Réciproque de Pythagore — Troisième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

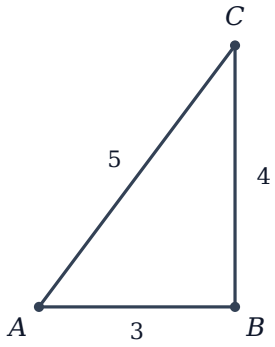
Présentation

La réciproque du théorème de Pythagore sert à démontrer qu'un triangle est rectangle : si $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (avec BC le plus grand côté), alors le triangle est rectangle en A. Sa contraposée prouve qu'un triangle n'est PAS rectangle. Ces exercices corrigés couvrent la méthode, les deux conclusions possibles et des applications type brevet. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/troisieme/reciproque-pythagore

Exercice 1 – Triangle rectangle ?

Un triangle a pour côtés 3, 4, 5. Est-il rectangle ?



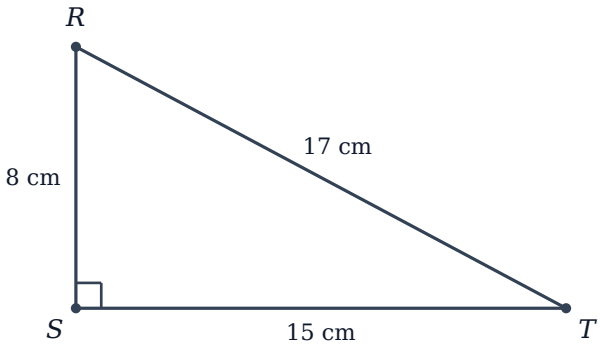
Côtés 3, 4, 5 — rectangle ?

Exercice 2 – Identifier le plus grand côté

Un triangle a pour côtés 6, 8, 10. Quel côté serait l'hypoténuse si le triangle était rectangle ?

Exercice 3 – Le triangle 8, 15, 17

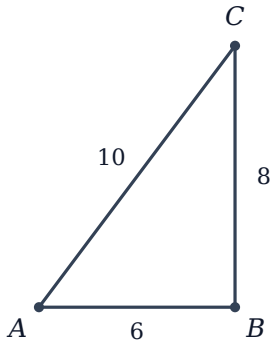
Un triangle RST a pour côtés $RS = 8$ cm, $ST = 15$ cm et $RT = 17$ cm. Est-il rectangle ?



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 4 – Vérifier (cas rectangle)

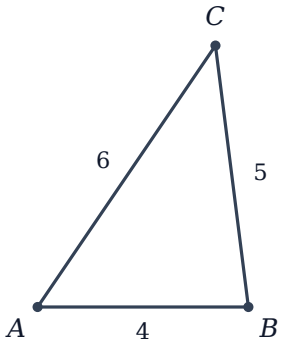
Un triangle a pour côtés 6, 8, 10. Est-il rectangle ?



Côtés 6, 8, 10 — rectangle ?

Exercice 5 – Vérifier (cas non rectangle)

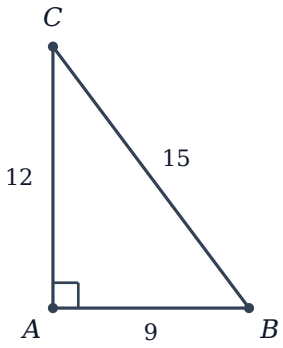
Un triangle a pour côtés 4, 5, 6. Est-il rectangle ?



Côtés 4, 5, 6 — rectangle ?

Exercice 6 – Rédaction complète

Un triangle ABC a $AB = 9$, $AC = 12$, $BC = 15$. Démontrer qu'il est rectangle et préciser en quel sommet.



$AB = 9$, $AC = 12$, $BC = 15$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 7 – Côtés donnés dans le désordre

Dans le triangle ABC : $AB = 1$ m, $BC = 2{,}6$ m et $AC = 2{,}4$ m. Le triangle est-il rectangle ? Si oui, en quel sommet ?

Exercice 8 – Triangle presque rectangle

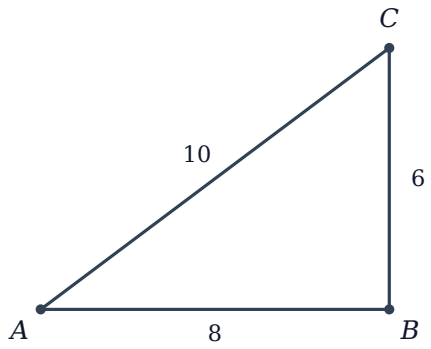
Un triangle a pour côtés 5, 12, 13. Est-il rectangle ?

Exercice 9 – Avec des décimaux

Un triangle a pour côtés 1,5, 2, 2,5. Est-il rectangle ?

Exercice 10 – Type brevet : montrer qu'un angle est droit

$ABCD$ est un quadrilatère avec $AB = 8$, $BC = 6$, $AC = 10$. L'angle $A\hat{B}C$ est-il droit ?



Triangle ABC : angle en B droit ?

Exercice 11 – Type brevet : conclure une nature

Un triangle a pour côtés 7, 8, 11. Est-il rectangle, acutangle ou obtusangle ? (On comparera 11^2 à $7^2 + 8^2$.)

Exercice 12 – Avec des racines carrées

Un triangle a pour côtés $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$ et $\sqrt{12}$ (en cm). Est-il rectangle ?

Exercice 13 – Le maçon vérifie son équerre

Pour vérifier qu'un angle de dalle est droit, un maçon mesure 1,2 m sur un bord, 1,6 m sur l'autre bord, puis 2,05 m entre les deux marques. L'angle est-il droit ?

Exercice 14 – Type brevet : démonstration rédigée

Un terrain triangulaire mesure 60 m, 80 m et 100 m. Le propriétaire affirme que deux côtés sont perpendiculaires. A-t-il raison ?

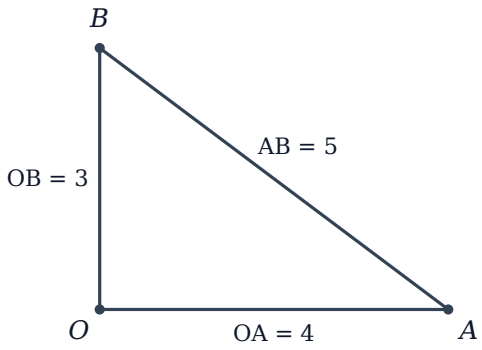
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 15 – Type brevet : choix d’un triangle

Parmi les triangles de côtés (a) $9, 40, 41$ et (b) $10, 24, 27$, lequel est rectangle ?

Exercice 16 – Type brevet : perpendicularité dans une figure

Sur un plan, $O(0\,;0)$, $A(4\,;0)$, $B(0\,;3)$. Vérifier par les longueurs que $(OA) \perp (OB)$.



O(0;0), A(4;0), B(0;3)

Exercice 17 – Type brevet : valeur d’un côté pour rectangle

Pour quelle longueur du côté BC le triangle de côtés $AB = 5$, $AC = 12$ est-il rectangle en A ?

Exercice 18 – Type brevet : triangle agrandi

Le triangle $(3, 4, 5)$ est rectangle. Le triangle $(6, 8, 10)$ (toutes longueurs doublées) l’est-il aussi ? Justifier sans tout recalculer puis en vérifiant.

Exercice 19 – Triangle tracé sur un quadrillage

Sur un quadrillage à carreaux de 1 cm, on place A, puis B à 3 carreaux à droite et 4 vers le haut de A, et C à 7 carreaux à droite et 1 vers le haut de A. Le triangle ABC est-il rectangle ? Quelle est sa nature exacte ?

Exercice 20 – Deux triangles rectangles qui en font un troisième

ABC est un triangle et H un point de $[BC]$ tel que $(AH) \perp (BC)$, avec $AH = 12$, $BH = 9$ et $HC = 16$ (en cm).

1. Calculer AB et AC.

2. Le triangle ABC est-il rectangle ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Triangle rectangle ?

Le plus grand côté est 5. On compare 5^2 et $3^2 + 4^2$.

$5^2 = 25$ et $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$. Égalité : par la réciproque de Pythagore, le triangle est rectangle.

Réponse. Oui, rectangle ($5^2 = 3^2 + 4^2$).

Rappel de cours. Réciproque : si (plus grand côté)² = somme des carrés des deux autres, le triangle est rectangle.

Correction de l'exercice 2 – Identifier le plus grand côté

L'hypoténuse est toujours le plus grand côté.

Ici, le plus grand côté est 10 : ce serait l'hypoténuse.

Réponse. L'hypoténuse serait le côté de longueur 10.

Rappel de cours. On compare toujours le carré du PLUS GRAND côté à la somme des carrés des deux autres.

Correction de l'exercice 3 – Le triangle 8, 15, 17

Le plus grand côté est $[RT]$. On calcule séparément son carré et la somme des carrés des deux autres.

$RT^2 = 17^2 = 289$ et $RS^2 + ST^2 = 64 + 225 = 289$.

Les deux résultats sont égaux : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, RST est rectangle, et l'angle droit est opposé au plus grand côté, en S.

Réponse. Oui, RST est rectangle en S.

Rappel de cours. Réciproque : si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres, le triangle est rectangle, l'angle droit étant en face du plus grand côté.

Correction de l'exercice 4 – Vérifier (cas rectangle)

Plus grand côté : 10. $10^2 = 100$.

$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$. Égalité : le triangle est rectangle.

Réponse. Oui, rectangle (l'angle droit est opposé au côté 10).

Rappel de cours. On rédige : « D'une part $10^2 = 100$, d'autre part $6^2 + 8^2 = 100$. Les résultats sont égaux, donc... »

Correction de l'exercice 5 – Vérifier (cas non rectangle)

Plus grand côté : 6. $6^2 = 36$.

$4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$. $36 \neq 41$: les résultats sont différents.

Par la contraposée de Pythagore, le triangle n'est pas rectangle.

Réponse. Non, pas rectangle ($36 \neq 41$).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Rappel de cours. Si (plus grand côté)² ≠ somme des carrés, le triangle n'est PAS rectangle (contraposée).

Correction de l'exercice 6 – Rédaction complète

Le plus grand côté est $BC = 15$. D'une part $BC^2 = 15^2 = 225$.

D'autre part $AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$.

$BC^2 = AB^2 + AC^2$: par la réciproque de Pythagore, ABC est rectangle en A (sommet opposé à l'hypoténuse $[BC]$).

Réponse. Rectangle en A ($BC^2 = AB^2 + AC^2 = 225$).

Rappel de cours. L'angle droit est au sommet opposé au plus grand côté (l'hypoténuse).

Correction de l'exercice 7 – Côtés donnés dans le désordre

On repère d'abord le plus grand côté : c'est $[BC]$ avec 2,6 m.

$BC^2 = 2{,}6^2 = 6{,}76$.

$AB^2 + AC^2 = 1^2 + 2{,}4^2 = 1 + 5{,}76 = 6{,}76$.

Égalité : d'après la réciproque de Pythagore, ABC est rectangle. Le sommet de l'angle droit est celui qui n'appartient pas à $[BC]$: c'est A.

Réponse. ABC est rectangle en A.

Rappel de cours. L'angle droit est au sommet opposé à l'hypoténuse, c'est-à-dire le seul sommet qui n'est pas une extrémité du plus grand côté.

Erreur fréquente. Ne pas tester $AB^2 + BC^2 = AC^2$ dans l'ordre de l'énoncé : on compare toujours le plus grand côté aux deux autres.

Correction de l'exercice 8 – Triangle presque rectangle

Plus grand côté : 13. $13^2 = 169$.

$5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$. Égalité : le triangle est rectangle.

Réponse. Oui, rectangle ($13^2 = 5^2 + 12^2$).

Rappel de cours. $(5, 12, 13)$ est un « triplet pythagoricien » classique, comme $(3, 4, 5)$.

Correction de l'exercice 9 – Avec des décimaux

Plus grand côté : 2,5. $2{,}5^2 = 6{,}25$.

$1{,}5^2 + 2^2 = 2{,}25 + 4 = 6{,}25$. Égalité : rectangle.

Réponse. Oui, rectangle ($6{,}25 = 6{,}25$).

Rappel de cours. La méthode est la même avec des décimaux : on compare les carrés.

Correction de l'exercice 10 – Type brevet : montrer qu'un angle est droit

Dans le triangle ABC, le plus grand côté est $AC = 10$. $AC^2 = 100$.

$AB^2 + BC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$. Égalité : ABC est rectangle en B.

Donc l'angle $A\hat{B}C$ est droit.

Réponse. Oui, $A\hat{B}C = 90°$ ($AC^2 = AB^2 + BC^2$).

Rappel de cours. Pour prouver un angle droit, on applique la réciproque dans le triangle

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

qui contient cet angle.

Correction de l’exercice 11 – Type brevet : conclure une nature

$11^2 = 121$ et $7^2 + 8^2 = 49 + 64 = 113$.

$121 > 113$: le carré du plus grand côté dépasse la somme des autres.

Le triangle est obtusangle (angle obtus opposé au côté 11) ; il n’est pas rectangle.

Réponse. Pas rectangle ; il est obtusangle ($121 > 113$).

Rappel de cours. Si (grand côté)² > somme des carrés : angle obtus. Si < : angle aigu. Si = : angle droit.

Correction de l’exercice 12 – Avec des racines carrées

Le plus grand côté est $\sqrt{12}$ (car $12 > 7 > 5$).

Le carré d’une racine carrée redonne le nombre : $(\sqrt{12})^2 = 12$, $(\sqrt{5})^2 = 5$, $(\sqrt{7})^2 = 7$.

$5 + 7 = 12$: le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres.

D’après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle.

Réponse. Oui, le triangle est rectangle (l’hypoténuse mesure $\sqrt{12}$ cm).

Rappel de cours. Pour $a \geq 0$: $(\sqrt{a})^2 = a$. Les racines rendent ici le calcul plus simple, pas plus difficile.

Erreur fréquente. Ne pas écrire $\sqrt{5} + \sqrt{7} = \sqrt{12}$: c’est faux ($\approx 4{,}88$ contre $\approx 3{,}46$). La réciproque porte sur les carrés.

Correction de l’exercice 13 – Le maçon vérifie son équerre

Les deux marques et le coin forment un triangle de côtés 1,2, 1,6 et 2,05 m ; le plus grand est 2,05 m.

$2{,}05^2 = 4{,}2025$ et $1{,}2^2 + 1{,}6^2 = 1{,}44 + 2{,}56 = 4$.

$4{,}2025 \neq 4$: l’égalité de Pythagore n’est pas vérifiée. Si l’angle était droit, le triangle serait rectangle et l’égalité serait vraie : l’angle n’est donc pas droit.

Comme $4{,}2025 > 4$, la diagonale est trop longue : l’angle est un peu plus ouvert qu’un angle droit (obtus). Pour qu’il soit droit, la diagonale devrait mesurer $\sqrt{4} = 2$ m.

Réponse. Non, l’angle n’est pas droit (il faudrait une diagonale de 2 m exactement).

Rappel de cours. Contraposée de Pythagore : si l’égalité n’est pas vérifiée, le triangle n’est pas rectangle.

Erreur fréquente. « Presque égal » ne suffit pas : 4,2025 et 4 sont différents, la conclusion est « non rectangle ».

Correction de l’exercice 14 – Type brevet : démonstration rédigée

Plus grand côté : 100. $100^2 = 10000$.

$60^2 + 80^2 = 3600 + 6400 = 10000$. Égalité : le triangle est rectangle.

Les côtés de 60 m et 80 m (ceux de l’angle droit) sont donc perpendiculaires : le propriétaire a raison.

Réponse. Oui : $100^2 = 60^2 + 80^2$, les côtés de 60 et 80 m sont perpendiculaires.

Rappel de cours. La réciproque de Pythagore garantit la perpendicularité des deux côtés de l’angle droit.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 15 – Type brevet : choix d’un triangle

(a) : $41^2 = 1681$ et $9^2 + 40^2 = 81 + 1600 = 1681$. Égalité : rectangle.

(b) : $27^2 = 729$ et $10^2 + 24^2 = 100 + 576 = 676$. $729 \neq 676$: non rectangle.

Réponse. Le triangle (a) $9, 40, 41$ est rectangle ; (b) ne l’est pas.

Rappel de cours. On teste chaque triangle séparément avec la réciproque.

Correction de l’exercice 16 – Type brevet : perpendicularité dans une figure

$OA = 4$, $OB = 3$, et $AB = \sqrt{(4-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{16+9} = 5$.

Plus grand côté $AB = 5$: $5^2 = 25$ et $OA^2 + OB^2 = 16 + 9 = 25$. Égalité : OAB rectangle en O.

Donc $(OA) \perp (OB)$.

Réponse. Oui, $(OA) \perp (OB)$ (triangle rectangle en O).

Rappel de cours. On calcule les trois longueurs (distance) puis on applique la réciproque pour prouver une perpendicularité.

Correction de l’exercice 17 – Type brevet : valeur d’un côté pour rectangle

Rectangle en $A \Leftrightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$ (BC est alors l’hypoténuse).

$BC^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$, donc $BC = 13$.

Réponse. $BC = 13$.

Rappel de cours. Pour que l’angle droit soit en A, $[BC]$ doit être l’hypoténuse : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Correction de l’exercice 18 – Type brevet : triangle agrandi

Multiplier toutes les longueurs par 2 est un agrandissement : il conserve les angles, donc l’angle droit.

Vérification : $10^2 = 100$ et $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$. Égalité : rectangle.

Réponse. Oui, $(6, 8, 10)$ est rectangle (agrandissement de $(3, 4, 5)$).

Rappel de cours. Un agrandissement (ou réduction) conserve les angles : un triangle rectangle reste rectangle.

Correction de l’exercice 19 – Triangle tracé sur un quadrillage

On calcule chaque longueur avec Pythagore dans un triangle rectangle formé par les lignes du quadrillage (déplacement horizontal, déplacement vertical).

AB : 3 et 4 carreaux, $AB^2 = 9 + 16 = 25$, $AB = 5$.

BC : de B à C, $7 - 3 = 4$ carreaux à droite et $4 - 1 = 3$ vers le bas, $BC^2 = 16 + 9 = 25$, $BC = 5$.

AC : 7 et 1 carreaux, $AC^2 = 49 + 1 = 50$.

Plus grand côté $[AC]$: $AB^2 + BC^2 = 25 + 25 = 50 = AC^2$. D’après la réciproque de Pythagore, ABC est rectangle en B. Comme de plus $AB = BC = 5$, il est isocèle.

Réponse. ABC est rectangle et isocèle en B.

Rappel de cours. Sur un quadrillage, une distance oblique se calcule avec Pythagore à

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

partir des déplacements horizontal et vertical.

Erreur fréquente. On garde $AC^2 = 50$ sans arrondir $\sqrt{50}$: la comparaison des carrés est exacte, celle d'arrondis ne l'est pas.

Correction de l'exercice 20 – Deux triangles rectangles qui en font un troisième

1) Le triangle ABH est rectangle en H : $AB^2 = AH^2 + BH^2 = 144 + 81 = 225$, donc $AB = 15$ cm.

Le triangle ACH est rectangle en H : $AC^2 = AH^2 + HC^2 = 144 + 256 = 400$, donc $AC = 20$ cm.

2) $H \in [BC]$, donc $BC = BH + HC = 9 + 16 = 25$ cm, le plus grand côté.

$BC^2 = 625$ et $AB^2 + AC^2 = 225 + 400 = 625$. Égalité : d'après la réciproque de Pythagore, ABC est rectangle en A.

Réponse. $AB = 15$ cm, $AC = 20$ cm, et ABC est rectangle en A.

Rappel de cours. Le théorème sert à calculer une longueur dans un triangle déjà rectangle ; la réciproque sert à prouver qu'un triangle est rectangle.

Erreur fréquente. Ne pas déduire « rectangle en A » de la figure : il faut le démontrer par le calcul.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).