponse. $f(x) = 0{,}75x$ et $f(10) = 7{,}5$.

Rappel de cours. Le coefficient d'une fonction linéaire se lit avec un point $(x\,;y)$ de la droite autre que l'origine : $a = \frac{y}{x}$.

Erreur fréquente. Ne pas inverser le quotient : $a = \frac{y}{x} = \frac{3}{4}$, pas $\frac{4}{3}$.

Correction de l'exercice 9 – Ce tableau est-il de proportionnalité ?

Une fonction linéaire correspond à un tableau de proportionnalité : le quotient $\frac{y}{x}$ doit être le même dans chaque colonne.

Tableau 1 : $\frac{7}{2} = 3{,}5$, $\frac{17{,}5}{5} = 3{,}5$, $\frac{28}{8} = 3{,}5$. Le quotient est constant, c'est la fonction $f(x) = 3{,}5x$.

Tableau 2 : $\frac{4}{3} \approx 1{,}33$ et $\frac{9}{6} = 1{,}5$. Les quotients sont différents : pas de fonction linéaire. (Si x double, y devrait doubler et valoir 8, pas 9.)

Réponse. Tableau 1 : oui, $f(x) = 3{,}5x$. Tableau 2 : non.

Rappel de cours. Fonction linéaire ⇔ situation de proportionnalité : le coefficient est le coefficient de proportionnalité.

Correction de l'exercice 10 – Augmentation en pourcentage

Augmenter de 15% : on garde 100% et on ajoute 15%, soit ×1,15.

La fonction est $f(x) = 1{,}15x$.

Réponse. $f(x) = 1{,}15x$.

Rappel de cours. Augmenter de t% : multiplier par $1 + \frac{t}{100}$. Diminuer de t% : multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.

Correction de l'exercice 11 – Représentation graphique

On choisit $x = 1$: $f(1) = 2$, donc la droite passe par $(1\,;2)$.

Le coefficient directeur est $a = 2$ (pour une fonction linéaire, il est égal au coefficient).

Réponse. Passe par $(0;0)$ et $(1;2)$; coefficient directeur 2.

Rappel de cours. La droite de $f(x) = ax$ passe toujours par l'origine ; son coefficient

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

directeur est a.

Correction de l'exercice 12 – Lien entre deux grandeurs

Vitesse = $\frac{150}{2}$ = 75 km/h. Distance proportionnelle au temps : $d = 75t$.

$d(3{,}5) = 75 \times 3{,}5 = 262{,}5$ km.

Réponse. $d = 75t$; $d(3{,}5) = 262{,}5$ km.

Rappel de cours. À vitesse constante, distance = vitesse × temps : fonction linéaire de coefficient la vitesse.

Correction de l'exercice 13 – Conversion de devises

1) Chaque euro donne 1,08 dollar : la situation est proportionnelle, $d(x) = 1{,}08x$.

2) $d(250) = 1{,}08 \times 250 = 270$ dollars.

3) On cherche l'antécédent de 540 : $1{,}08x = 540$, donc $x = \frac{540}{1{,}08} = 500$ €.

Réponse. $d(x) = 1{,}08x$; 270 dollars ; 500 €.

Rappel de cours. Une question « combien faut-il… pour obtenir… » demande un antécédent : on résout une équation.

Correction de l'exercice 14 – Utiliser la linéarité sans le coefficient

Une fonction linéaire vérifie $f(a + b) = f(a) + f(b)$ et $f(k\,a) = k\,f(a)$.

$8 = 3 + 5$, donc $f(8) = f(3) + f(5) = 7{,}5 + 12{,}5 = 20$.

$15 = 3 \times 5$, donc $f(15) = 3 \times f(5) = 3 \times 12{,}5 = 37{,}5$.

$2 = 5 - 3$, donc $f(2) = f(5) - f(3) = 12{,}5 - 7{,}5 = 5$.

Contrôle : le coefficient est $\frac{7{,}5}{3} = 2{,}5$, et $2{,}5 \times 8 = 20$, $2{,}5 \times 15 = 37{,}5$, $2{,}5 \times 2 = 5$.

Réponse. $f(8) = 20$, $f(15) = 37{,}5$, $f(2) = 5$.

Rappel de cours. Propriétés de linéarité : on peut additionner, soustraire ou multiplier les colonnes d'un tableau de proportionnalité.

Erreur fréquente. Cette propriété est propre aux fonctions linéaires : pour $g(x) = 2x + 1$, on a $g(8) \neq g(3) + g(5)$.

Correction de l'exercice 15 – Type brevet : remise puis calcul

Une remise de 30% fait payer 70% : $p = 0{,}7x$.

$p(80) = 0{,}7 \times 80 = 56$ €.

Réponse. $p = 0{,}7x$; 56 € pour un article à 80 €.

Rappel de cours. Remise de t% : prix payé = $(1 - \frac{t}{100})x$.

Correction de l'exercice 16 – Type brevet : retrouver le prix initial

On résout $0{,}7x = 42$, donc $x = \frac{42}{0{,}7} = 60$ €.

Réponse. Le prix initial était 60 €.

Rappel de cours. Pour remonter au prix initial, on divise par le coefficient 0,7.

Erreur fréquente. Ne pas ajouter 30% à 42 : on divise par 0,7 pour retrouver l'original.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 17 – Type brevet : deux évolutions

Augmenter de 10% : ×1,1. Baisser de 10% : ×0,9. Au total : ×(1,1 × 0,9) = ×0,99.

Le prix final vaut 99% du prix initial : il est légèrement inférieur, pas égal.

Réponse. Non : ×0,99, le prix final est 1% plus bas.

Rappel de cours. Les évolutions se composent par multiplication des coefficients (pas par addition/soustraction des pourcentages).

Correction de l’exercice 18 – Type brevet : proportionnalité et tableau

Masse proportionnelle au nombre de personnes : coefficient $\frac{150}{4} = 37{,}5$ g/personne.

Pour 10 personnes : $37{,}5 \times 10 = 375$ g.

Réponse. Il faut 375 g de farine.

Rappel de cours. On calcule le coefficient (quantité par unité), puis on multiplie. C’est la « quatrième proportionnelle ».

Correction de l’exercice 19 – Type brevet : comparaison de coefficients

$f(3) = 2 \times 3 = 6$ € (offre A) ; $g(3) = 1{,}5 \times 3 = 4{,}5$ € (offre B).

L’offre B est moins chère, de $6 - 4{,}5 = 1{,}5$ €.

Réponse. B est moins chère, de 1,5 € pour 3 h.

Rappel de cours. Pour des fonctions linéaires, la moins « pentue » (coefficient plus petit) est toujours la moins chère (au-delà de l’origine).

Correction de l’exercice 20 – Type brevet : deux remises successives

1) Baisser de 20 %, c’est multiplier par $1 - 0{,}20 = 0{,}8$. Baisser ensuite de 10 %, c’est multiplier par 0,9. Donc $p(x) = 0{,}9 \times 0{,}8\,x = 0{,}72x$.

2) Multiplier par $0{,}72 = 1 - 0{,}28$ correspond à une baisse de 28 %, et non de 30 %. Le client a tort : la seconde remise s’applique à un prix déjà réduit.

3) $p(85) = 0{,}72 \times 85 = 61{,}20$ €.

Réponse. $p(x) = 0{,}72x$; non, la baisse totale est de 28 % ; prix final 61,20 €.

Rappel de cours. Des évolutions successives se multiplient, elles ne s’additionnent pas.

Erreur fréquente. 20 % + 10 % ≠ 30 % : les pourcentages ne portent pas sur la même base.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).