Probabilités — Troisième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

La probabilité d'un événement, comprise entre 0 et 1, mesure sa chance de se produire. En situation d'équiprobabilité, $P = \dfrac{\text{cas favorables}}{\text{cas possibles}}$. Ces exercices corrigés couvrent calcul de probabilités, événement contraire, expériences à deux épreuves (arbres) type brevet. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/troisieme/probabilites

Exercice 1 – Probabilité (dé)

On lance un dé équilibré à 6 faces. Probabilité d'obtenir un 5 ?

Exercice 2 – Probabilité (urne)

Une urne contient 4 boules rouges et 6 bleues. Probabilité de tirer une rouge ?

Exercice 3 – Événement contraire

$P(A) = 0{,}35$. Calculer $P(\overline{A})$.

Exercice 4 – La roue de loterie

Une roue est partagée en 8 secteurs de même taille : 3 rouges, 4 verts et 1 jaune. On la fait tourner. Quelle est la probabilité de tomber sur du vert ? De ne pas tomber sur du rouge ?

Exercice 5 – Dé : nombre pair

On lance un dé. Probabilité d'obtenir un nombre pair ?

Exercice 6 – Carte d'un jeu

Dans un jeu de 32 cartes, probabilité de tirer un cœur ?

Exercice 7 – Probabilité d'une réunion

On lance un dé. Probabilité d'obtenir un 1 OU un 2 ?

Exercice 8 – Fréquence observée et probabilité

On lance 600 fois un dé et on obtient 130 fois le 6. Calculer la fréquence d'apparition du 6 et la comparer à la probabilité théorique. Que peut-on soupçonner ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Tirage avec proportions

Un sac contient 5 bonbons à la fraise, 3 au citron, 2 à la menthe. Probabilité de tirer un bonbon qui n'est PAS à la menthe ?

Exercice 10 – Probabilité et pourcentage

Dans une classe, 60% des élèves sont des filles. On choisit un élève au hasard. Quelle est la probabilité que ce soit un garçon ?

Exercice 11 – Tableau à double entrée

Sur 50 personnes : 30 aiment le thé, dont 12 aiment aussi le café. Probabilité qu'une personne aime le thé mais pas le café ?

Exercice 12 – La somme de deux dés

On lance deux dés équilibrés à 6 faces et on additionne les résultats. Quelle est la probabilité d'obtenir 7 ? Et 12 ? Quelle somme est la plus probable ?

Exercice 13 – Ce jeu est-il équitable ?

Alice et Bruno lancent un dé. Alice gagne si le résultat est un nombre premier, Bruno s'il est un multiple de 3. Sinon, personne ne gagne. Le jeu est-il équitable ?

Exercice 14 – Type brevet : deux tirages avec remise

Une urne a 3 rouges et 2 noires. On tire 2 boules avec remise. Probabilité de tirer 2 rouges ?

Exercice 15 – Type brevet : deux tirages sans remise

Une urne a 3 rouges et 2 noires. On tire 2 boules sans remise. Probabilité de tirer 2 rouges ?

Exercice 16 – Type brevet : au moins un (contraire)

On lance 2 fois une pièce. Probabilité d'obtenir au moins un « Face » ?

Exercice 17 – Type brevet : probabilité avec inconnue

Une urne contient 5 boules vertes et n boules rouges. La probabilité de tirer une verte est 0,5. Déterminer n.

Exercice 18 – Type brevet : arbre complet

Dans une urne de 2 rouges et 3 bleues, on tire 2 boules avec remise. Probabilité d'obtenir une rouge et une bleue (dans n'importe quel ordre) ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 19 – Type brevet : le code du cadenas

Un cadenas a un code à 3 chiffres (de 000 à 999).

1. Combien y a-t-il de codes possibles ? Quelle est la probabilité de trouver le code du premier coup, au hasard ?

2. On sait que les trois chiffres sont différents. Combien de codes restent possibles ?

3. On sait de plus que le code commence par 7. Quelle est alors la probabilité de le trouver du premier coup ?

Exercice 20 – Type brevet : combien de jetons ajouter ?

Un sac contient 4 jetons rouges et 6 jetons bleus. Combien de jetons rouges faut-il ajouter pour que la probabilité de tirer un jeton rouge soit égale à 0,6 ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Probabilité (dé)

6 issues équiprobables, une favorable.

$P = \frac{1}{6}$.

Réponse. $P = \frac{1}{6}$.

Rappel de cours. $P = \frac{\text{cas favorables}}{\text{cas possibles}}$.

Correction de l'exercice 2 – Probabilité (urne)

Total : 10 boules, 4 favorables.

$P(\text{rouge}) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0{,}4$.

Réponse. $P = 0{,}4$.

Rappel de cours. On simplifie la fraction si possible.

Correction de l'exercice 3 – Événement contraire

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$.

Réponse. 0,65.

Rappel de cours. $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

Correction de l'exercice 4 – La roue de loterie

Les 8 secteurs ont la même taille : ils ont tous la même probabilité $\frac{1}{8}$ (situation d'équiprobabilité).

$P(\text{vert}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

« Pas rouge » est l'événement contraire de « rouge » : $P = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$. (On retrouve 4 verts +1 jaune = 5 secteurs sur 8.)

Réponse. $P(\text{vert}) = \frac{1}{2}$ et $P(\text{pas rouge}) = \frac{5}{8}$.

Rappel de cours. En situation d'équiprobabilité : $P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}$.

Correction de l'exercice 5 – Dé : nombre pair

Pairs : $2, 4, 6$, soit 3 cas sur 6.

$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Réponse. $P = \frac{1}{2}$.

Rappel de cours. On compte les cas favorables (3) sur le total (6).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 6 – Carte d’un jeu

Il y a 8 cœurs (une couleur sur 4) sur 32 cartes.

$P = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$.

Réponse. $P = \frac{1}{4}$.

Rappel de cours. Un jeu de 32 cartes a 4 couleurs de 8 cartes chacune.

Correction de l’exercice 7 – Probabilité d’une réunion

Deux issues favorables (1 et 2), incompatibles.

$P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Réponse. $P = \frac{1}{3}$.

Rappel de cours. Pour des issues distinctes, on additionne les cas favorables.

Correction de l’exercice 8 – Fréquence observée et probabilité

Fréquence : $\frac{130}{600} \approx 0{,}217$, soit environ 21,7 %.

Pour un dé équilibré, $P(6) = \frac{1}{6} \approx 0{,}167$: on attendrait environ $600 \times \frac{1}{6} = 100$ fois le 6.

Sur un grand nombre de lancers, la fréquence se rapproche de la probabilité. Un écart de 30 apparitions sur 600 lancers est important : on peut soupçonner que le dé est truqué (sans en être certain).

Réponse. Fréquence $\approx 0{,}217$ contre $\frac{1}{6} \approx 0{,}167$: le dé est peut-être truqué.

Rappel de cours. Loi des grands nombres : quand on répète une expérience un grand nombre de fois, la fréquence d’un événement se stabilise autour de sa probabilité.

Erreur fréquente. Une fréquence n’est pas une probabilité : sur peu de lancers, un écart est normal. Ici, c’est la taille de l’échantillon qui rend l’écart suspect.

Correction de l’exercice 9 – Tirage avec proportions

Méthode 1 : non-menthe = fraise ou citron = 5 + 3 = 8 sur 10, donc $P = \frac{8}{10} = 0{,}8$.

Méthode 2 (contraire) : $P(\text{menthe}) = \frac{2}{10} = 0{,}2$, donc $P(\text{non menthe}) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$.

Réponse. $P = 0{,}8$.

Rappel de cours. « Ne pas » se calcule par le contraire : $1 - P(\text{événement})$.

Correction de l’exercice 10 – Probabilité et pourcentage

$P(\text{fille}) = 0{,}6$. Le contraire « garçon » : $P(\text{garçon}) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.

Réponse. $P(\text{garçon}) = 0{,}4$.

Rappel de cours. Un pourcentage se convertit en probabilité : 60% = 0,6.

Correction de l’exercice 11 – Tableau à double entrée

« Thé mais pas café » : $30 - 12 = 18$ personnes.

$P = \frac{18}{50} = 0{,}36$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. $P = 0{,}36$.

Rappel de cours. On retranche les cas communs pour isoler « thé seulement ».

Correction de l'exercice 12 – La somme de deux dés

Un tableau à double entrée (dé 1 en ligne, dé 2 en colonne) donne $6 \times 6 = 36$ issues équiprobables.

Somme 7 : $(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)$, soit 6 issues. $P(7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Somme 12 : seulement $(6,6)$. $P(12) = \frac{1}{36}$.

Aucune autre somme n'a autant d'issues que 7 (6 et 8 en ont 5 chacune) : 7 est la somme la plus probable.

Réponse. $P(7) = \frac{1}{6}$, $P(12) = \frac{1}{36}$; 7 est la somme la plus probable.

Rappel de cours. Les sommes 2 à 12 ne sont pas équiprobables : on compte les couples dans un tableau.

Erreur fréquente. Dire « 11 sommes possibles, donc $P(7) = \frac{1}{11}$ » est faux : les 11 sommes n'ont pas la même probabilité.

Correction de l'exercice 13 – Ce jeu est-il équitable ?

Nombres premiers entre 1 et 6 : 2, 3, 5 (1 n'est pas premier). $P(\text{Alice}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Multiples de 3 : 3 et 6. $P(\text{Bruno}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$: Alice a plus de chances de gagner, le jeu n'est pas équitable. (Remarque : avec un 3, les deux gagnent.)

Réponse. Non : Alice gagne avec la probabilité $\frac{1}{2}$, Bruno avec $\frac{1}{3}$.

Rappel de cours. Un jeu est équitable si chaque joueur a la même probabilité de gagner.

Erreur fréquente. 1 n'est pas un nombre premier : il n'a qu'un seul diviseur.

Correction de l'exercice 14 – Type brevet : deux tirages avec remise

Avec remise, les tirages sont indépendants : $P(\text{rouge}) = \frac{3}{5}$ à chaque fois.

$P(\text{2 rouges}) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25} = 0{,}36$.

Réponse. $P = \frac{9}{25} = 0{,}36$.

Rappel de cours. Avec remise = tirages indépendants : on multiplie le long du chemin de l'arbre.

Correction de l'exercice 15 – Type brevet : deux tirages sans remise

Premier tirage : $P(\text{rouge}) = \frac{3}{5}$. Après avoir retiré une rouge, il reste 2 rouges sur 4 : $P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

$P(\text{2 rouges}) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10} = 0{,}3$.

Réponse. $P = \frac{3}{10} = 0{,}3$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. Sans remise, la composition change : on adapte la 2e probabilité (une boule en moins).

Erreur fréquente. Sans remise, ne pas garder $\frac{3}{5}$ au 2e tirage : il reste 4 boules dont 2 rouges.

Correction de l'exercice 16 – Type brevet : au moins un (contraire)

Contraire : « aucun Face » = « Pile, Pile », de probabilité $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

$P(\text{au moins un Face}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Réponse. $P = \frac{3}{4}$.

Rappel de cours. « Au moins un » : on passe par le contraire « aucun ».

Correction de l'exercice 17 – Type brevet : probabilité avec inconnue

$P(\text{verte}) = \frac{5}{5+n} = 0{,}5$.

$5 = 0{,}5(5+n)$, soit $5 = 2{,}5 + 0{,}5n$, donc $0{,}5n = 2{,}5$ et $n = 5$.

Réponse. $n = 5$.

Rappel de cours. On pose l'équation de la probabilité et on résout en n.

Correction de l'exercice 18 – Type brevet : arbre complet

Deux chemins : (R puis B) de proba $\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$, et (B puis R) de proba $\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$.

On additionne : $\frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25} = 0{,}48$.

Réponse. $P = \frac{12}{25} = 0{,}48$.

Rappel de cours. « Dans n'importe quel ordre » : on additionne les probabilités des chemins (R,B) et (B,R).

Correction de l'exercice 19 – Type brevet : le code du cadenas

1) 10 choix pour chaque chiffre : $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ codes. Probabilité : $\frac{1}{1\,000} = 0{,}001$.

2) 10 choix pour le premier chiffre, 9 pour le deuxième (différent du premier), 8 pour le troisième : $10 \times 9 \times 8 = 720$ codes.

3) Le premier chiffre est fixé : il reste 9 choix pour le deuxième et 8 pour le troisième, soit 72 codes. Probabilité : $\frac{1}{72} \approx 0{,}014$.

Réponse. 1 000 codes et $P = 0{,}001$; 720 codes ; $P = \frac{1}{72}$.

Rappel de cours. Pour compter des issues en plusieurs étapes, on multiplie les nombres de choix de chaque étape (principe de l'arbre).

Correction de l'exercice 20 – Type brevet : combien de jetons ajouter ?

Probabilité actuelle : $\frac{4}{10} = 0{,}4$. On note k le nombre de jetons rouges ajoutés : il y a alors $4+k$ rouges sur $10+k$ jetons.

Équation : $\frac{4+k}{10+k} = 0{,}6$, soit $4 + k = 0{,}6(10+k) = 6 + 0{,}6k$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$0{,}4k = 2$, donc $k = 5$.

Vérification : 9 rouges sur 15 jetons, $\frac{9}{15} = 0{,}6$.

Réponse. Il faut ajouter 5 jetons rouges.

Rappel de cours. Ajouter des jetons change à la fois le numérateur et le dénominateur : on pose une équation.

Erreur fréquente. Ajouter 2 jetons (« pour passer de 4 à 6 ») donnerait $\frac{6}{12} = 0{,}5$: le total augmente aussi.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).