Racines carrées — Troisième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

La racine carrée $\sqrt{a}$ (avec $a \geq 0$) est le nombre positif dont le carré vaut a. On apprend à simplifier des racines, à les multiplier ($\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$) et à les utiliser avec Pythagore. Ces exercices corrigés couvrent calcul, simplification et opérations. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/troisieme/racines-carrees

Exercice 1 – Racines carrées exactes

Calculer $\sqrt{16}$, $\sqrt{49}$ et $\sqrt{100}$.

Exercice 2 – Carré d'une racine

Calculer $(\sqrt{7})^2$ et $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$.

Exercice 3 – Résoudre x² = a

Résoudre les équations $x^2 = 36$, $x^2 = 7$ et $x^2 = -4$.

Exercice 4 – Encadrer une racine

Encadrer $\sqrt{30}$ entre deux entiers consécutifs.

Exercice 5 – Produit de racines

Calculer $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$ et $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$.

Exercice 6 – Simplifier une racine

Simplifier $\sqrt{12}$ et $\sqrt{50}$.

Exercice 7 – Simplifier √72 et √48

Écrire $\sqrt{72}$ et $\sqrt{48}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b le plus petit possible.

Exercice 8 – Valeur exacte et valeur approchée

Un carré a un côté de 5 cm. Donner la valeur exacte de sa diagonale, puis une valeur approchée au millimètre.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Quotient de racines

Calculer $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$.

Exercice 10 – Addition de racines semblables

Calculer $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$ et $\sqrt{8} + \sqrt{2}$.

Exercice 11 – Développer avec des racines

Développer $\sqrt{3}(\sqrt{3} + 2)$.

Exercice 12 – Pythagore avec racine

Un triangle est rectangle en A avec $AB = 2$, $AC = 3$. Calculer BC (valeur exacte).

Exercice 13 – Réduire une somme de racines

Écrire $D = 2\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{5}$ sous la forme $a\sqrt{5}$.

Exercice 14 – La racine d'une somme

Sami écrit $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16}$. A-t-il raison ? Et a-t-on $\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{9} \times \sqrt{16}$?

Exercice 15 – Type brevet : identité remarquable avec racine

Développer $(\sqrt{5} + 1)^2$.

Exercice 16 – Type brevet : produit (a−b)(a+b)

Calculer $(\sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 2)$.

Exercice 17 – Type brevet : somme de racines simplifiées

Écrire $\sqrt{75} + \sqrt{12}$ sous la forme $a\sqrt{3}$.

Exercice 18 – Type brevet : aire d'un carré

Un carré a une aire de 45 cm^2. Donner la valeur exacte de son côté simplifiée.

Exercice 19 – Type brevet : comparaison

Comparer $2\sqrt{3}$ et $3\sqrt{2}$ (sans calculatrice).

Exercice 20 – Type brevet : rectangle en valeurs exactes

Un rectangle a pour longueur $\sqrt{50}$ cm et pour largeur $\sqrt{8}$ cm. Donner les valeurs exactes, simplifiées, de son aire, de son périmètre et de sa diagonale.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Racines carrées exactes

$\sqrt{16} = 4$ (car $4^2 = 16$).

$\sqrt{49} = 7$; $\sqrt{100} = 10$.

Réponse. $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{100} = 10$.

Rappel de cours. $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré vaut a.

Correction de l'exercice 2 – Carré d'une racine

$(\sqrt{7})^2 = 7$ (le carré « annule » la racine).

$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 = 5$.

Réponse. $(\sqrt{7})^2 = 7$; $\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$.

Rappel de cours. $(\sqrt{a})^2 = a$ pour $a \geq 0$: racine et carré sont des opérations inverses.

Correction de l'exercice 3 – Résoudre x² = a

$x^2 = 36$: deux nombres ont pour carré 36, à savoir 6 et -6.

$x^2 = 7$: 7 n'est pas un carré parfait, les solutions sont $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$.

$x^2 = -4$: un carré est toujours positif ou nul, il n'y a aucune solution.

Réponse. $\{-6\,;6\}$; $\{-\sqrt{7}\,;\sqrt{7}\}$; aucune solution.

Rappel de cours. Pour $a > 0$, $x^2 = a$ a deux solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$; pour $a = 0$, une seule ; pour $a < 0$, aucune.

Erreur fréquente. Oublier la solution négative : $(-6)^2 = 36$ aussi.

Correction de l'exercice 4 – Encadrer une racine

On cherche les carrés autour de 30 : $5^2 = 25$ et $6^2 = 36$.

$25 < 30 < 36$, donc $5 < \sqrt{30} < 6$.

Réponse. $5 < \sqrt{30} < 6$.

Rappel de cours. On encadre par les carrés parfaits les plus proches.

Correction de l'exercice 5 – Produit de racines

$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$.

$\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$.

Réponse. 4 ; 6.

Rappel de cours. $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

Correction de l'exercice 6 – Simplifier une racine

$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$.

Réponse. $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$; $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. On extrait le plus grand carré parfait facteur : $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$.

Correction de l'exercice 7 – Simplifier √72 et √48

On cherche le plus grand carré parfait qui divise le nombre.

$72 = 36 \times 2$, donc $\sqrt{72} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$.

$48 = 16 \times 3$, donc $\sqrt{48} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.

Réponse. $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ et $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$.

Rappel de cours. $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ pour $a, b \geq 0$.

Erreur fréquente. $72 = 4 \times 18$ donne $2\sqrt{18}$, qui n'est pas simplifié au maximum : prendre le plus grand carré (36).

Correction de l'exercice 8 – Valeur exacte et valeur approchée

La diagonale partage le carré en deux triangles rectangles isocèles de côtés 5 et 5. Pythagore : $d^2 = 5^2 + 5^2 = 50$.

Valeur exacte : $d = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$ cm.

Valeur approchée : $5\sqrt{2} \approx 5 \times 1{,}4142 \approx 7{,}07$, soit environ 7,1 cm.

Réponse. $d = 5\sqrt{2}$ cm $\approx 7{,}1$ cm.

Rappel de cours. La diagonale d'un carré de côté c vaut $c\sqrt{2}$.

Correction de l'exercice 9 – Quotient de racines

$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$, donc $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$.

Réponse. 3.

Rappel de cours. $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$.

Correction de l'exercice 10 – Addition de racines semblables

$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ (on additionne les coefficients, comme pour $3x + 5x$).

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, donc $\sqrt{8} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

Réponse. $8\sqrt{2}$; $3\sqrt{2}$.

Rappel de cours. On n'additionne des racines que si elles ont le même radicande (après simplification).

Erreur fréquente. $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a + b}$: on ne peut additionner que des racines « semblables ».

Correction de l'exercice 11 – Développer avec des racines

$\sqrt{3} \times \sqrt{3} + \sqrt{3} \times 2 = 3 + 2\sqrt{3}$.

Réponse. $3 + 2\sqrt{3}$.

Rappel de cours. Distributivité : $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$.

Correction de l'exercice 12 – Pythagore avec racine

$BC^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$BC = \sqrt{13}$ (ne se simplifie pas).

Réponse. $BC = \sqrt{13}$.

Rappel de cours. L'hypoténuse s'exprime souvent par une racine carrée exacte.

Correction de l'exercice 13 – Réduire une somme de racines

On simplifie chaque racine pour faire apparaître $\sqrt{5}$.

$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$, donc $2\sqrt{45} = 6\sqrt{5}$.

$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$.

$D = 6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = (6 - 2 + 1)\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$.

Réponse. $D = 5\sqrt{5}$.

Rappel de cours. On additionne des racines comme des termes semblables : $a\sqrt{5} + b\sqrt{5} = (a + b)\sqrt{5}$.

Correction de l'exercice 14 – La racine d'une somme

$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$, alors que $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$. Les résultats sont différents : Sami a tort.

$\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{144} = 12$ et $\sqrt{9} \times \sqrt{16} = 3 \times 4 = 12$. Cette fois l'égalité est vraie.

La racine carrée « passe » dans un produit (ou un quotient), jamais dans une somme.

Réponse. Non pour la somme ($5 \neq 7$) ; oui pour le produit ($12 = 12$).

Rappel de cours. $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ mais en général $\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Erreur fréquente. C'est exactement l'erreur du triangle 3-4-5 : l'hypoténuse vaut $\sqrt{9 + 16} = 5$, pas $3 + 4$.

Correction de l'exercice 15 – Type brevet : identité remarquable avec racine

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = \sqrt{5}$, $b = 1$.

$(\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} + 1 = 5 + 2\sqrt{5} + 1 = 6 + 2\sqrt{5}$.

Réponse. $6 + 2\sqrt{5}$.

Rappel de cours. $(\sqrt{5})^2 = 5$: on applique l'identité comme d'habitude.

Correction de l'exercice 16 – Type brevet : produit (a−b)(a+b)

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ avec $a = \sqrt{7}$, $b = 2$.

$(\sqrt{7})^2 - 2^2 = 7 - 4 = 3$.

Réponse. 3.

Rappel de cours. $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$: la racine disparaît, le résultat est entier.

Correction de l'exercice 17 – Type brevet : somme de racines simplifiées

$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$ et $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$.

$5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$.

Réponse. $7\sqrt{3}$.

Rappel de cours. On simplifie chaque racine pour faire apparaître le même radicande, puis on additionne.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 18 – Type brevet : aire d’un carré

Côté c : $c^2 = 45$, avec $c > 0$, donc $c = \sqrt{45}$.

$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$ cm.

Réponse. Côté $= 3\sqrt{5}$ cm.

Rappel de cours. On simplifie la racine en extrayant le carré parfait : $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.

Correction de l’exercice 19 – Type brevet : comparaison

On compare les carrés (les deux nombres sont positifs) : $(2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$ et $(3\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18$.

$12 < 18$, donc $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$.

Réponse. $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$.

Rappel de cours. Pour comparer deux nombres positifs avec racines, on compare leurs carrés.

Correction de l’exercice 20 – Type brevet : rectangle en valeurs exactes

Aire : $\sqrt{50} \times \sqrt{8} = \sqrt{400} = 20$ cm^2. Le résultat est un entier.

Périmètre : $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ et $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, donc $P = 2(5\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) = 2 \times 7\sqrt{2} = 14\sqrt{2}$ cm.

Diagonale : Pythagore donne $d^2 = (\sqrt{50})^2 + (\sqrt{8})^2 = 50 + 8 = 58$, donc $d = \sqrt{58}$ cm ($58 = 2 \times 29$ n’a pas de facteur carré, on ne peut pas simplifier).

Réponse. Aire 20 cm^2, périmètre $14\sqrt{2}$ cm, diagonale $\sqrt{58}$ cm.

Rappel de cours. Simplifier les racines d’abord rend les sommes possibles : $5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$.

Erreur fréquente. $\sqrt{50} + \sqrt{8} \neq \sqrt{58}$: on n’additionne jamais sous la racine.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).