Réciproque de Thalès — Troisième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

La réciproque du théorème de Thalès sert à démontrer que deux droites sont parallèles : si les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre, et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors $(MN) \parallel (BC)$. Ces exercices corrigés couvrent la vérification de l'égalité des rapports, la conclusion sur le parallélisme et des applications type brevet. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/troisieme/reciproque-thales

Exercice 1 – Vérifier l'égalité des rapports

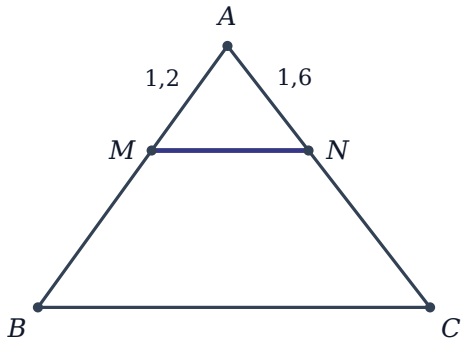
$M \in [AB]$, $N \in [AC]$. $AM = 2$, $AB = 6$, $AN = 3$, $AC = 9$. Les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$ sont-ils égaux ?

Exercice 2 – Conclure le parallélisme

Avec les données précédentes (rapports égaux à $\frac{1}{3}$) et A, M, B ainsi que A, N, C alignés dans le même ordre, que peut-on conclure ?

Exercice 3 – Rapports décimaux

A, M, B sont alignés dans cet ordre, ainsi que A, N, C. On donne $AM = 1{,}2$, $AB = 3$, $AN = 1{,}6$ et $AC = 4$ (en cm). Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



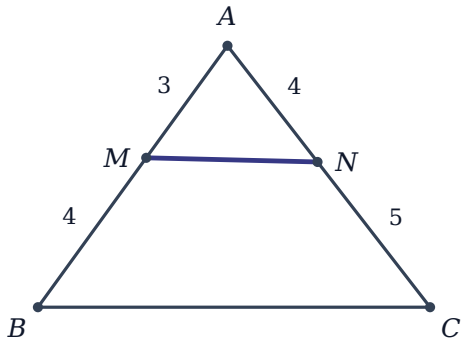
Exercice 4 – Comparer par produit en croix

$AM = 4$, $AB = 10$, $AN = 6$, $AC = 15$. Vérifier l'égalité $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ par produit en croix.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 5 – Cas non parallèle

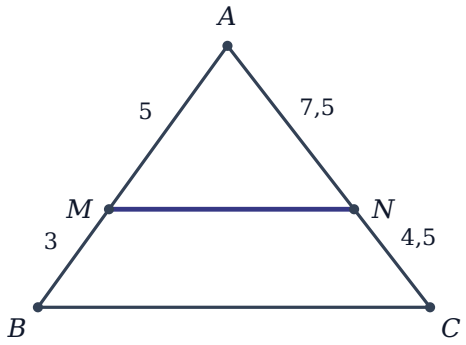
$AM = 3$, $AB = 7$, $AN = 4$, $AC = 9$. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



(MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Exercice 6 – Rédaction complète

A, M, B alignés (dans cet ordre), A, N, C alignés, $AM = 5$, $AB = 8$, $AN = 7{,}5$, $AC = 12$. Démontrer que $(MN) \parallel (BC)$.



Démontrer que (MN) ∥ (BC)

Exercice 7 – Papillon décimal

Les droites (AB) et (CD) se coupent en O, avec A, O, B alignés dans cet ordre et C, O, D aussi. $OA = 2{,}5$, $OB = 5$, $OC = 3{,}5$, $OD = 7$. Démontrer que $(AC) \parallel (BD)$.

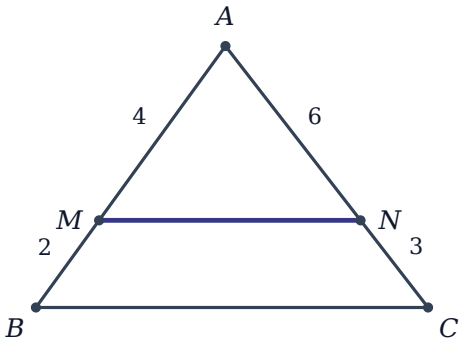
Exercice 8 – Configuration papillon

Deux droites se coupent en O. $OA = 3$, $OB = 4$ sur l'une ; $OC = 6$, $OD = 8$ sur l'autre, avec A, O, B et C, O, D alignés. Les droites (AC) et (BD) sont-elles parallèles ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Avec longueurs à reconstituer

$M \in [AB]$ avec $AM = 4$, $MB = 2$; $N \in [AC]$ avec $AN = 6$, $NC = 3$. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



(MN) ∥ (BC) ? (longueurs à reconstituer)

Exercice 10 – Choisir le bon rapport

$M \in [AB]$, $N \in [AC]$. $AM = 3$, $MB = 5$, $AN = 4{,}5$, $NC = 7{,}5$. $(MN) \parallel (BC)$?

Exercice 11 – Type brevet : justifier puis utiliser

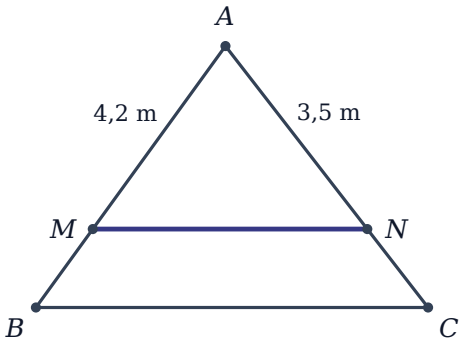
$M \in [AB]$, $N \in [AC]$, $AM = 6$, $AB = 9$, $AN = 8$, $AC = 12$. 1) Montrer que $(MN) \parallel (BC)$. 2) Sachant $BC = 7{,}5$, calculer MN.

Exercice 12 – Rapports égaux mais mauvais ordre

M est sur $[AB]$ avec $AM = 2$ et $AB = 6$. N est sur la droite (AC), mais du côté opposé à C par rapport à A, avec $AN = 3$ et $AC = 9$. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Exercice 13 – La latte de la voile

Une voile triangulaire ABC a une bôme $[BC]$. Une latte $[MN]$ est cousue avec $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$. On mesure $AB = 6$ m, $AM = 4{,}2$ m, $AC = 5$ m et $AN = 3{,}5$ m. La latte est-elle parallèle à la bôme ?



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 14 – Type brevet : valeur pour parallélisme

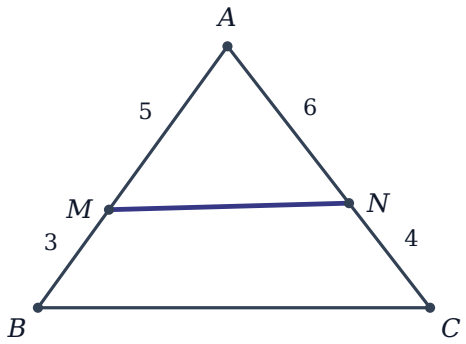
$M \in [AB]$, $N \in [AC]$, $AM = 4$, $AB = 6$, $AC = 9$. Quelle valeur de AN rend $(MN) \parallel (BC)$?

Exercice 15 – Type brevet : produit en croix pour conclure

$AM = 2{,}4$, $AB = 4$, $AN = 3$, $AC = 5$. Démontrer si $(MN) \parallel (BC)$.

Exercice 16 – Type brevet : non parallèle (justification)

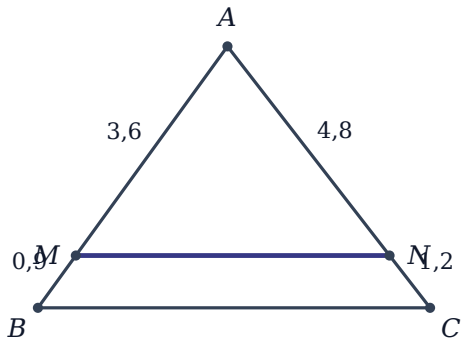
$AM = 5$, $AB = 8$, $AN = 6$, $AC = 10$. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



(MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Exercice 17 – Type brevet : figure avec deux conclusions

Dans un triangle ABC, M sur $[AB]$ et N sur $[AC]$. $AM = 3{,}6$, $AB = 4{,}5$, $AN = 4{,}8$, $AC = 6$. 1) $(MN) \parallel (BC)$? 2) Si oui, calculer le rapport de réduction.



(MN) ∥ (BC) ? Rapport de réduction ?

Exercice 18 – Type brevet : application concrète

Deux poteaux verticaux de hauteurs 2 m et 5 m sont reliés par des câbles depuis un point O au sol. Les distances au sol sont $OA = 4$ m (poteau de 2 m) et $OB = 10$ m (poteau de 5 m). Les sommets des poteaux et O montrent-ils que les poteaux sont « vus » sous des câbles parallèles ? (Vérifier $\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{10}$.)

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 19 – Trouver x pour obtenir le parallélisme

$M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ avec $AM = x$, $MB = 3$, $AN = 4$ et $NC = 6$ (en cm). Pour quelle valeur de x les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Exercice 20 – Type brevet : réciproque, puis théorème

Dans le triangle ABC, $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ avec $AM = 3$, $AB = 7{,}5$, $AN = 2{,}4$, $AC = 6$ et $BC = 5$ (en cm).

1. Démontrer que $(MN) \parallel (BC)$.

2. Calculer MN.

3. Calculer le périmètre du triangle AMN.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Vérifier l'égalité des rapports

$\frac{AM}{AB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

Les deux rapports sont égaux à $\frac{1}{3}$.

Réponse. Oui, les rapports valent tous deux $\frac{1}{3}$.

Rappel de cours. On calcule chaque rapport et on les compare (en simplifiant les fractions).

Correction de l'exercice 2 – Conclure le parallélisme

Les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$ sont égaux, et les points sont alignés dans le même ordre.

Par la réciproque de Thalès, $(MN) \parallel (BC)$.

Réponse. $(MN) \parallel (BC)$.

Rappel de cours. Réciproque de Thalès : rapports égaux + alignement dans le même ordre ⇒ droites parallèles.

Correction de l'exercice 3 – Rapports décimaux

On calcule séparément les deux rapports : $\frac{AM}{AB} = \frac{1{,}2}{3} = 0{,}4$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{1{,}6}{4} = 0{,}4$.

Les rapports sont égaux et les points sont alignés dans le même ordre.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, $(MN) \parallel (BC)$.

Réponse. Oui, $(MN) \parallel (BC)$.

Rappel de cours. Réciproque de Thalès : si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points sont dans le même ordre, alors $(MN) \parallel (BC)$.

Correction de l'exercice 4 – Comparer par produit en croix

On compare $\frac{4}{10}$ et $\frac{6}{15}$. Produit en croix : $4 \times 15 = 60$ et $10 \times 6 = 60$.

Les produits sont égaux, donc les rapports sont égaux.

Réponse. Oui, $\frac{4}{10} = \frac{6}{15}$ (produit en croix 60 = 60).

Rappel de cours. Deux fractions sont égales ⇔ leurs produits en croix sont égaux.

Correction de l'exercice 5 – Cas non parallèle

$\frac{AM}{AB} = \frac{3}{7}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{4}{9}$. Produit en croix : $3 \times 9 = 27$, $7 \times 4 = 28$.

$27 \neq 28$: les rapports ne sont pas égaux, donc (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

Réponse. Non, pas parallèles ($\frac{3}{7} \neq \frac{4}{9}$).

Rappel de cours. Si les rapports diffèrent, la réciproque ne s'applique pas : les droites ne sont pas parallèles.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 6 – Rédaction complète

$\frac{AM}{AB} = \frac{5}{8} = 0{,}625$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{7{,}5}{12} = 0{,}625$.

Les rapports sont égaux et les points alignés dans le même ordre.

Par la réciproque de Thalès, $(MN) \parallel (BC)$.

Réponse. $(MN) \parallel (BC)$ (rapports égaux à 0,625).

Rappel de cours. Rédaction type : calculer les deux rapports, constater l’égalité, citer la réciproque, conclure.

Correction de l’exercice 7 – Papillon décimal

$\frac{OA}{OB} = \frac{2{,}5}{5} = 0{,}5$ et $\frac{OC}{OD} = \frac{3{,}5}{7} = 0{,}5$.

Les deux rapports sont égaux.

Les points A, O, B et C, O, D sont alignés dans le même ordre (O est entre les deux à chaque fois).

D’après la réciproque du théorème de Thalès, $(AC) \parallel (BD)$.

Réponse. $(AC) \parallel (BD)$.

Rappel de cours. En papillon, « même ordre » signifie que O est entre A et B et entre C et D.

Correction de l’exercice 8 – Configuration papillon

On compare $\frac{OA}{OB} = \frac{3}{4}$ et $\frac{OC}{OD} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

Les rapports sont égaux ; en configuration papillon (points alignés via O), la réciproque de Thalès s’applique.

Donc $(AC) \parallel (BD)$.

Réponse. Oui, $(AC) \parallel (BD)$ (rapports égaux à $\frac{3}{4}$).

Rappel de cours. La réciproque marche aussi en « papillon » : il faut que les rapports $\frac{OA}{OB}$ et $\frac{OC}{OD}$ soient égaux.

Correction de l’exercice 9 – Avec longueurs à reconstituer

$AB = AM + MB = 4 + 2 = 6$ et $AC = AN + NC = 6 + 3 = 9$.

$\frac{AM}{AB} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Rapports égaux et points dans le même ordre : $(MN) \parallel (BC)$.

Réponse. Oui, $(MN) \parallel (BC)$ (rapports $\frac{2}{3}$).

Rappel de cours. Si l’énoncé donne MB et NC, il faut reconstituer $AB = AM + MB$ et $AC = AN + NC$.

Erreur fréquente. Ne pas comparer $\frac{AM}{MB}$ et $\frac{AN}{NC}$ directement : la réciproque utilise les longueurs depuis A.

Correction de l’exercice 10 – Choisir le bon rapport

$AB = 3 + 5 = 8$, $AC = 4{,}5 + 7{,}5 = 12$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$\frac{AM}{AB} = \frac{3}{8} = 0{,}375$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{4{,}5}{12} = 0{,}375$.

Égalité : $(MN) \parallel (BC)$.

Réponse. Oui, $(MN) \parallel (BC)$ (rapports 0,375).

Rappel de cours. Toujours utiliser les longueurs complètes AB et AC depuis le sommet A.

Correction de l'exercice 11 – Type brevet : justifier puis utiliser

$\frac{AM}{AB} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, $\frac{AN}{AC} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$. Rapports égaux + même ordre : $(MN) \parallel (BC)$ (réciproque).

On applique alors Thalès : $\frac{MN}{BC} = \frac{2}{3}$, donc $MN = \frac{2}{3} \times 7{,}5 = 5$.

Réponse. $(MN) \parallel (BC)$ et $MN = 5$.

Rappel de cours. On utilise d'abord la réciproque (parallélisme), puis le théorème direct (calcul de longueur).

Correction de l'exercice 12 – Rapports égaux mais mauvais ordre

Les rapports sont égaux : $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

Mais l'ordre des points n'est pas le même : M est entre A et B, alors que A est entre N et C.

La réciproque de Thalès ne s'applique pas. En réalité, N est le symétrique, par rapport à A, du point $N' \in [AC]$ qui donnerait le parallélisme. La droite (MN) « part dans l'autre sens » et coupe (BC).

Réponse. Non, (MN) et (BC) ne sont pas parallèles : les points ne sont pas dans le même ordre.

Rappel de cours. La réciproque a deux hypothèses : l'égalité des rapports et le même ordre des points. Il faut vérifier les deux.

Erreur fréquente. Conclure au parallélisme avec les seuls rapports est l'erreur classique : l'ordre des points fait partie du théorème.

Correction de l'exercice 13 – La latte de la voile

Les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre.

$\frac{AM}{AB} = \frac{4{,}2}{6} = 0{,}7$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{3{,}5}{5} = 0{,}7$.

Les rapports sont égaux : d'après la réciproque du théorème de Thalès, $(MN) \parallel (BC)$.

Réponse. Oui, la latte est parallèle à la bôme.

Rappel de cours. Pour démontrer un parallélisme sans mesurer d'angle, on compare deux rapports de longueurs.

Correction de l'exercice 14 – Type brevet : valeur pour parallélisme

Pour le parallélisme, il faut $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, soit $\frac{4}{6} = \frac{AN}{9}$.

$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, donc $AN = \frac{2}{3} \times 9 = 6$.

Réponse. $AN = 6$.

Rappel de cours. On impose l'égalité des rapports et on résout en l'inconnue.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 15 – Type brevet : produit en croix pour conclure

On compare $\frac{AM}{AB} = \frac{2,4}{4}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{3}{5}$. Produit en croix : $2,4 \times 5 = 12$, $4 \times 3 = 12$.

Les produits sont égaux : les rapports le sont aussi. Avec l’alignement dans le même ordre, $(MN) \parallel (BC)$.

Réponse. Oui, $(MN) \parallel (BC)$ (produit en croix 12 = 12).

Rappel de cours. Le produit en croix évite de calculer des fractions décimales et conclut directement.

Correction de l’exercice 16 – Type brevet : non parallèle (justification)

Produit en croix : $\frac{AM}{AB} = \frac{5}{8}$ vs $\frac{AN}{AC} = \frac{6}{10}$. $5 \times 10 = 50$, $8 \times 6 = 48$.

$50 \neq 48$: les rapports diffèrent, donc (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

Réponse. Non, pas parallèles ($50 \neq 48$).

Rappel de cours. Une différence, même petite, suffit à conclure « pas parallèles » par la contraposée.

Correction de l’exercice 17 – Type brevet : figure avec deux conclusions

$\frac{AM}{AB} = \frac{3,6}{4,5} = 0,8$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{4,8}{6} = 0,8$. Rapports égaux : $(MN) \parallel (BC)$.

Le rapport de réduction est 0,8 : le petit triangle AMN est une réduction de ABC de coefficient 0,8.

Réponse. $(MN) \parallel (BC)$; rapport de réduction 0,8.

Rappel de cours. Quand les rapports sont égaux, leur valeur commune est le coefficient de réduction (ou d’agrandissement).

Correction de l’exercice 18 – Type brevet : application concrète

On compare $\frac{2}{5} = 0,4$ (hauteurs) et $\frac{4}{10} = 0,4$ (distances).

Les rapports sont égaux : par la réciproque de Thalès, les droites reliant les sommets sont parallèles (les poteaux « grandissent » proportionnellement à la distance).

Réponse. Oui : $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$, configuration de Thalès.

Rappel de cours. Beaucoup de situations de proportionnalité géométrique se justifient par la réciproque de Thalès.

Correction de l’exercice 19 – Trouver x pour obtenir le parallélisme

Il faut $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, avec $AB = x + 3$ et $AC = 4 + 6 = 10$.

L’équation est $\frac{x}{x+3} = \frac{4}{10}$.

Produit en croix : $10x = 4(x + 3)$, soit $10x = 4x + 12$, donc $6x = 12$ et $x = 2$.

Vérification : $\frac{2}{5} = 0,4$ et $\frac{4}{10} = 0,4$. Avec $x = 2$ cm, la réciproque de Thalès s’applique.

Réponse. $x = 2$ cm.

Rappel de cours. Un produit en croix transforme une égalité de quotients en équation du premier degré.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Erreur fréquente. AB vaut $x + 3$, pas 3 : on compare AM au côté entier.

Correction de l’exercice 20 – Type brevet : réciproque, puis théorème

1) $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{7{,}5} = 0{,}4$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{2{,}4}{6} = 0{,}4$. Les points sont alignés dans le même ordre : d’après la réciproque de Thalès, $(MN) \parallel (BC)$.

2) Maintenant que le parallélisme est prouvé, on peut utiliser le théorème de Thalès : $\frac{MN}{BC} = 0{,}4$, donc $MN = 0{,}4 \times 5 = 2$ cm.

3) Périmètre de AMN : $3 + 2{,}4 + 2 = 7{,}4$ cm. (Contrôle : le périmètre de ABC vaut 18,5 cm et $0{,}4 \times 18{,}5 = 7{,}4$.)

Réponse. $(MN) \parallel (BC)$, $MN = 2$ cm, périmètre 7,4 cm.

Rappel de cours. La réciproque prouve le parallélisme ; c’est ensuite le théorème direct qui calcule la longueur MN.

Erreur fréquente. On ne peut pas utiliser $\frac{MN}{BC}$ avant d’avoir démontré le parallélisme.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).